

1. 1 부터 50 까지의 정수 중에서 3 또는 5 의 배수의 개수는?

- ① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

해설

3 의 배수가 나오는 사건을 A ,
5 의 배수가 나오는 사건을 B 라 하면
 $n(A) = 16$, $n(B) = 10$
 $A \cap B$ 는 3 과 5 의 공배수,
즉 15 의 배수이므로 $n(A \cap B) = 3$
 $\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 16 + 10 - 3 = 23(\text{개})$

2. ${}_8P_r = 336$ 을 만족시키는 자연수 r 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$336 = 8 \times 7 \times 6$ 에서
 $r = 3$

3. 조부모님, 부모님을 포함한 7명의 가족이 일렬로 서서 사진을 찍으려고 한다. 사진을 찍는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 5040 가지

해설

${}_7P_7 = 7! = 5040$ (가지)

4. 알파벳 a, b, c, d, e, f 가 각각 적힌 여섯 장의 카드가 있다. 이 중 두 장을 뽑아 만들 수 있는 단어의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$${}_6P_2 = 6 \times 5 = 30$$

5. 월드컵 예선전과 같이 출전한 모든 팀들이 다른 팀들과 각각 한 번씩 시합을 하는 게임 방식을 리그전이라고 한다. 아시아 8 개국이 친선 축구 시합을 리그전으로 하려고 한다. 이 때, 총 시합의 수는?

① 21 ② 24 ③ 28 ④ 30 ⑤ 33

해설

게임은 두 팀씩 하는 것이므로 8개 팀에서 두 팀을 뽑는 조합의 수와 같다.

$$\therefore {}_8C_2 = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

6. 216 과 360 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

- ① 8 개 ② 9 개 ③ 12 개 ④ 15 개 ⑤ 16 개

해설

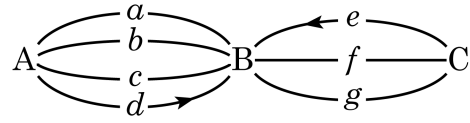
두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로

$$216 = 2^3 \times 3^3,$$

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \text{ 에서 G.C.D.는 } 2^3 \times 3^2$$

$$\text{따라서 공약수의 개수는 } (3 + 1)(2 + 1) = 12$$

7. 다음 그림과 같은 도로망에서 도로 d 와 e 는 화살표 방향으로 일방통행만 되고 그 외의 도로는 양쪽 방향으로 통행이 된다고 할 때, A 지점에서 출발하여 B 지점을 거쳐 C 지점까지 갔다가 다시 B 지점을 거쳐 A 지점까지 되돌아 오는 길의 가지수는?



- ① 12 개 ② 36 개 ③ 64 개
④ 72 개 ⑤ 144 개

해설

$A \rightarrow B$, $B \rightarrow C$, $C \rightarrow B$, $B \rightarrow A$ 의 길의 가지수는 각각 4, 2, 3, 3
이므로 구하는 길의 가지수는 $4 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$ (개)이다.

8. 남학생 4 명과 여학생 2 명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리 이웃하여
서는 방법은 몇 가지인가?

① 60 가지

② 120 가지

③ 180 가지

④ 240 가지

⑤ 300 가지

해설

4 명의 남학생과 2 명의 여학생 중에서 여학생 2 명을 한 묶음
으로 생각하여 5 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5!$ 이고, 묶음
안에서 여학생 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2 이므로,
구하는 경우의 수는, $5! \times 2 = 240$ (가지) 이다.

9. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 남녀 교대로 서는 경우의 수를 구하여라.

① 72 ② 112 ③ 144 ④ 216 ⑤ 288

해설

남자 4명을 줄 세운 다음 그 사이 사이에 여자 3명을 배치한다.
 $4! \times 3! = 144$

10. 다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 세 자리의 자연수를 만들 때, 5 의 배수의 개수는?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 만든 세 자리의 자연수가 5 의 배수하려면 일의 자리의 수가 5 이어야 한다.

따라서, 1, 2, 3, 4 에서 서로 다른 두 숫자를 택하여 백의 자리와 십의 자리에 배열하면 되므로 구하는 5 의 배수의 개수는 ${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$ (개)

11. 남자 4명, 여자 6명 중에서 남자 2명, 여자 3명을 뽑는 방법은 몇 가지인가?

