

1. $7(x+a)^2 + (4x+b)(x-5)$ 를 간단히 하면 x 의 계수가 1이다. a, b 가 자연수일 때, 상수항은?

① -28

② -10

③ 4

④ 20

⑤ 35

해설

$$\begin{aligned} & 7(x^2 + 2ax + a^2) + (4x^2 - 20x + bx - 5b) \\ &= 11x^2 + (14a - 20 + b)x + 7a^2 - 5b \end{aligned}$$

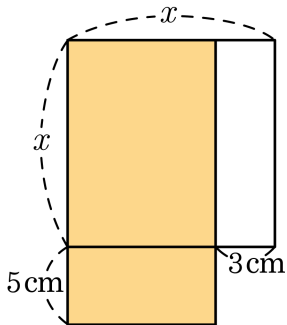
x 의 계수는 $14a - 20 + b = 1$

$$14a + b = 21$$

$\therefore a = 1, b = 7$ ($\because a, b$ 는 자연수)

따라서 상수항은 $7a^2 - 5b = 7 - 35 = -28$ 이다.

2. 다음 그림과 같은 색칠한 도형의 넓이는?



① $x^2 + 2x + 15$

② $x^2 + 2x - 15$

③ $x^2 - 2x - 15$

④ $x^2 + 3x - 15$

⑤ $x^2 - 3x - 15$

해설

$$\begin{aligned}(\text{직사각형의 넓이}) &= (\text{가로}) \times (\text{세로}) \\ &= (x - 3)(x + 5) \\ &= x^2 + 2x - 15\end{aligned}$$

3. $(x+y)(x-y-2)$ 를 전개한 것은?

① $x^2 - y^2 - 2x - 2y$

② $x^2 - y^2 - 2x + 2y$

③ $x^2 - y^2 + 2x + 2y$

④ $x^2 + y^2 - 2x - 2y$

⑤ $x^2 - y^2 + 2x - 2y$

해설

$$\begin{aligned} & (x+y)(x-y-2) \\ &= (x+y)(x-y) - 2(x+y) \\ &= x^2 - y^2 - 2x - 2y \end{aligned}$$

4. $x(x-1)(x+1)(x-2)$ 을 전개할 때, x^2 의 계수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} & x(x-1)(x+1)(x-2) \\ &= \{x(x-1)\}\{(x+1)(x-2)\} \\ &= (x^2-x)(x^2-x-2) \end{aligned}$$

x^2 의 계수를 구해야 하므로 $-2x^2 + x^2 = -x^2$ 에서 x^2 의 계수는 -1 이다.

5. $[a, b] = (a + b)^2$ 일 때, $[2x, -3y] - 2 \times [-x, 2y]$ 를 간단히 하면?

① $2x^2 - 4xy - 2y^2$

② $2x^2 - 4xy + 2y^2$

③ $2x^2 - 4xy + y^2$

④ $2x^2 + 4xy + y^2$

⑤ $2x^2 + 4xy + 4y^2$

해설

$$\begin{aligned} & (2x - 3y)^2 - 2 \times (-x + 2y)^2 \\ &= 4x^2 - 12xy + 9y^2 - 2(x^2 - 4xy + 4y^2) \\ &= 2x^2 - 4xy + y^2 \end{aligned}$$

6. $\left(\frac{1}{3}a - 4\right)^2$ 을 계산할 때, a 의 계수는?

- ① -8 ② $-\frac{8}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

해설

$\left(\frac{1}{3}a\right)^2 - 2 \times \frac{1}{3}a \times 4 + 4^2 = \frac{1}{9}a^2 - \frac{8}{3}a + 16$ 이므로 a 의 계수는 $-\frac{8}{3}$ 이다.

7. $(4x-a)\left(3x+\frac{1}{3}\right)$ 의 전개식에서 x 의 계수와 상수항이 서로 같을 때, 상수 a 의 값은?

