1. 288 을 어떤 수 x 로 나누어 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 가장 작은 자연수 x 를 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$288 = 2^5 \times 3^2$

가장 작은 자연수 x 는 2 이다.

2. $240 \times a = b^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 에 대하여 $b - a$ 의 값은?

① 45 ② 60 ③ 75 ④ 90 ⑤ 105

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$ 이므로 $a = 3 \times 5$

$2^4 \times 3 \times 5 \times (3 \times 5) = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$, $b = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$

$a = 15,\ b = 60$

$\therefore b - a = 45$

3. $2^3 \times 3^2 \times 5$ 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3 ② 5 ③ 3×5 ④ 5^2 ⑤ 10

해설

$2^3 \times 3^2 \times 5$

곱해야할 가장 작은 자연수는

$2 \times 5 = 10$

4. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 10 이하의 소수는 모두 4 개이다.

② 17 은 소수이다.

③ 1 을 제외한 모든 홀수는 소수이다.

④ 2 는 소수이다.

⑤ 소수의 약수는 2 개이다.

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다. 따라서 9 는 홀수이지만 소수가 아니다.

5. 다음은 골드바흐가 생각해낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은?

보기

[골드바흐의 추측]
2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

① $12 = 5 + 7$ ② $14 = 3 + 11$ ③ $16 = 5 + 11$

④ $18 = 7 + 11$ ⑤ $20 = 9 + 11$

해설

소수는 $2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13, \cdots$ 이므로 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은 $20 = 9 + 11$ 이다.

6. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① 15 이하의 소수는 모두 6 개이다.

② 7 은 소수이다.

③ 모든 소수는 홀수이다.

④ 자연수는 1 , 소수, 합성수로 이루어져 있다.

⑤ 1 은 합성수이다.

해설

③ 2 는 소수이다.
⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

7. 273^{100} 의 일의 자리의 숫자를 구하면?

① 1 ② 3 ③ 9 ④ 7 ⑤ 0

해설

273^{100} 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.
$3^1 = 3$,
$3^2 = 9$,
$3^3 = 27$,
$3^4 = 81$,
$3^5 = 243$,
$\cdots$
3 을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1 의 네 개의 숫자가 반복된다.
273^{100} 의 지수인 100 를 4 로 나누면 25 이므로
273^{100} 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 마지막 숫자인 1 이다.

8. 옛날부터 우리나라에는 십간(⊠⊠)과 십이지(⊠⊠⊠)를 이용하여 매 해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지를 차례대로 짝지으면 다음과 같이 그 해의 이름을 만들 수 있다. 다음 표에서 알 수 있듯이 2010년은 경인년이다. 다음 중 경인년이 <u>아닌</u> 해는?

병	정	무	기	경	신	임	계
자	축	인	묘	진	사	오	미
병자	정축	무인	기묘	경진	신사	임오	계미
1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003

갑	을	병	정	무	기	경
신	유	술	해	자	축	인
갑신	을유	병술	정해	무자	기축	경인
2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010

① 1830년　② 1890년　③ 1950년

④ 2070년　⑤ 2110년

해설

십간(⊠⊠)의 10 가지와 십이지(⊠⊠⊠)의 12 가지를 계속 돌아가면서 조합이 이루어지므로 같은 이름의 년도는 60 년 만에 한 번씩 돌아오게 된다. 따라서 2010 년이 경인년이면 1830 년, 1890 년, 1950 년, 2070 년도 경인년이다.

9. 옛날부터 우리나라에는 십간(⊠⊠)과 십이지(⊠⊠⊠)를 이용하여 매해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지를 차례대로 짝지으면 다음과 같이 그 해의 이름을 만들 수 있다. 다음 표에서 알 수 있듯이 2011년은 신묘년이다. 다음 중 신묘년이 <u>아닌</u> 해는?

정	무	기	경	신	임	계	갑
축	인	묘	진	사	오	미	신
정축	무인	기묘	경진	신사	임오	계미	갑신
1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004

을	병	정	무	기	경	신
유	술	해	자	축	인	묘
을유	병술	정해	무자	기축	경인	신묘
2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011

① 1831년　② 1881년　③ 1951년

④ 2071년　⑤ 2131년

해설

십간(⊠⊠)의 10가지와 십이지(⊠⊠⊠)의 12가지를 계속 돌아가면서 조합이 이루어지므로 같은 이름의 년도는 60년 만에 한 번씩 돌아오게 된다. 따라서 2011년이 신묘년이면 1831년, 1891년, 1951년, 2071년, 2131년도 신묘년이다.

10. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 <u>않은</u> 것은?

① 35 ② 70 ③ 105 ④ 140 ⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 $35, 70, 105, 140, \cdots$ 이다.

11. 432를 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음 중 x 의 값으로 알맞지 않은 것은?

① 3 ② 6 ③ 12 ④ 27 ⑤ 48

해설

$$\frac{432}{x} = \square^2$$

$432 = 2^4 \times 3^3$

나눠야 할 가장 작은 자연수는 3 이다. 그러므로 3 또는 3× (지수가 짝수인 수) 의 꼴이 아닌 것을 찾는다.

① 3

② 2×3

③ $2^2 \times 3$

④ 3^3

⑤ $2^4 \times 3$

12. 자연수 x, y 에 대하여 $\dfrac{2^2 \times 5}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값을 모두 구하면?

① $1, 4$　　② $4, 5$　　③ $5, 20$

④ $4, 5, 20$　　⑤ $1, 2, 4, 5, 20$

해설

$\dfrac{2^2 \times 5}{x} = y^2$ 을 만족하는 자연수 x 는 $5, 5 \times 2^2$ 이다.

13. 자연수 a 에 대하여 $P(a)$ 는 a 의 약수의 개수를 나타낸다고 할 때, 소인수분해를 이용하여 $P(P(630))$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

해설

$630 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로

$P(630) = (1+1) \times (2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 24$,

$24 = 2^3 \times 3$ 이므로

$P(P(630)) = P(24) = (3+1) \times (1+1) = 8$

14. 어떤 자연수 x 의 약수의 개수를 $R(x)$ 라 하고, $R(40) \times R(75) = a$ 라 할 때, $R(a)$ 의 값은?

① 10　　② 13　　③ 15　　④ 16　　⑤ 19

해설

$40 = 2^3 \times 5$ 이므로 $R(40) = (3+1) \times (1+1) = 8$ 이다.

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $R(75) = (1+1) \times (2+1) = 6$ 이다.

$\therefore\ 8 \times 6 = 48$

따라서 $48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $R(48) = (4+1) \times (1+1) = 10$ 이다.

15. $2^3 \times 5 \times 7^2$ 의 약수 중에서 35 의 배수의 개수는?

① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$2^3 \times 5 \times 7^2 = 2^3 \times 7 \times 35$ 이므로
약수 중 35 의 배수인 약수의 개수는 $2^3 \times 7$ 의 약수의 개수와 같다.
$\therefore\ (3+1)\times(1+1) = 8$ (개)