

1. 다항식 $(x-1)^3 + 27$ 을 바르게 인수분해한 것은?

① $(x-1)(x^2+3)$

② $(x-1)(x^2-x-2)$

③ $(x-1)(x^2+3x+3)$

④ $(x+2)(x^2+x+7)$

⑤ $(x+2)(x^2-5x+13)$

해설

$x-1$ 을 A 로 치환하면

$$\text{준식} = A^3 + 27 = (A+3)(A^2-3A+9)$$

다시 $x-1$ 을 대입하면 $(x+2)(x^2-5x+13)$

2. x, y 가 실수일 때, $(1+i)x + (1-i)y = \frac{2-i}{1+i}$ 을 만족하는 x, y 의 값은?

- ① $x = -\frac{1}{2}, y = 1$ ② $x = \frac{1}{2}, y = 1$ ③ $x = 1, y = -\frac{1}{2}$
④ $x = 1, y = 1$ ⑤ $x = 1, y = \frac{1}{2}$

해설

$$(x+y) + (x-y)i = \frac{2-i}{1+i} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$$

$$\Rightarrow x+y = \frac{1}{2}, \quad x-y = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{2}, \quad y = 1$$

3. $x^2 + ax + b = 0$ (a, b 는 실수)의 한 근이 $1 + i$ 일 때, a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

한 근이 $1 + i$ 이므로,
켈레근 $1 - i$ 도 식의 근.
 $(1 + i) + (1 - i) = -a$
 $\therefore a = -2$

4. 이차함수 $y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$ 의 최댓값은?

① 3

② 4

③ -1

④ 0

⑤ 5

해설

꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ 이므로 $x = -\frac{1}{2}$ 일 때, 최댓값을 갖는다.

5. $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -3$ 에서 최댓값 5를 갖는 포물선의 식의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -3$ 에서 최댓값 5를 갖는 포물선의 식은 $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 + 5$ 이다. $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 + 5 = -\frac{1}{3}x^2 - 2x + 2$ 따라서 y 의 절편은 2이다.

6. 다음 사차방정식의 실근의 합을 구하여라.

$$x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x - 6 = 0$ 에서 $x = -1, x = 2$ 를 대입하면 성립하므로
조립제법을 이용하여 인수분해하면

-1	1	-3	3	1	-6
		-1	4	7	6
2	1	-4	7	-6	0
		2	-4	6	
	1	-2	3	0	

$(x+1)(x-2)(x^2-2x+3) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = 2$ 또는 $x = 1 \pm \sqrt{2}i$
따라서 실수근은 $-1, 2$ 이므로 $-1 + 2 = 1$ 이다.

7. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서
 $x^2 = t$ 로 놓으면
 $t^2 - 13t + 36 = 0, (t - 4)(t - 9) = 0$
 $\therefore t = 4$ 또는 $t = 9$
(i) $t = 4$ 일 때, $x^2 = 4$
 $\therefore x = \pm 2$
(ii) $t = 9$ 일 때, $x^2 = 9$
 $\therefore x = \pm 3$
따라서 모든 해의 합은
 $(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

8. 다음 연립부등식을 풀어라.

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 \leq 0 \\ x^2 + 2x + 2 \geq 0 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

해설

$$x^2 - 2x + 1 \leq 0 \rightarrow (x - 1)^2 \leq 0$$

$(x - 1)^2$ 은 항상 0 이상이므로

만족하는 해는 $x = 1$ 이 유일

$$x^2 + 2x + 2 = (x + 1)^2 + 1 > 0$$

$$\rightarrow (x + 1)^2 + 1 \geq 1$$

$\therefore$ 모든 실수

$$\therefore x = 1$$

9. 사차식 $3x^4 - 5x^2 + 4x - 7$ 을 이차식 A 로 나누었더니 몫이 $x^2 - 2$ 이고 나머지가 $4x - 5$ 일 때, 이차식 A 를 구하면?

