

1. 다항식 $(x^3 + x^2 - 2x - 1)^5$ 을 전개한 식이 $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_{14}x^{14} + a_{15}x^{15}$ 일 때, $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots + a_{14} - a_{15}$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & (x^3 + x^2 - 2x - 1)^5 \\ &= a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_{14}x^{14} + a_{15}x^{15} \\ & \text{양변에 } x = -1 \text{ 을 대입하면} \\ & (-1 + 1 + 2 - 1)^5 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots + a_{14} - a_{15} = 1 \end{aligned}$$

2. $x^3 - x^2 + 2 = (x + 1)^3 + a(x + 1)^2 + b(x + 1) + c$ 가 항등식일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

해설

조립제법에 의한 방법으로 풀면

-1	1	-1	0	2
		-1	2	-2
-1	1	-2	2	0
		-1	3	
-1	1	-3	5	
		-1		
	1	-4		

$\therefore a = -4, b = 5, c = 0$

$\therefore a + b + c = 1$

해설

주어진 식의 양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$2 = 1 + a + b + c$

$\therefore a + b + c = 1$

3. 등식 $2x^2 + x + 5 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ 가 x 에 대한 항등식일 때 $a + b + c$ 의 값은?

① 12

② 15

③ 18

④ 21

⑤ 24

해설

좌변을 전개하여 계수를 비교해서 a, b, c 를 구할 수 있다.
여기에서는 계수의 합을 구하는 것이므로 양변에 $x = 2$ 를 대입해서 구한다.

$$15 = a + b + c$$

4. x 에 대한 항등식 $(x^2 - x - 1)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_6x^6$ 에서 $a_1 + a_3 + a_5$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

양변에 $x = 1$ 을 대입하면,
 $-1 = a_0 + a_1 + \cdots + a_6 \cdots \textcircled{㉠}$
양변에 $x = -1$ 을 대입하면,
 $1 = a_0 - a_1 + \cdots + a_6 \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$: $-2 = 2(a_1 + a_3 + a_5)$
 $\therefore a_1 + a_3 + a_5 = -1$

5. x 에 대한 항등식 $(1+2x-x^2)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{10}x^{10}$ 에서 $3a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10}$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

i) 항등식의 상수항 : $a_0 = 1$
ii) 항등식에 $x = 1, x = -1$ 을 대입하여 식을 만든다.
 $x = 1$ 을 대입하면 $2^5 = a_0 + a_1 + \cdots + a_{10} \cdots \textcircled{1}$
 $x = -1$ 을 대입하면 $(-2)^5 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 \cdots + a_{10} \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1} + \textcircled{2}$: $0 = 2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10})$
 $\therefore a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10} = 0$
 $3a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10} = 2(\because a_0 = 1)$