① 36

② 72

③ 120

④ 144

⑤ 156

해설

$${}_4C_2 \times {}_6C_3 = 120$$

12. 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않은 7 개의 점이 있을 때, 점을 연결하여 만들 수 있는 직선의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 7 개

▷ 정답 : 21 개

해설

$${}_7C_2 = 21$$

13. 5000 원 짜리 지폐가 2 장, 1000 원짜리 지폐가 3 장, 500 원짜리 동전이 4 개 있다. 이 동전의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 방법의 수를 구하여라.

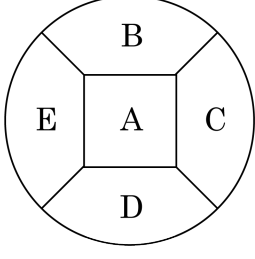
▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 59 가지

해설

5000 원짜리 지폐를 지불하는 방법의 수는 3 가지
1000 원짜리 지폐를 지불하는 방법의 수는 4 가지
500 원짜리 동전을 지불하는 방법의 수는 5 가지
이때 지불하지 않는 경우가 1 가지이므로
구하는 방법의 수는 $3 \times 4 \times 5 - 1 = 59$

14. 그림의 A, B, C, D, E 5 개의 영역을 5 가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 인접한 부분은 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠하는 경우의 수는?



- ① 160 ② 270 ③ 360 ④ 420 ⑤ 540

해설

A 를 먼저 칠할 때 선택할 수 있는 방법은 5 가지이다. 그 다음 B 를 칠할 때 선택할 수 있는 방법은 4 가지, C 를 칠할 수 있는 방법은 3 가지이다.

(i) B 와 D 가 다른 색인 경우

D 에 칠할 수 있는 색은 A, B, C 에 칠한 색을 제외한 2 가지이고 E 에 칠할 수 있는 색은 A, B, D 에 칠한 색을 제외한 2 가지이므로

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 2 = 240 \text{ (가지)}$$

(ii) B 와 D 가 같은 색인 경우

D 에 칠할 수 있는 색은 B 와 동일하므로 1 가지이고 E 에 칠할 수 있는 색은 $A, B(= D)$ 에 칠한 색을 제외한 3 가지이므로

$$5 \times 4 \times 3 \times 1 \times 3 = 180 \text{ (가지)}$$

따라서 (i) (ii)에서 $240 + 180 = 420$ (가지)

15. 연립방정식 $\begin{cases} y = ax - b \\ y = 2ax + b \end{cases}$ 에서 $ab = 8$ 이다.

이 때, 연립방정식의 해 x, y 의 값이 정수가 되는 경우의 수를 구하면?
(단, a, b 의 값은 모두 자연수이다.)

- ① 1 가지 ② 2 가지 ③ 3 가지
④ 4 가지 ⑤ 5 가지

해설

$$\begin{cases} y = ax - b \cdots \textcircled{A} \\ y = 2ax + b \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$$\textcircled{B} - \textcircled{A} \text{에서 } x = -\frac{2b}{a} \cdots \textcircled{C}$$

그런데 $ab = 8$ 을 만족하는 자연수의 순서쌍 (a, b) 는
 $(1, 8), (2, 4), (4, 2), (8, 1)$ 의 4 가지이므로 이를 $\textcircled{C}$ 에 대입하여
 x 의 값을 구하면 다음과 같다.

$$(1, 8) \text{ 일 때, } x = -\frac{2 \times 8}{1} = -16$$

$$(2, 4) \text{ 일 때, } x = -\frac{2 \times 4}{2} = -4$$

$$(4, 2) \text{ 일 때, } x = -\frac{2 \times 2}{4} = -1$$

$$(8, 1) \text{ 일 때, } x = -\frac{2 \times 1}{8} = -\frac{1}{4}$$

따라서 x, y 의 값이 정수가 되는 경우는 모두 3 가지이다.

16. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 여자끼리는 이웃하지 않도록
서는 경우의 수는?

① 720

② 960

③ 1280

④ 1440

⑤ 1560

해설

먼저 남자 4명을 줄 세운 다음 양 끝과 남자 사이의 5자리 중 3
자리를 골라 여자들을 배치한다.

$$4! \times {}_5P_3 = 1440$$

17. a, b, c, d, e의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, c가 d보다 앞에 오게 되는 방법의 수는?

