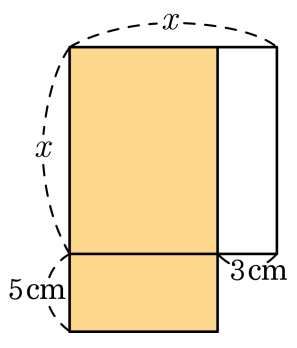
1. $7(x+a)^2+(4x+b)(x-5)$ 를 간단히 하면 x 의 계수가 1 이다. $a,\ b$ 가 자연수일 때, 상수항은?

① -28 ② -10 ③ 4 ④ 20 ⑤ 35

해설

$7(x^2+2ax+a^2)+(4x^2-20x+bx-5b)$
$=11x^2+(14a-20+b)x+7a^2-5b$
x 의 계수는 $14a-20+b=1$
$14a+b=21$
$\therefore a=1,\ b=7(\because a,\ b$는 자연수$)$
따라서상수항은 $7a^2-5b=7-35=-28$ 이다.

2. 다음 그림과 같은 색칠한 도형의 넓이는?



① $x^2+2x+15$ ② $x^2+2x-15$ ③ $x^2-2x-15$
④ $x^2+3x-15$ ⑤ $x^2-3x-15$

해설

(직사각형의 넓이) $=$ (가로) $\times$ (세로)
$= (x-3)(x+5)$
$= x^2+2x-15$

3. $(x+y)(x-y-2)$를 전개한 것은?

① $x^2-y^2-2x-2y$　　② $x^2-y^2-2x+2y$

③ $x^2-y^2+2x+2y$　　④ $x^2+y^2-2x-2y$

⑤ $x^2-y^2+2x-2y$

해설

$(x+y)(x-y-2)$
$=(x+y)(x-y)-2(x+y)$
$=x^2-y^2-2x-2y$

4. $x(x-1)(x+1)(x-2)$ 을 전개할 때, x^2 의 계수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x(x-1)(x+1)(x-2)$
$= \{x(x-1)\}\{(x+1)(x-2)\}$
$= (x^2-x)(x^2-x-2)$
x^2 의 계수를 구해야 하므로 $-2x^2+x^2=-x^2$ 에서 x^2 의 계수는 -1 이다.

5. $[a,\ b] = (a+b)^2$ 일 때, $[2x,\ -3y] - 2 \times [-x,\ 2y]$ 를 간단히 하면?

① $2x^2 - 4xy - 2y^2$
② $2x^2 - 4xy + 2y^2$
③ $2x^2 - 4xy + y^2$
④ $2x^2 + 4xy + y^2$
⑤ $2x^2 + 4xy + 4y^2$

해설

$(2x-3y)^2 - 2 \times (-x+2y)^2$
$= 4x^2 - 12xy + 9y^2 - 2(x^2 - 4xy + 4y^2)$
$= 2x^2 - 4xy + y^2$

6. $\left(\frac{1}{3}a-4\right)^2$ 을 계산할 때, a 의 계수는?

① -8 ② $-\frac{8}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

해설

$\left(\frac{1}{3}a\right)^2-2\times\frac{1}{3}a\times4+4^2=\frac{1}{9}a^2-\frac{8}{3}a+16$ 이므로 a 의 계수는 $-\frac{8}{3}$ 이다.

7. $(4x-a)\left(3x+\frac{1}{3}\right)$ 의 전개식에서 x 의 계수와 상수항이 서로 같을 때, 상수 a 의 값은?

① $-\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$(4x-a)\left(3x+\frac{1}{3}\right)=12x^2+\left(-3a+\frac{4}{3}\right)x-\frac{1}{3}a$

$-3a+\frac{4}{3}=-\frac{1}{3}a$

$\therefore\ a=\frac{1}{2}$

8. 다음 중 $(2x+3y+1)(2x-3y+1)$을 바르게 전개한 것은?

