

1. $\frac{28^2 - 11^2}{25 \times 17 - 17 \times 12}$ 의 값을 계산하면?

① 12

② 9

③ 6

④ 3

⑤ 1

해설

$$\frac{(28 + 11)(28 - 11)}{(25 - 12) \times 17} = \frac{39 \times 17}{13 \times 17} = 3$$

2. 다음 식이 완전제곱식으로 인수분해될 때, 빈 칸에 들어갈 숫자로 바른 것을 고르면?

$$4x^2 + 20x + \square$$

① 20

② 25

③ 30

④ 35

⑤ 40

해설

$4(x^2 + 5x + \Delta)$ 에서 이차항의 계수가 1 일 때, 일차항의 계수의 절반의 제곱이 상수항이 되어야 완전제곱식이 되므로 5 의 절반의 제곱은 $\frac{25}{4}$ 이다.

$\Delta = \frac{25}{4}$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} 4(x^2 + 5x + \Delta) &= 4\left(x^2 + 5x + \frac{25}{4}\right) \\ &= 4x^2 + 20x + 25 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

따라서 $\square = 25$ 이다.

3. $x^2 - (y^2 - 6y + 9)$ 를 인수분해하면?

① $(x - y - 5)(x - y + 2)$

② $(x - y + 5)(x - y + 2)$

③ $(x + y - 3)(x - y - 3)$

④ $(x + y + 3)(x - y + 3)$

⑤ $(x + y - 3)(x - y + 3)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - (y^2 - 6y + 9) \\ &= x^2 - (y - 3)^2 \\ &= (x + y - 3)(x - y + 3) \end{aligned}$$

4. $6xy - 8x - 9y + 12 = (ax + b)(cy + d)$ 에서 $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} 6xy - 8x - 9y + 12 &= 2x(3y - 4) - 3(3y - 4) \\ &= (2x - 3)(3y - 4) \end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c + d = -2$$

5. $x^2 - 2xy - 1 + y^2$ 을 인수분해하면?

① $(x - y + 1)(x - y - 1)$

② $(x + y + 1)(x + y - 1)$

③ $(x - y + 1)(x + y - 1)$

④ $(x - y - 1)(x + y - 1)$

⑤ $(x + y + 1)(x - y - 1)$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2xy - 1 + y^2 &= (x^2 - 2xy + y^2) - 1 \\&= (x - y)^2 - 1^2 \\&= (x - y + 1)(x - y - 1)\end{aligned}$$

6. $2x^3 - 8xy^2$ 을 인수분해하면?

① $x(x + 2y)(x - 2y)$

② $2x(x + 2y)(x - 2y)$

③ $2(x + 2y)(x - 2y)$

④ $2x(x + 2y)(x - y)$

⑤ $2x(x + y)(x - 2y)$

해설

$$\begin{aligned} 2x^3 - 8xy^2 &= 2x(x^2 - 4y^2) \\ &= 2x(x + 2y)(x - 2y) \end{aligned}$$

7. 다음 중 $(x^2 + 4x)^2 + 3(x^2 + 4x) - 4$ 를 인수분해 했을 때, 인수를 찾으려면?

① $x^2 + 4x$

② $x - 2$

③ $(x + 2)^2$

④ $x^2 + 4x + 1$

⑤ $x^2 + 4x + 3$

해설

$x^2 + 4x = t$ 로 치환하면

$$t^2 + 3t - 4 = (t - 1)(t + 4)$$

$$= (x^2 + 4x - 1)(x^2 + 4x + 4)$$

$$= (x^2 + 4x - 1)(x + 2)^2$$

8. 다음은 $5x + y$ 를 A 로 치환하여 인수분해하는 과정이다. 만족하는 상수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값은? (단, $a > b$)

$$\begin{aligned}(5x + y)(5x + y - 3) - 18 \\&= A(A - 3) - 18 \\&= A^2 - 3A - 18 = (5x + y + a)(5x + y + b)\end{aligned}$$

① 4

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$5x + y = A$ 로 치환하면

$$(5x + y)(5x + y - 3) - 18$$

$$= A(A - 3) - 18$$

$$= A^2 - 3A - 18$$

$$= (A + 3)(A - 6)$$

$$= (5x + y + 3)(5x + y - 6)$$

따라서, $a = 3, b = -6$ 이므로 $a - b = 9$ 이다.