① $-\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{12}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 1

해설

$$(4x-a)\left(3x+\frac{1}{3}\right) = 12x^2 + \left(-3a + \frac{4}{3}\right)x - \frac{1}{3}a$$

$$-3a + \frac{4}{3} = -\frac{1}{3}a$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

8. 다음 중 $(2x + 3y + 1)(2x - 3y + 1)$ 을 바르게 전개한 것은?

① $4x^2 + 9y^2 - 4x + 1$

② $4x^2 - 9y^2 + 4x + 1$

③ $4x^2 + 9y^2 + 4x + 1$

④ $4x^2 - 9y^2 - 4x + 1$

⑤ $4x^2 - 9y^2 + 1$

해설

$$2x + 1 = t \text{ 라 하면}$$

$$(2x + 1 + 3y)(2x + 1 - 3y)$$

$$= (t + 3y)(t - 3y) = t^2 - 9y^2$$

$$= (2x + 1)^2 - 9y^2$$

$$= 4x^2 + 4x + 1 - 9y^2$$

9. 곱셈 공식을 이용하여 $\frac{1003 \times 1005 + 1}{1004}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1004

해설

$$\begin{aligned}\frac{(1004 - 1)(1004 + 1) + 1}{1004} &= \frac{1004^2 - 1 + 1}{1004} \\ &= 1004\end{aligned}$$

10. $(2x - 3y + 1)(2x + 3y - 1)$ 을 전개하면?

① $4x^2 - 3y^2 - 1$

② $4x^2 - 9y^2 - 1$

③ $4x^2 - 9y^2 + 6y - 1$

④ $4x^2 + 6y^2 - 3y - 1$

⑤ $4x^2 - 3y^2 + 6y - 1$

해설

$$\begin{aligned} & (2x - 3y + 1)(2x + 3y - 1) \\ &= \{2x - (3y - 1)\} \{2x + (3y - 1)\} \\ &= (2x)^2 - (3y - 1)^2 \\ &= 4x^2 - (9y^2 - 6y + 1) \\ &= 4x^2 - 9y^2 + 6y - 1 \end{aligned}$$

11. $2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) = 3^a + b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 15

② 16

③ -15

④ -16

⑤ 9

해설

$2 = 3 - 1$ 이므로

$$(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$$

$$= (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$$

$$= (3^4-1)(3^4+1)(3^8+1)$$

$$= (3^8-1)(3^8+1)$$

$$= 3^{16} - 1$$

$$a = 16, b = -1$$

$$\therefore a + b = 15$$

12. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 $x^2 + Cx - 3$ 이 되었다. 다음 중 C 의 값이 될 수 있는 것은?(단, A, B, C 는 정수이다.)

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$(x+A)(x+B) = x^2 + (A+B)x + AB = x^2 + Cx - 3$ 이므로
 $A+B = C, AB = -3$ 이다. 따라서 $C = (1-3, -1+3, 3-1, -3+1) = (-2, 2)$ 이다.

13. $a + b = 3$, $a^2 + b^2 = 5$, $a > b$ 일 때, $\frac{ab}{a-b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 5 \text{ 에서 } ab = 2$$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab \text{ 이므로}$$

$$\therefore a - b = 1 \quad (\because a > b)$$

$$\therefore \frac{ab}{a-b} = \frac{2}{1} = 2$$

14. $x + y + z = 1$, $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ 일 때, $xy + yz + zx$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

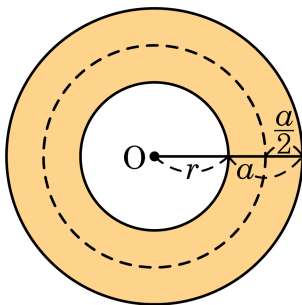
▷ 정답 : -2

해설

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx) \text{ 이므로 } 5 = 1 - 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore (xy + yz + zx) = -2$$

15. 다음 그림에서 어두운 부분의 넓이를 a , b 를 써서 나타내면? (단, b 는 점선의 원주의 길이)