① $4x^2+9y^2-4x+1$
② $4x^2-9y^2+4x+1$
③ $4x^2+9y^2+4x+1$
④ $4x^2-9y^2-4x+1$
⑤ $4x^2-9y^2+1$

해설

$2x+1=t$라 하면
$(2x+1+3y)(2x+1-3y)$
$=(t+3y)(t-3y)=t^2-9y^2$
$=(2x+1)^2-9y^2$
$=4x^2+4x+1-9y^2$

9. 곱셈 공식을 이용하여 $\frac{1003 \times 1005 + 1}{1004}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1004

해설

$$\frac{(1004-1)(1004+1)+1}{1004} = \frac{1004^2 - 1 + 1}{1004}$$
$$= 1004$$

10. $(2x-3y+1)(2x+3y-1)$ 을 전개하면?

① $4x^2-3y^2-1$
② $4x^2-9y^2-1$
③ $4x^2-9y^2+6y-1$
④ $4x^2+6y^2-3y-1$
⑤ $4x^2-3y^2+6y-1$

해설

$(2x-3y+1)(2x+3y-1)$
$=\{2x-(3y-1)\}\{2x+(3y-1)\}$
$=(2x)^2-(3y-1)^2$
$=4x^2-(9y^2-6y+1)$
$=4x^2-9y^2+6y-1$

11. $2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)=3^a+b$일 때, 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① 15　　② 16　　③ -15　　④ -16　　⑤ 9

해설

$2=3-1$ 이므로

$(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$

$=(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$

$=(3^4-1)(3^4+1)(3^8+1)$

$=(3^8-1)(3^8+1)$

$=3^{16}-1$

$a=16,\ b=-1$

$\therefore\ a+b=15$

12. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 x^2+Cx-3 이 되었다. 다음 중 C 의 값이 될 수 있는 것은?(단, A, B, C 는 정수이다.)

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$(x+A)(x+B) = x^2+(A+B)x+AB = x^2+Cx-3$ 이므로 $A+B=C$, $AB=-3$ 이다. 따라서 $C=(1-3,\ -1+3,\ 3-1,\ -3+1)=(-2,\ 2)$ 이다.

13. $a+b=3$, $a^2+b^2=5$, $a>b$ 일 때, $\dfrac{ab}{a-b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=5$ 에서 $ab=2$

$(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$ 이므로

$\therefore\ a-b=1\ (\because\ a>b)$

$\therefore\ \dfrac{ab}{a-b}=\dfrac{2}{1}=2$

14. $x+y+z=1$, $x^2+y^2+z^2=5$ 일 때, $xy+yz+zx$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

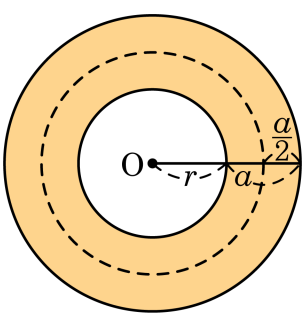
▷ 정답 : -2

해설

$x^2+y^2+z^2=(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)$ 이므로 $5=1-2(xy+yz+zx)$

$\therefore\ (xy+yz+zx)=-2$

15. 다음 그림에서 어두운 부분의 넓이를 a, b 를 써서 나타내면? (단, b 는 점선의 원주의 길이)



① ab ② $2ab$ ③ πab ④ $2\pi ab$ ⑤ πa^2b^2

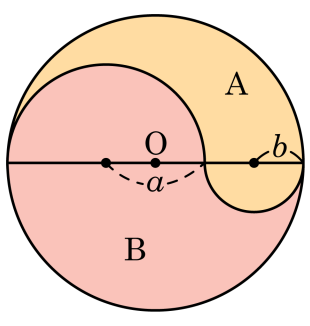
해설

$b = 2\pi\left(r + \frac{a}{2}\right) = 2\pi r + \pi a = \pi(2r + a)$

어두운 부분의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \pi(a+r)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi(a^2 + 2ar + r^2 - r^2) \\ &= \pi a(a + 2r) \\ &= a\left\{\pi(a + 2r)\right\} \\ &= ab \end{aligned}$$

16. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 a , b 인 반원으로 큰 원 O 를 A, B 두 부분으로 나누었다. 이 때, A, B 의 넓이의 차는?