① 24 ② 30 ③ 60 ④ 72 ⑤ 120

해설

c와 d를 같은 문자로 생각하여 5개의 문자를 나열하는 방법과 같다.

$$\therefore \frac{5!}{2!} = 60$$

18. ‘korea’의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 적어도 한 쪽 끝이 자음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 8 개

▷ 정답 : 84 개

해설

전체 경우의 수에서 양 쪽 끝이 모두 모음인 경우를 제외한다.

$$5! - {}_3P_2 \times 3! = 84$$

19. 여섯 개의 수 3, 4, 5, 6, 7, 8 에서 서로 다른 두 수 p, q 를 택하여 이차방정식 $px^2 + qx = 0$ 을 만들 때, 만들 수 있는 집합 $A = \{x|px^2 + qx = 0\}$ 의 개수는?

① 22 ② 23 ③ 24 ④ 25 ⑤ 26

해설

6 개의 수 중에서 2 개를 택하여 p, q 에 나열하는 경우의 수를 생각한다.

$${}_6P_2 = 6 \times 5 = 30 \text{ 개.}$$

이 중에서 $p = 3, q = 6$ 인 경우와 $p = 4, q = 8$ 인 경우의 해는 같아진다.

따라서 이와 같은 경우를 찾으면,

$$p = 6, q = 3 \text{ 과 } p = 8, q = 4$$

$$p = 3, q = 4 \text{ 과 } p = 6, q = 8$$

$$p = 4, q = 3 \text{ 과 } p = 8, q = 6$$

이므로 구하고자 하는 경우의 수는

$$30 - 4 = 26(\text{개}) \text{ 이다.}$$

20. 다음 등식을 만족시키는 n 의 값을 구하여라.

$${}_{n+2}C_4 = 11 {}_nC_2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 10$

해설

$${}_{n+2}C_4 = \frac{(n+2)(n+1)n(n-1)}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1},$$

$${}_nC_2 = \frac{n(n-1)}{2 \cdot 1} \text{ 이므로 조건식은}$$

$$\frac{(n+2)(n+1)n(n-1)}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 11 \times \frac{n(n-1)}{2 \cdot 1}$$

$n \geq 2$ 이므로 양변을 $n(n-1)$ 로 나누면

$$(n+2)(n+1) = 12 \cdot 11$$

$$\therefore (n-10)(n+13) = 0$$

$$n+13 \neq 0 \text{ 이므로 } n-10 = 0$$

$$\therefore n = 10$$

21. 여자가 3명 포함된 10명의 국회 의원 모임에서 3명의 대표를 선출할 때, 적어도 2명의 여자 국회 의원이 대표가 되는 경우의 수는?

① 22 ② 26 ③ 32 ④ 34 ⑤ 45

해설

전체의 경우의 수에서 여자 대표가 1명만 뽑히는 경우와 한 명도 뽑히지 않은 경우의 수를 빼준다.

$$\therefore {}_{10}C_3 - ({}_3C_1 \times {}_7C_2 + {}_7C_3) = 22$$

22. 5 명의 남자와 4 명의 여자로 구성되어 있는 모임에서 임의로 3 명을 뽑을 때, 그 중에 남자 2 명, 여자 1 명을 포함하고 남자들이 이웃하게 서는 방법의 수는?

① 40 ② 60 ③ 80 ④ 120 ⑤ 160

해설

남자 5명, 여자 4명에서 남자 2명, 여자 1명을 뽑는 방법의 수는 ${}_5C_2 \times {}_4C_1$ 이고
남자 2명과 여자 1명이 일렬로 서는데 남자가 이웃하게 서는 방법의 수는 $2! \times 2$ 이므로
구하는 방법의 수는 ${}_5C_2 \times {}_4C_1 \times 2! \times 2 = 160$

23. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1, 2\}$ 에서 $Y = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 f 의 개수를 구하여라. (단, $a \in X, b \in Y$)

$a < b$ 이면 $f(a) > f(b)$ 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5개

해설

Y 의 원소 5개 중 X 의 원소 $-1, 0, 1, 2$ 에 대응될 원소 4개를 뽑으면 된다.
 $\therefore {}_5C_4 = 5(\text{개})$

24. 서로 다른 9 개의 사탕이 있을 때, 사탕을 3 개씩 세 묶음으로 나누는 경우의 수를 구하여라

▶ 답: 가지

▷ 정답 : 280가지

해설

$${}_9C_3 \times {}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{3!} = 280$$

25. 서로 다른 15 종류의 꽃이 있다. 5개씩 세 사람에게 나누어 주는 방법은 몇 가지인가?
- ① ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5$
 - ② ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{3!}$
 - ③ ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times 3!$
 - ④ ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{3!} \times 3!$
 - ⑤ ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5$

해설

5개씩 3 뭉치로 나누고 다시 세 사람에게 나누어 주므로
 ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{3!} \times 3! = 756756$ (가지)