

1. 다항식  $(x^2 + 1)^4(x^3 + 1)^3$ 의 차수는?

- ① 5차    ② 7차    ③ 12차    ④ 17차    ⑤ 72차

해설

$(x^2 + 1)^4$ 는 8차식,  $(x^3 + 1)^3$ 은 9차식  
따라서  $(x^2 + 1)^4(x^3 + 1)^3$ 은  
 $8 + 9 = 17$ 차 다항식이다.

2.  $(3a+3b)-2b=3a+(3b-2b)=3a+b$ 에서 사용된 법칙을 순서대로 나열한 것은?

- ① 결합법칙, 결합법칙
- ② 교환법칙, 결합법칙
- ③ 교환법칙, 분배법칙
- ④ 결합법칙, 분배법칙
- ⑤ 분배법칙, 결합법칙

해설

$$\begin{aligned}(3a+3b)-2b &= 3a+(3b-2b) : \text{결합법칙} \\ &= 3a+(3-2)b : \text{분배법칙} \\ &= 3a+b\end{aligned}$$

3.  $x+y+z=3$ ,  $xy+yz+zx=-1$  일 때  $x^2+y^2+z^2$  의 값을 구하면?

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned}x^2+y^2+z^2 &= (x+y+z)^2 - 2(xy+yz+zx) \\ &= 9 + 2 = 11\end{aligned}$$

4. 다음 등식 중에서  $x$ 에 어떤 값을 대입하여도 항상 성립하는 것을 모두 고르면?

①  $(x-2)(x+2) = x^2 - 4$       ②  $x^2 - x = x(x+2)$

③  $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$       ④  $x(x-2) = 0$

⑤  $x + y = x - y$

해설

②는  $x = 0$ 일 때만 성립하고,  
④는  $x = 0, 2$ 일 때만 성립한다.  
그리고 ⑤는  $y = 0$ 일 때만 성립한다.  
①과 ③은 모든 실수에 대하여 성립한다.

5. 다음 등식이  $x$ 에 대한 항등식이 되도록 상수  $a, b, c$ 의 값을 정할 때,  $a + b + c$ 의 값은?

$$a(x-1)(x+1) + b(x-1) + c(x+1) = 2x^2 + x + 1$$

- ① 3      ② 2      ③ 1      ④ 0      ⑤ -1

해설

좌변을 전개하여 우변과 계수를 비교하면  
 $a = 2, b = -1, c = 2$

해설

$x^2$ 의 계수가 2이므로  $a = 2$   
 $x = 1$  대입,  $c = 2$   
 $x = -1$  대입,  $b = -1$   
 $\therefore a + b + c = 3$

6. 다항식  $x^{22} + x^{11} + 22x + 11$  을  $x + 1$  로 나눈 나머지는?

- ① -33    ② -22    ③ -11    ④ 11    ⑤ 33

해설

$f(x) = x^{22} + x^{11} + 22x + 11$  이라 하면,  
 $f(x) = (x + 1)Q(x) + R$  에서  $f(-1) = R$  이므로  
 $f(-1) = (-1)^{22} + (-1)^{11} - 22 + 11 = -11$

7. 다항식  $x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 일차식  $x - 2$ 로 나눌 때의 나머지는?

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - 2x^2 + 5x - 6 \\ &= (x - 2)Q(x) + R \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore f(2) &= 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 6 \\ &= 8 - 8 + 10 - 6 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\therefore R = 4$$

8.  $\frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{bx+c}{x^2+x+1}$ 가  $x \neq 1$ 인 모두 실수  $x$ 에 대해 항상 성립 하도록  $a, b, c$ 를 구할 때,  $a+b+c$ 의 값은?

- ① 2      ② -2      ③ 1      ④ -1      ⑤ 0

**해설**

우변의 분모를 통분하면

$$\frac{a(x^2+x+1) + (bx+c)(x-1)}{x^3-1}$$

$$= \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^3-1}$$

$$\therefore \frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^3-1}$$

분자의 계수를 비교하면

$$a+b=0, a-b+c=2, a-c=1$$

세 식을 연립하여 풀면  $a=1, b=-1, c=0$

$$\therefore a+b+c=0$$

9. 등식  $ax^2 - (2a+c)x - 1 = (b-2)x^2 + (b+3)x - c$ 가  $x$ 에 대한 항등식이 되도록 상수  $a, b, c$ 를 정할 때,  $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?

① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

해설

$$(\text{준식}) = (a - b + 2)x^2 - (2a + c + b + 3)x - 1 + c = 0$$

이 식이  $x$ 에 대한 항등식이므로

$$a - b + 2 = 0, \quad 2a + c + b + 3 = 0, \quad c = 1$$

$$\Rightarrow a = -2, \quad b = 0, \quad c = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 5$$

10.  $a, b$ 는 정수이고,  $ax^3 + bx^2 + 1$ 이  $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때,  $b$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1+a)x^2 + (1-a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1+a) = b, 1-a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

11.  $x$ 에 대한 다항식  $(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함)의 합은?

- ① 0      ② 16      ③ 32      ④ 64      ⑤ 1024

**해설**

$(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하여  $x$ 에 대한 내림차순으로 정리하면  $(4x^2 - 3x + 1)^5 = a_0x^{10} + a_1x^9 + a_2x^8 + \cdots + a_9x + a_{10}$ 과 같이 된다.

여기서 모든 계수들의 합

$a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$ 을 구하려면

$x = 1$ 을 대입하면 된다.

즉,  $(4 - 3 + 1)^5 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$

모든 계수들의 합은  $2^5 = 32$

12. 다항식  $f(x)$ 를 두 일차식  $x-1$ ,  $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때,  $f(x)$ 를  $x^2-3x+2$ 로 나눌 때 나머지는?