9. $(2a - 3b + 1)^2 - (2a + 3b - 1)^2 = 8a(Aa + Bb + C)$ 일 때, $A + B - C$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A + B - C = -4$

해설

$2a - 3b + 1 = X$, $2a + 3b - 1 = Y$ 로 치환하면

$$(2a - 3b + 1)^2 - (2a + 3b - 1)^2$$

$$= X^2 - Y^2 = (X + Y)(X - Y)$$

$$= 4a(-6b + 2)$$

$$= 8a(-3b + 1)$$

$$\therefore A + B - C = 0 + (-3) - 1 = -4$$

10. 다음 식이 완전제곱식일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

$$(x+2)(x+4)(x+5)(x+7)+a$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 9$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+2)(x+7)(x+4)(x+5)+a \\ &= (x^2+9x+14)(x^2+9x+20)+a\end{aligned}$$

$x^2+9x=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A+14)(A+20)+a \\ &= A^2+34A+280+a \\ &= (A+17)^2 = (x^2+9x+17)^2\end{aligned}$$

$$17^2 = 280 + a$$

$$\therefore a = 9$$

11. $xy - 3y + x - 3$ 을 인수분해하면 $(ax + b)(my + n)$ 일 때, $a + b + m + n$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

$$y(x - 3) + (x - 3) = (x - 3)(y + 1)$$

$$\therefore a + b + m + n = 1 - 3 + 1 + 1 = 0$$

12. 다항식 $16 - 4x^2 + 4xy - y^2$ 을 인수분해하면?

① $(4 - x + y)(4 - 2x + y)$

② $(4 + 2x - y)(4 - x - y)$

③ $(4 - 2x + y)(4 + 2x + y)$

④ $(4 + 2x - y)(4 - 2x + y)$

⑤ $(4 + 2x + y)(4 - 2x - y)$

해설

$$4^2 - (2x - y)^2 = (4 + 2x - y)(4 - 2x + y)$$

13. $x^4 - 10x^2 + 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x + 3$

③ $x^2 - 1$

④ $x + 9$

⑤ $x^4 - 10x^2 + 9$

해설

$$(x^2 - 1)(x^2 - 9) = (x + 1)(x - 1)(x + 3)(x - 3)$$

14. 다음 식을 인수분해하면?

$$abc + ab + ac + a + bc + b + c + 1$$

① $(a - 1)(b - 1)(c + 1)$

② $(a + 1)(b - 1)(c - 1)$

③ $(a + 1)(b + 1)(c + 1)$

④ $(a - 1)(b + 1)(c - 1)$

⑤ $(a - 1)(b - 1)(c - 1)$

해설

$$\begin{aligned} & abc + ab + ac + a + bc + b + c + 1 \\ &= a(bc + b + c + 1) + (bc + b + c + 1) \\ &= (a + 1)(bc + b + c + 1) \\ &= (a + 1)(b + 1)(c + 1) \end{aligned}$$

15. $x^2 + 4(a+b)x + 3a^2 + 6ab + 3b^2$ 을 인수분해하면?

① $(x+a+b)(x-a-b)$

② $(x+a+b)(x+2a+2b)$

③ $(x+a+b)(x+2a+3b)$

④ $(x+a+b)(x+3a+2b)$

⑤ $(x+a+b)(x+3a+3b)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 4(a+b)x + 3a^2 + 6ab + 3b^2 \\ &= x^2 + 4(a+b)x + 3(a+b)^2 \\ &= (x+a+b)(x+3a+3b) \end{aligned}$$

16. $x - y = 4$, $xy = -1$ 일 때, $(x + y)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}(x + y)^2 &= (x - y)^2 + 4xy \\ &= 4^2 + 4 \times (-1) \\ &= 16 - 4 \\ &= 12\end{aligned}$$

17. $a + b = 2$ 일 때, $a^2 + 2ab + b^2 - 2a - 2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a + b)^2 - 2(a + b) \\ &= (a + b)(a + b - 2) \\ &= 2 \times (2 - 2) = 0\end{aligned}$$

18. 반지름의 길이가 5 cm 인 원에서 반지름의 길이를 x cm 만큼 늘릴 때, 늘어난 넓이를 x 에 대한 식으로 나타내면?

① $5\pi x^2 \text{ cm}^2$

② $\pi x(x + 5) \text{ cm}^2$

③ $\pi x(x + 10) \text{ cm}^2$

④ $\pi x(2x + 5) \text{ cm}^2$

⑤ $\pi x(2x + 10) \text{ cm}^2$

해설

(반지름의 길이가 5 cm 인 원의 넓이)

$$= \pi \times 5^2 = 25\pi (\text{cm}^2)$$

(반지름의 길이를 x cm 만큼 늘인 원의 넓이)

$$= \pi \times (x + 5)^2$$

따라서, 늘어난 넓이는

$$\begin{aligned}\pi \times (x + 5)^2 - 25\pi &= \pi(x^2 + 10x + 25) - 25\pi \\ &= \pi x^2 + 10\pi x + 25\pi - 25\pi \\ &= \pi x(x + 10) (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

19. $(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} - 2$ 를 인수분해하면?

① $\frac{x^2(x-2)}{(x-1)^2}$

② $\frac{x(x-2)^2}{(x-1)^2}$

③ $\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)}$

④ $\frac{(x-2)^2}{(x-1)^2}$

⑤ $\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$

해설

$x-1=a$ 로 치환하면

$$(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} - 2$$

$$= a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(\frac{a^2 - 1}{a}\right)^2$$

$$= \left\{ \frac{(a+1)(a-1)}{a} \right\}^2$$

$$= \frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$$

20. $(x + y + 4)(x - y + 4) - 16x$ 를 바르게 인수분해한 것은?

