

1. 이차함수  $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와  $x$ 축과의 교점의  $x$ 좌표가 6,  $b$ 일 때,  $a + b$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

이차함수  $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와

$x$ 축과의 교점의  $x$ 좌표는

이차방정식  $x^2 - 8x + a = 0$ 의 실근이다.

$x^2 - 8x + a = 0$ 에  $x = 6$ 을 대입하면

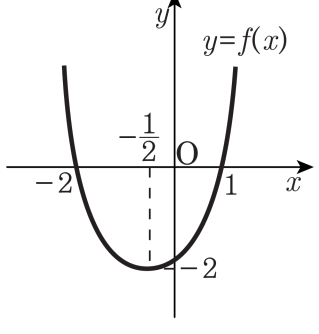
$36 - 48 + a = 0$ 에서  $a = 12$

따라서  $x^2 - 8x + 12 = 0$ 에서  $(x - 2)(x - 6) = 0$

$x = 2$  또는  $x = 6$

$\therefore b = 2 \therefore a + b = 14$

2. 다음 그림은 이차함수  $y = f(x)$  의 그래프이다. 방정식  $f(f(x)) = 0$  의 서로 다른 세 실근의 합은?



- ①  $-\frac{5}{2}$       ②  $-\frac{3}{2}$       ③  $-\frac{1}{2}$       ④ 0      ⑤ 1

해설

$f(x) = 0$  의 두 근이  $-2$  와  $1$  이므로  
 $f(f(x)) = 0$  에서  $f(x) = -2$  또는  $f(x) = 1$   
 i )  $f(x) = -2$  에서  $x = -\frac{1}{2}$   
 ii )  $f(x) = 1$  에서  $x = -\frac{1}{2} + \alpha$  ,  $x = -\frac{1}{2} - \alpha$   
 따라서 모든 근의 합은  
 $-\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2} + \alpha\right) + \left(-\frac{1}{2} - \alpha\right) = -\frac{3}{2}$

3. 직선  $y = x + 4$ 에 평행하고, 곡선  $y = -x^2 + 2$ 에 접하는 직선의 방정식은?

- ①  $4x + 4y = 9$       ②  $4x - 4y = 9$       ③  $-4x + 4y = 9$   
④  $-4x - 4y = 5$       ⑤  $-4x - 4y = -5$

해설

직선  $y = x + 4$ 에 평행한 직선의 방정식을  $y = x + k$ 라 하면  
이차방정식  $x + k = -x^2 + 2$ ,

즉  $x^2 + x + k - 2 = 0$ 의 판별식을  $D$ 라 할 때,

$$D = 1 - 4k + 8 = 0$$

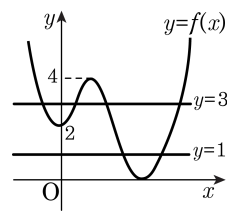
$$\therefore k = \frac{9}{4}$$

따라서, 구하는 직선의 방정식은  $y = x + \frac{9}{4}$

$$\therefore -4x + 4y = 9$$

4. 사차함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 방정식  $\{f(x)\}^2 = 4f(x) - 3$ 의 실근의 개수는?

- ① 1개      ② 2개      ③ 3개  
④ 4개      ⑤ 6개



해설

$\{f(x)\}^2 = 4f(x) - 3$ 을 인수분해하면  
 $\{f(x) - 1\} \{f(x) - 3\} = 0$   
 $\therefore f(x) = 1$  또는  $f(x) = 3$   
따라서, 위의 그래프와 같이  
 $f(x) = 1$  과  $f(x) = 3$  을 만족하는  $x$ 는  
각각 2개와 4개이므로 실근의 개수는 6개이다.

5.  $x$ 에 대한 방정식  $|x^2 + 2x - 3| = k$ 가 양의 근 2개와 음의 근 2개를 갖도록 하는 상수  $k$ 의 값의 범위는?