- ①  $x+3$                       ②  $-x+3$                       ③  $x-3$   
④  $-x-3$                       ⑤  $-x+1$

해설

$f(x)$ 를  $x-1$ ,  $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로  
 $f(1) = 2, f(2) = 1$ , 구하는 나머지를  $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

양변에 각각  $x=1$ ,  $x=2$ 를 대입하면  
 $f(1) = a+b=2$ ,  $f(2) = 2a+b=1$   
두 식을 연립하여 구하면  $a=-1, b=3$   
 $\therefore$  구하는 나머지는  $-x+3$

13. 다음 중 다항식  $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$  의 인수인 것은?

①  $a + c$

②  $a - b^2$

③  $a^2 - b^2 + c^2$

④  $a^2 + b^2 + c^2$

⑤  $a^2 + b^2 - c^2$

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\ &= a^3 - b^3 + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + c^2 - ab) \\ &= (a - b)(a^2 + b^2 + c^2) \end{aligned}$$

14.  $x^2 + y^2 + 2xy - x - y$ 을 인수분해 하면?

①  $(x - y)(x + y + 1)$

②  $(x + y)(x - y - 1)$

③  $(x - y)(x - y - 1)$

④  $(x + y)(x + y - 1)$

⑤  $(x + y)(x + y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + 2xy - x - y \\ &= (x + y)^2 - (x + y) = (x + y)(x + y - 1) \end{aligned}$$

15.  $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$ 가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수  $a, b$ 의 값은?

①  $a = 12, b = 9$

②  $a = -12, b = 9$

③  $a = 12, b = -9$

④  $a = -12, b = -9$

⑤  $a = 9, b = 12$

해설

$x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b = (x^2 + px + q)^2$ 으로 놓으면

이 식의 우변은

$$x^4 + 2x^2(px + q) + (px + q)^2$$

$$= x^4 + 2px^3 + (p^2 + 2q)x^2 + 2pqx + q^2$$

좌변과 계수를 비교하면

$$2p = 4, p^2 + 2q = -2$$

$$p = 2, q = -3 \text{에서}$$

$$a = 2pq = -12, b = q^2 = 9$$

16. 등식  $(2k+1)y - (k+3)x + 10 = 0$  이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수  $x, y$ 에 대하여  $x+y$ 의 값은?

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

해설

$$(\text{준식}) = (y - 3x + 10) + (2y - x)k = 0$$

$$\therefore 2y = x, y - 3x = -10$$

$$\therefore x = 4, y = 2$$

$$\therefore x + y = 6$$

17.  $x$ 에 관계없이  $\frac{x-a}{2x-b}$ 가 항상 일정한 값을 가질 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $\frac{b}{a}$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \frac{x-a}{2x-b} &= k \text{라 놓으면,} \\ (2k-1)x + (a-bk) &= 0 \\ \therefore 2k-1 &= 0, a=bk \text{이므로} \\ k &= \frac{1}{2}, a = \frac{1}{2}b \text{이다.} \\ \therefore \frac{b}{a} &= 2 \end{aligned}$$

18. 다항식  $f(x)$ 를  $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지가  $4x+3$ 일 때  $f(2x)$ 를  $x-1$ 로 나눈 나머지는?

- ① -1      ② 0      ③ 3      ④ 7      ⑤ 11

해설

$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + 4x + 3$   
 $x=2$ 를 대입하면  $f(2) = 11$   
 $f(2x)$ 를  $x-1$ 로 나눈 나머지를  $R$ 이라 하면  
 $f(2x) = (x-1)Q'(x) + R$   
 $x=1$ 을 대입하면  $f(2) = R$   
 $\therefore R = 11$

19. 다항식  $f(x)$ 를  $(3x+2)(x-4)$ 로 나눈 나머지가  $-2x+1$ 일 때,  $f(x^2+3)$ 을  $x-1$ 로 나눈 나머지는?

- ① 7      ② 4      ③ 0      ④ -4      ⑤ -7

해설

$$f(x) = (3x+2)(x-4)Q(x) - 2x+1 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(x^2+3) = (x-1)Q'(x) + R \cdots \textcircled{2}$$

①의 양변에  $x=4$ 를 대입하면  $f(4) = -7$

②의 양변에  $x=1$ 을 대입하면  $f(4) = R$

$\therefore R = -7$

20.  $[a, b, c] = a(b^2 - c^2)$  일 때,  $[a, b, c] + [b, c, a] + [c, a, b]$ 의 인수인 것은?

①  $a - b$

②  $b + c$

③  $c + a$

④  $a + b + c$

⑤  $abc$

해설

$$\begin{aligned} & [a, b, c] + [b, c, a] + [c, a, b] \\ &= a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2) \\ &= ab^2 - ac^2 + bc^2 - ba^2 + ca^2 - cb^2 \\ &= a^2(c - b) - a(c^2 - b^2) + bc(c - b) \\ &= (c - b)(a^2 - a(c + b) + bc) \\ &= (c - b)(a - b)(a - c) \end{aligned}$$

21. 임의의 두 다항식  $A, B$ 에 대하여 연산  $*$ 를  $A * B = A^2 + B^2 - A - B$ 라 할 때, 다음 중  $(x+1) * X = 2(x+1)^2$ 을 만족하는 다항식  $X$ 는?

①  $x - 1$

②  $x + 2$

③  $2(x - 2)$

④  $2(x + 3)$

⑤  $(x + 1)(x - 2)$

해설

주어진 조건에 의해, 식을 전개하면 다음과 같다.

$$x^2 + x + X^2 - X = 2x^2 + 4x + 2$$

$$X^2 - X = x^2 + 3x + 2,$$

$$[X - (x + 2)][X + (x + 1)]$$

따라서  $X = x + 2$  또는  $X = -x - 1$