① $(x - y + 4)$

② $(x + y - 4)^2$

③ $(x - y - 2)(x + y + 8)$

④ $(x + y - 4)(x - y - 4)$

⑤ $(-x - y + 4)(x - y + 4)$

해설

$$x + 4 = t \text{ 라 하면}$$

$$(t + y)(t - y) - 16x$$

$$= t^2 - y^2 - 16x$$

$$= (x + 4)^2 - 16x - y^2$$

$$= (x^2 + 8x + 16 - 16x) - y^2$$

$$= (x^2 - 8x + 16) - y^2$$

$$= (x - 4)^2 - y^2$$

$$= (x + y - 4)(x - y - 4)$$

21. 다항식 $4x^4 - 5x^2 + 1$ 은 네 개의 일차식의 곱으로 인수 분해된다. 네 개의 일차식의 합은?

① $2x + 1$

② $2x - 1$

③ $6x$

④ $6x + 1$

⑤ $4x - 2$

해설

$$(4x^2 - 1)(x^2 - 1) = (2x + 1)(2x - 1)(x + 1)(x - 1)$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{일차식의 합}) &= 2x + 1 + 2x - 1 + x + 1 + x - 1 \\ &= 6x\end{aligned}$$

22. $a = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$, $b = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$ 일 때, $a^2 + 2ab + b^2$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} a^2 + 2ab + b^2 &= (a + b)^2 \\ &= \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2} + \frac{2 + \sqrt{3}}{2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{4}{2} \right)^2 = 4 \end{aligned}$$

23. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이일 때, $b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c = 0$ 이다. 이때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이다.)

① 삼각형이 될 수 없다.

② 이등변삼각형

③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형

④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형

⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c \\ &= b^2(b+c) + b(c^2 - a^2) + c(c^2 - a^2) \\ &= b^2(b+c) + (b+c)(c^2 - a^2) \\ &= (b+c)(b^2 + c^2 - a^2) = 0 \end{aligned}$$

b, c 는 삼각형의 변의 길이이므로 양수이다.

따라서 $b^2 + c^2 - a^2 = 0$, $b^2 + c^2 = a^2$

$\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이다.

24. 다항식 $(x^2 - 4)(x^2 - 2x - 3) - 21$ 를 인수분해했을 때, 다음 중 인수인 것은?

① $x^2 - x + 1$

② $x^2 + x - 1$

③ $x^2 - 2x - 1$

④ $x^2 - x + 3$

⑤ $x^2 - x + 9$

해설

$$(x^2 - 4)(x^2 - 2x - 3) - 21$$

$$= (x + 2)(x - 2)(x - 3)(x + 1) - 21$$

$$= (x + 2)(x - 3)(x + 1)(x - 2) - 21$$

$$= (x^2 - x - 6)(x^2 - x - 2) - 21$$

$$x^2 - x = A \text{ 로 놓으면}$$

$$(A - 6)(A - 2) - 21 = A^2 - 8A + 12 - 21$$

$$= A^2 - 8A - 9$$

$$= (A - 9)(A + 1)$$

$$= (x^2 - x - 9)(x^2 - x + 1)$$

25. $\frac{\sqrt{9^{11} - 81^5}}{\sqrt{27^6 - 9^8}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{9^{11} - 81^5}}{\sqrt{27^6 - 9^8}} &= \frac{\sqrt{(3^2)^{11} - (3^4)^5}}{\sqrt{(3^3)^6 - (3^2)^8}} \\&= \frac{\sqrt{3^{22} - 3^{20}}}{\sqrt{3^{18} - 3^{16}}} \\&= \frac{\sqrt{3^{20}(3^2 - 1)}}{\sqrt{3^{16}(3^2 - 1)}} \\&= \sqrt{3^4} = 9\end{aligned}$$

26. 0 이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{b^2}{a^2} + \frac{a^2}{b^2} = \frac{1}{a^2b^2} + 1$ 일 때, $a^8 + b^8 + (a^2 - b^2)^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{b^2}{a^2} + \frac{a^2}{b^2} = \frac{1}{a^2b^2} + 1 \text{ 에서}$$

$$\frac{b^4 + a^4}{a^2b^2} = \frac{1 + a^2b^2}{a^2b^2}, a^4 + b^4 - a^2b^2 = 1$$

$$\therefore (a^2 - b^2)^2 = 1 - a^2b^2$$

$$\therefore a^8 + b^8 + (a^2 - b^2)^4$$

$$= a^8 + b^8 + (1 - a^2b^2)^2$$

$$= a^8 + b^8 + a^4b^4 - 2a^2b^2 + 1$$

$$= (a^4 + a^2b^2 + b^4)(a^4 - a^2b^2 + b^4) - 2a^2b^2 + 1$$

$$= (a^4 + a^2b^2 + b^2) - 2a^2b^2 + 1$$

$$= a^4 - a^2b^2 + b^4 + 1$$

$$= 2$$