①  $k \geq 3$

②  $k > 4$

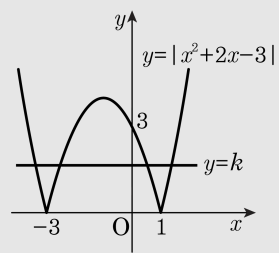
③  $3 \leq k < 4$

④  $0 < k < 3$

⑤  $0 < k < 4$

해설

방정식  $|x^2 + 2x - 3| = k$ 의 근은  
두 함수  $y = |x^2 + 2x - 3|$ ,  $y = k$ 의  
그래프의 교점의  $x$ 좌표와 같다.  
따라서 그림에서 교점의  $x$ 좌표가 양  
수 2개,  
음수 2개가 되려면  $0 < k < 3$



6. 이차함수  $y = -x^2 + 6x + 5$  의 최댓값을  $M$  ,  $y = 2x^2 - 12x - 4$  의 최솟값을  $m$  이라 할 때,  $M - m$  의 값을 구하면?

① 28

② 30

③ 32

④ 34

⑤ 36

해설

$$y = -x^2 + 6x + 5$$

$$= -(x-3)^2 + 14 \quad \therefore M = 14$$

$$y = 2x^2 - 12x - 4$$

$$= 2(x-3)^2 - 22 \quad \therefore m = -22$$

$$\therefore M - m = 14 + 22 = 36$$

7. 이차함수  $y = 2x^2 - 4x + 1 + k$  의 최솟값이 4 일 때,  $k$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 1 + k = 2(x - 1)^2 - 1 + k$$

최솟값이 4 이므로  $-1 + k = 4$

$$\therefore k = 5$$

8. 이차함수  $y = -\frac{1}{2}x^2$  의 그래프와 모양이 같고,  $x = 1$  일 때, 최댓값  $-1$  을 갖는 이차함수의 식을  $y = ax^2 + bx + c$  라고 할 때, 상수  $a, b, c$  의 합  $a + b + c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-1$

해설

꼭짓점의 좌표가  $(1, -1)$ ,  $x^2$  의 계수가  $-\frac{1}{2}$  이므로 이차함수의 식은  $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 - 1$  이다.

$y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 - 1$  을 전개하면  $y = -\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$  이므로  $a = -\frac{1}{2}$ ,  $b = 1$ ,  $c = -\frac{3}{2}$  이다.

$\therefore a + b + c = -\frac{1}{2} + 1 - \frac{3}{2} = -1$

9. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프가 다음 두 조건을 모두 만족할 때,  $a + b - c$  의 값을 구하여라.

- ㉠ 두 점  $(-3, 0)$ ,  $(-5, 0)$  에서 만난다.
- ㉡ 최솟값이  $-\frac{1}{3}$  이다.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-2$

해설

$y = a(x+3)(x+5)$  로 놓으면  $y = a(x^2 + 8x + 15) = a(x+4)^2 - a$   
최솟값이  $-\frac{1}{3}$  이므로  $-a = -\frac{1}{3}$  에서  $a = \frac{1}{3}$  이다.

즉,  $y = \frac{1}{3}(x^2 + 8x + 15) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{8}{3}x + 5$  에서  $a = \frac{1}{3}$ ,  $b = \frac{8}{3}$ ,  $c = 5$   
이다.

$$\therefore a + b - c = \frac{1}{3} + \frac{8}{3} - 5 = -2$$

10.  $x$ 의 범위가  $-3 \leq x \leq 2$  일 때, 이차함수  $y = x^2 - 2x - 1$ 의 최댓값은  $M$ , 최솟값은  $m$ 이다.  $M + m$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$y = x^2 - 2x - 1 = (x - 1)^2 - 2$$

$$\Rightarrow m : x = 1 \text{ 일 때 } : -2,$$

$$M : x = -3 \text{ 일 때 } : 14$$

$$\therefore m + M = 12$$

11. 이차함수  $y = x^2 + kx + k$  의 최솟값을  $m$  이라 할 때,  $m$  의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = x^2 + kx + k = \left(x + \frac{k}{2}\right)^2 - \frac{k^2}{4} + k$$

$$\text{최솟값 } m = -\frac{k^2}{4} + k$$

$$m = -\frac{k^2}{4} + k = -\frac{1}{4}(k-2)^2 + 1$$

$k = 2$  일 때,  $m$  은 최댓값 1 을 갖는다.

