

1. 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $x^2 + 4x - 2 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = 2 \pm \sqrt{6}$ ② $x = -2 \pm \sqrt{2}$ ③ $x = -2 \pm \sqrt{6}$
④ $x = 2 \pm \sqrt{2}$ ⑤ $x = 2 \pm \sqrt{3}$

해설

근의 짝수공식에 대입하면,

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 1 \times (-2)}}{1} = -2 \pm \sqrt{6} \text{이다.}$$

2. $(x+y)(x+y-6)-16=0$ 일 때, $x+y$ 의 값들의 합은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$x+y=A$ 라고 하면

$$A(A-6)-16=0$$

$$A^2-6A-16=0$$

$$(A-8)(A+2)=0$$

$$\therefore x+y=8 \text{ 또는 } x+y=-2$$

따라서 $x+y$ 의 값들의 합은 $8+(-2)=6$ 이다.

3. 다음 이차방정식이 해를 1 개 가질 때 k 의 값은?

$$x^2 - 8x + 9 - k = 0$$

- ① -7 ② -2 ③ 7 ④ 17 ⑤ 25

해설

중근을 가질 때 판별식 $D = 0$

$$D = (-8)^2 - 4(9 - k) = 0$$

$$\therefore k = -7$$

4. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$
$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$
$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$

④ $-\frac{b}{a}$

⑤ $-\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$
$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$
$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$
$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

5. 이차방정식 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - kx - 20 = 0$ 의 근일 때 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{11}{2}$

해설

$2x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 두 근은 $x = \frac{1}{2}, 2$ 이므로 합은 $\frac{5}{2}$ 이고

이것이 $x^2 - kx - 20 = 0$ 의 근이므로 $\frac{25}{4} - \frac{5}{2}k - 20 = 0, \frac{5}{2}k = -\frac{55}{4}$

$\therefore k = -\frac{11}{2}$

6. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 양수를 a 라 할 때, $n < a < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x^2 + 4x - 1 = 0 \text{ 의 두 근은 } x = -2 \pm \sqrt{5}$$

$$a \text{ 는 양수이므로 } a = -2 + \sqrt{5}$$

$$0 < -2 + \sqrt{5} < 1$$

$$\therefore n = 0$$

7. 두 방정식 $x^2 - 0.3x - 0.1 = 0$, $\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} = 0$ 에 대해 공통근은?

① $-\frac{1}{5}$

② -3

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ 2

해설

i) $x^2 - 0.3x - 0.1 = 0$

$10x^2 - 3x - 1 = 0$

$(5x + 1)(2x - 1) = 0$

$\therefore x = -\frac{1}{5}$ 또는 $x = \frac{1}{2}$

ii) $\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} = 0$

$2x^2 + 5x - 3 = 0$

$(2x - 1)(x + 3) = 0$

$\therefore x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = -3$

따라서 공통근은 $x = \frac{1}{2}$ 이다.

8. 다음과 같은 방정식에서 $2y - 3x$ 의 값을 구하여라. (단, $x \neq -y$)

$$\frac{3(x+1)^2 - 2(1-y)^2}{2(x+1)(1-y)} = \frac{1}{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x + 1 = X, 1 - y = Y$ 로 치환하면

$$3X^2 - XY - 2Y^2 = 0$$

$$(3X + 2Y)(X - Y) = 0$$

i) $X = Y$ 일 때

$$x + 1 = 1 - y$$

$x = -y$ 이므로 조건에 맞지 않는다.

ii) $3X = -2Y$ 일 때

$$3(x + 1) = -2(1 - y)$$

$$3x - 2y = -5$$

$$\therefore 2y - 3x = -(-5) = 5$$

9. 다음 식이 x 에 관한 일차식의 완전제곱식이 되도록 하는 k 의 값을 구하여라.

$$\frac{4x^2 + 3x + (k + 1)}{12}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{7}{16}$

해설

$\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{k+1}{12} = 0$ 의 이차방정식으로 보면 중근을 갖는 경우이다.

양변에 12를 곱하면

$$4x^2 + 3x + k + 1 = 0$$

$$D = 9 - 4 \times 4(k + 1) = 0$$

$$9 - 16k - 16 = 0, 16k = -7$$

$$\therefore k = -\frac{7}{16}$$

10. 다음 이차방정식의 근을 구하면?

$$0.5(x-2)(x+1) = \frac{1}{3}(x-2)^2$$

- ① 1, -7 ② -7, 2 ③ -4, 9 ④ 3, -5 ⑤ 14, 1

해설

양변에 6을 곱하면

$$3(x-2)(x+1) = 2(x-2)^2$$

$$3x^2 - 3x - 6 = 2x^2 - 8x + 8$$

$$x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$(x+7)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -7 \text{ 또는 } x = 2$$

11. 직선 $y = ax + b$ 의 그래프가 2, 3, 4 분면을 지날 때, x 에 대한 이차 방정식 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 근의 개수에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① 서로 다른 두 실근을 갖는다.
② 하나의 중근을 갖는다.
③ 근은 존재하지 않는다.
④ 근의 개수는 무한하다.
⑤ 알 수 없다.

해설

직선 $y = ax + b$ 의 기울기와 y 절편이 모두 음수이므로 $a < 0$, $b < 0$,
 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 에서 $D = b^2 - 4a > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

12. $2x^2 - 8x - k = 0$ 이 중근을 가질 때, $3x^2 - (1 - k)x + 3 = 0$ 의 근을 구하면?

① $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

② $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

③ $\frac{-3 \pm \sqrt{7}}{2}$

④ $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{3}$

⑤ $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{3}$

해설

$2x^2 - 8x - k = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = (-8)^2 + 4 \times 2 \times k = 0, k = -8$$

$3x^2 - (1 - k)x + 3 = 0$ 에 $k = -8$ 을 대입하면

$$3x^2 - 9x + 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 36}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

13. 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 두 근이 연속하는 정수이고, q 가 소수일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라. (단 p 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 1$ (α 는 정수) 이라 하면

$$\alpha + (\alpha + 1) = 2\alpha + 1 = -p,$$

$$\alpha = \frac{-p-1}{2} \dots \textcircled{1}$$

$$\alpha(\alpha + 1) = q \dots \textcircled{2}$$

①을 ②에 대입하여

$$\text{정리하면 } p^2 - 4q = 1 \dots \textcircled{3}$$

③으로부터 q 는 짝수가 됨을 알 수 있고 q 는 소수이므로 $q = 2$

$q = 2$ 를 ③에 대입하면 자연수 $p = 3$

$$\therefore p = 3, q = 2$$

$$\therefore p + q = 3 + 2 = 5$$

14. 이차방정식 $2x^2 - 6x + (1 + a) = 0$ 의 두 근이 모두 정수가 되도록 하는 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

x 는 정수이므로 주어진 이차방정식은 실근을 가져야 한다.

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 2(1 + a) \geq 0, 9 - 2 - 2a \geq 0, 7 - 2a \geq 0$$

$$\therefore a \leq \frac{7}{2}$$

a 는 자연수이므로 1, 2, 3 중 하나이다.

(1) $a = 1$ 일 때, $2x^2 - 6x + 2 = 0$ 근이 정수가 되지 않으므로 부적합하다.

(2) $a = 2$ 일 때, $2x^2 - 6x + 3 = 0$ 근이 정수가 되지 않으므로 부적합하다.

(3) $a = 3$ 일 때, $2x^2 - 6x + 4 = 0, x^2 - 3x + 2 = 0, (x-1)(x-2) = 0$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 (1), (2), (3)에서 구하는 a 의 값은 3이다.