① $\pi(a+b)(a+b)$　　② $\pi(a-b)(a-b)$

③ $\pi(b-a)(b-a)$　　④ $\pi(a+b)(a-b)$

⑤ $\pi(a+b)(b-a)$

해설

(A 의 넓이)

$= \pi\left(\frac{2a+2b}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} - \pi a^2 \times \frac{1}{2} + \pi b^2 \times \frac{1}{2}$

$= \frac{\pi}{2}\left\{(a+b)^2 - a^2 + b^2\right\}$

$= \frac{\pi}{2}(2ab + 2b^2)$

$= \pi(ab + b^2)$

(B 의 넓이)

$= \pi\left(\frac{2a+2b}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} + \pi a^2 \times \frac{1}{2} - \pi b^2 \times \frac{1}{2}$

$= \frac{\pi}{2}\left\{(a+b)^2 + a^2 - b^2\right\}$

$= \frac{\pi}{2}(2ab + 2a^2)$

$= \pi(ab + a^2)$

$\therefore$ B − A $= \pi(ab + a^2) - \pi(ab + b^2)$

$= \pi(a^2 - b^2)$

$= \pi(a-b)(a+b)$

17. $x = a(a+5)$ 일 때, $(a-1)(a+2)(a+3)(a+6)$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $x^2 - 36$　　② $x^2 - 6$　　③ $x^2 + 6$
④ $x^2 + 36$　　⑤ $x^2 - 12x + 36$

해설

$x = a(a+5) = a^2 + 5a$일 때,
$(a-1)(a+2)(a+3)(a+6)$
$= \{(a-1)(a+6)\}\{(a+2)(a+3)\}$
$= (a^2 + 5a - 6)(a^2 + 5a + 6)$
$= (x-6)(x+6)$
$= x^2 - 36$

18. 다음 식의 값을 곱셈공식을 활용하여 구하려고 한다. (　　) 에 알맞은 수는?

$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})+2^{63}$ $=2^{(\quad)}$

① 126　② 127　③ 128　④ 129　⑤ 130

해설

$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$ 에 $\frac{1}{2}\times(4-2)$ 를 곱한다.

($\frac{1}{2}\times(4-2)=1$ 이므로 식의 값은 변하지 않는다.)

$\frac{1}{2}(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$

$=\frac{1}{2}\times(4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$

$=\frac{1}{2}\times(4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$

$=\frac{1}{2}\times(4^8-2^8)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$

$=\frac{1}{2}\times(4^{16}-2^{16})(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$

$=\frac{1}{2}\times(4^{32}-2^{32})(4^{32}+2^{32})=\frac{1}{2}(4^{64}-2^{64})$

$=\frac{1}{2}(2^{128}-2^{64})$

$=2^{127}-2^{63}$

따라서 주어진 식은 $(2^{127}-2^{63})+2^{63}=2^{(\quad)}$ 이므로

$\therefore\ 2^{(\quad)}=2^{127}$　　$\therefore\ (\quad)=127$

19. $x=-3$, $y=5$ 일 때, $(x^2+y^2)^2-(x^2-y^2)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 900

해설

주어진 식을 간단히 하면

$(x^2+y^2)^2-(x^2-y^2)^2$

$=x^4+2x^2y^2+y^4-x^4+2x^2y^2-y^4$

$=4x^2y^2=4(xy)^2$

$xy=-15$ 이므로

$\therefore\ (x^2+y^2)^2-(x^2-y^2)^2=4(xy)^2$

$=4\times(-15)^2$

$=900$