12. 함수  $f(x) = x^2 - 4x + 2$  에 대하여  $1 \leq x \leq 4$  에서  $f(f(x))$  의 최솟값은?

① -6      ② -5      ③ -4      ④ -3      ⑤ -2

해설

$$f(x) = x^2 - 4x + 2 = (x - 2)^2 - 2$$

$1 \leq x \leq 4$  에서  $-2 \leq f(x) \leq 2$  이므로

$f(x) = t$  로 놓으면

$$\begin{aligned} f(f(x)) &= f(t) = t^2 - 4t + 2 \\ &= (t - 2)^2 - 2 \quad (-2 \leq t \leq 2) \end{aligned}$$

따라서,  $t = 2$  일 때 최솟값은  $-2$  이다.

13. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를  $x$ , 두 수의 곱을  $y$  라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11      ② 21      ③ 25      ④ 81      ⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를  $x$  로 두면 나머지 한 수는  $(18 - x)$  이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

14.  $x, y, z$ 가 실수일 때, 다음 식의 최댓값을 구하여라.

$$4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$   
 $= -(x^2 - 4x) - y^2 - z^2 + 5$   
 $= -(x - 2)^2 - y^2 - z^2 + 9$   
 $x, y, z$ 는 실수이므로  
 $(x - 2)^2 \geq 0, y^2 \geq 0, z^2 \geq 0$   
따라서  $4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$  는  
 $x - 2 = 0, y = 0, z = 0$ 일 때,  
최댓값 9를 갖는다.

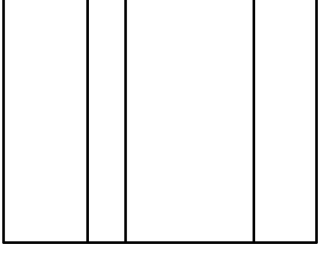
15.  $x^2 + y^2 = 5$ 를 만족시키는 실수  $x, y$ 에 대하여  $2x - y$ 는  $x = \alpha, y = \beta$ 에서 최댓값  $m$ 을 갖는다. 이때,  $m + \alpha + \beta$ 의 값은?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

$2x - y = k$ 로 놓으면  
 $y = 2x - k \cdots \textcircled{1}$   
 $\textcircled{1}$ 을  $x^2 + y^2 = 5$ 에 대입하면  
 $x^2 + (2x - k)^2 = 5$   
 $\therefore 5x^2 - 4kx + k^2 - 5 = 0 \cdots \textcircled{2}$   
 $\textcircled{2}$ 을  $x$ 에 대한 이차방정식으로 보면  
 $x$ 가 실수이므로  
 $\frac{D}{4} = 4k^2 - 5(k^2 - 5) \geq 0, k^2 \leq 25$   
 $\therefore -5 \leq k \leq 5$   
따라서  $k$ 의 최댓값은 5이다.  
이 때의  $x, y$ 의 값은  
 $\textcircled{2}$ 에서  $5x^2 - 20x + 20 = 0, 5(x - 2)^2 = 0 \therefore x = 2$   
 $\textcircled{1}$ 에서  $y = 4 - 5 = -1$   
따라서,  $m = 5, \alpha = 2, \beta = -1$ 이므로  
 $m + \alpha + \beta = 6$

16. 어떤 농부가 길이 700m 의 철망을 가지고 그림과 같은 모양의 가축우리를 만들려고 한다. 전체 우리의 넓이를 최대로 하는 바깥 직사각형의 가로, 세로의 길이 중 짧은 것은 몇 m 인가?



- ① 60m      ② 70m      ③ 80m      ④ 90m      ⑤ 100m

해설

세로의 길이를  $x$  라 하면 세로가 5 개 있으므로 필요한 길이는  $5x$  ,

가로의 길이는  $\frac{1}{2}(700 - 5x)$  이다. 전체 넓이를  $S$  라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}(700 - 5x) \cdot x \\ &= -\frac{5}{2}x^2 + 350x \\ &= -\frac{5}{2}(x^2 - 140x + 70^2 - 70^2) \\ &= -\frac{5}{2}(x - 70)^2 + 12250 \end{aligned}$$

따라서 넓이는 세로가 70m , 가로가 175m 일 때 최대이다.