- ① ab ② $2ab$ ③ πab ④ $2\pi ab$ ⑤ $\pi a^2 b^2$

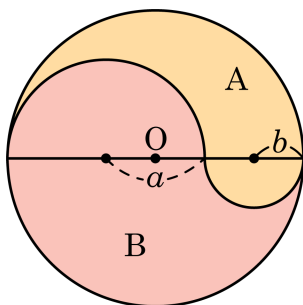
해설

$$b = 2\pi \left(r + \frac{a}{2} \right) = 2\pi r + \pi a = \pi(2r + a)$$

어두운 부분의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \pi(a + r)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi(a^2 + 2ar + r^2 - r^2) \\ &= \pi a(a + 2r) \\ &= a \{ \pi(a + 2r) \} \\ &= ab \end{aligned}$$

16. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 a, b 인 반원으로 큰 원 O 를 A, B 두 부분으로 나누었다. 이 때, A, B 의 넓이의 차는?



- ① $\pi(a+b)(a+b)$ ② $\pi(a-b)(a-b)$
 ③ $\pi(b-a)(b-a)$ ④ $\pi(a+b)(a-b)$
 ⑤ $\pi(a+b)(b-a)$

해설

(A 의 넓이)

$$= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} - \pi a^2 \times \frac{1}{2} + \pi b^2 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 - a^2 + b^2 \}$$

$$= \frac{\pi}{2} (2ab + 2b^2)$$

$$= \pi(ab + b^2)$$

(B 의 넓이)

$$= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} + \pi a^2 \times \frac{1}{2} - \pi b^2 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 + a^2 - b^2 \}$$

$$= \frac{\pi}{2} (2ab + 2a^2)$$

$$= \pi(ab + a^2)$$

$$\therefore B - A = \pi(ab + a^2) - \pi(ab + b^2)$$

$$= \pi(a^2 - b^2)$$

$$= \pi(a-b)(a+b)$$

17. $x = a(a + 5)$ 일 때, $(a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6)$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $x^2 - 36$

② $x^2 - 6$

③ $x^2 + 6$

④ $x^2 + 36$

⑤ $x^2 - 12x + 36$

해설

$$x = a(a + 5) = a^2 + 5a \text{ 일 때,}$$

$$(a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6)$$

$$= \{(a - 1)(a + 6)\} \{(a + 2)(a + 3)\}$$

$$= (a^2 + 5a - 6)(a^2 + 5a + 6)$$

$$= (x - 6)(x + 6)$$

$$= x^2 - 36$$

18. 다음 식의 값을 곱셈공식을 활용하여 구하려고 한다. () 에 알맞은 수는?

$$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})+2^{63} = 2^{(\quad)}$$

① 126

② 127

③ 128

④ 129

⑤ 130

해설

$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$ 에 $\frac{1}{2} \times (4-2)$ 를 곱한다.

$(\frac{1}{2} \times (4-2) = 1$ 이므로 식의 값은 변하지 않는다.)

$$\frac{1}{2}(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^8-2^8)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^{16}-2^{16})(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^{32}-2^{32})(4^{32}+2^{32}) = \frac{1}{2}(4^{64}-2^{64})$$

$$= \frac{1}{2}(2^{128}-2^{64})$$

$$= 2^{127}-2^{63}$$

따라서 주어진 식은 $(2^{127}-2^{63})+2^{63}=2^{(\quad)}$ 이므로

$$\therefore 2^{(\quad)}=2^{127} \quad \therefore (\quad)=127$$

19. $x = -3, y = 5$ 일 때, $(x^2 + y^2)^2 - (x^2 - y^2)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 900

해설

주어진 식을 간단히 하면

$$\begin{aligned}(x^2 + y^2)^2 - (x^2 - y^2)^2 \\&= x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - x^4 + 2x^2y^2 - y^4 \\&= 4x^2y^2 = 4(xy)^2\end{aligned}$$

$xy = -15$ 이므로

$$\begin{aligned}\therefore (x^2 + y^2)^2 - (x^2 - y^2)^2 &= 4(xy)^2 \\&= 4 \times (-15)^2 \\&= 900\end{aligned}$$