17. 둘레의 길이가 20 cm 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을  $a$ , 이때 부채꼴의 넓이를  $b$  라 할 때,  $a + b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

부채꼴의 넓이를  $S$  라 하면

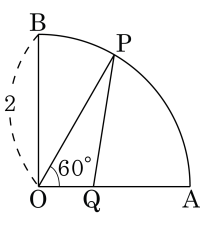
$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}a(20 - 2a) = a(10 - a) = -a^2 + 10a \\ &= -(a^2 - 10a + 25) + 25 \\ &= -(a - 5)^2 + 25 \end{aligned}$$

$$a = 5, b = 25$$

따라서  $a + b = 30$  이다.

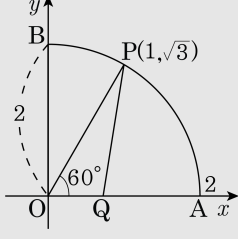
18. 반지름의 길이가 2 인 사분원 OAB 의 호 AB 위에  $\angle AOP = 60^\circ$  가 되도록 점 P 를 정한다. 이 때, 선분 OA 위를 움직이는 점 Q 에 대하여  $\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2$  의 최솟값은?

- ①  $\frac{13}{4}$       ②  $\frac{7}{2}$       ③  $\frac{15}{4}$   
 ④  $\frac{17}{4}$       ⑤  $\frac{9}{2}$



해설

아래 그림과 같이 좌표평면을 도입하여 생각해 보면



$A(2, 0), B(0, 2), P(1, \sqrt{3})$  이 된다.

이 때,  $Q(x, 0)$  로 놓으면  $(0 < x < 2)$

$$\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2 = x^2 + (x - 1)^2 + (\sqrt{3})^2 = 2x^2 - 2x + 4 =$$

$$2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{2}$$

따라서,  $x = \frac{1}{2}$  일 때,  $\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2$  은

최솟값  $\frac{7}{2}$  을 갖는다.

19. 구입 가격이 1kg에 2000원인 돼지고기를 1kg에 3000원씩 판매하면 하루에 100kg을 팔 수 있으며 1kg에 10원씩 판매 가격을 내릴 때마다 판매량이 3kg씩 증가하고 1kg에 10원씩 판매 가격을 올릴 때마다 판매량이 3kg씩 감소한다고 한다.  
1kg에  $p$ 원씩 판매할 때, 하루의 이익을 최대로 할 수 있는  $p$ 의 값을 구하면? (단, 판매가격은 10원 단위로만 인상 또는 인하 할 수 있다.)

- ① 2600원      ② 2670원      ③ 2700원  
④ 2750원      ⑤ 2800원

#### 해설

3000원에서 10x원 가격을 내렸을 때  
1kg의 판매가격은  $3000 - 10x$   
1일 판매량은  $100 + 3x$   
따라서 하루의 이익  $P$ 는  

$$\begin{aligned}
 P &= (3000 - 10x)(100 + 3x) - 2000(100 + 3x) \\
 &= (1000 - 10x)(100 + 3x) \\
 &= -30x^2 + 2000x + 100000 \\
 &= -30\left(x^2 - \frac{200}{3}x\right) + 100000 \\
 &= -30\left(x - \frac{100}{3}\right)^2 + \frac{400000}{3}
 \end{aligned}$$
 $x$ 가 문제에서 정수이므로  $x = 33$ 일 때 최대이다.  
따라서  $3000 - 330 = 2670$ (원)

20. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의  $t$  초 후의 높이는  $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

- ① 5 초 후                      ② 7 초 후                      ③ 8 초 후  
④ 10 초 후                    ⑤ 알 수 없다

해설

$$\begin{aligned}y &= 50t - 5t^2 \\y &= -5(t^2 - 10t + 25 - 25) \\&= -5(t - 5)^2 + 125\end{aligned}$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가된다.