① $3x^2 - 2$

② $3x^2 - 1$

③ $3x^2$

④ $3x^2 + 1$

⑤ $3x^2 + 2$

해설

$$\text{검산식 : } 3x^4 - 5x^2 + 4x - 7 = A(x^2 - 2) + 4x - 5$$

$$A = \frac{3x^4 - 5x^2 - 2}{x^2 - 2} = 3x^2 + 1$$

10. 세 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 2$, $a^2 + b^2 + c^2 = 6$, $abc = -1$ 일 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ ab + bc + ca &= -1 \\ a^3 + b^3 + c^3 \\ &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc \\ &= 2 \times (6 - (-1)) - 3 = 11\end{aligned}$$

11. 실수 a, b, c, d 에 대하여 $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$, $\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{d}} = -\sqrt{\frac{c}{d}}$ 을 만족할 때,
다음 중 옳은 것은? (단, $ab \neq 0, cd \neq 0$)

- ① $ab < 0$
- ② $ad > 0$
- ③ $bc > 0$
- ④ $bd < 0$
- ⑤ $cd > 0$

해설

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}, (a < 0, b < 0)$

$\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{d}} = -\sqrt{\frac{c}{d}}, (c > 0, d < 0)$

- ① $ab > 0$
- ② $ad > 0$
- ③ $bc < 0$
- ④ $bd > 0$
- ⑤ $cd < 0$

12. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 4x + ka - 2k + b = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 중근을 가지도록 실수 a, b 의 값을 정할 때, $a + b$ 의 값은?

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

중근을 가지려면 판별식은 0이다.

$$D' = 2^2 - (ka - 2k + b) = 0$$

$$\Rightarrow (2 - a)k + 4 - b = 0$$

모든 k 에 대하여 성립하려면

$$a = 2, b = 4$$

$$\therefore a + b = 6$$

13. 이차방정식 $x^2 + 4x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\sqrt{-4\alpha-2} + \sqrt{-4\beta-2}$ 의 값은?

① -5

② -4

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= -4, \alpha\beta = 2 \\ (\sqrt{-4\alpha-2} + \sqrt{-4\beta-2})^2 &= -4(\alpha + \beta) + 2\sqrt{16\alpha\beta + 8(\alpha + \beta) + 4} - 4 \\ &= 16 + 2\sqrt{4} - 4 = 16 \\ \therefore \sqrt{-4\alpha-2} + \sqrt{-4\beta-2} &= 4 \quad (\because \text{준식} > 0) \end{aligned}$$

14. 연립부등식 $\begin{cases} 2x-1 < x+3 \\ 5x \geq 3x-4 \end{cases}$ 를 만족하는 정수 x 는 몇 개인가?

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

$$\begin{cases} 2x-1 < x+3 \\ 5x \geq 3x-4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-x < 3+1 \\ 5x-3x \geq -4 \end{cases}$$

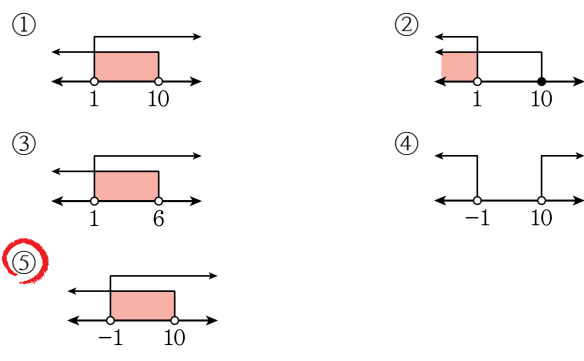
$$\Rightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x \geq -2 \end{cases}$$

$$\therefore -2 \leq x < 4$$

$$\therefore x = -2, -1, 0, 1, 2, 3 \text{ 이므로 } 6 \text{ 개}$$

15. 다음 연립부등식의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

$$\begin{cases} \frac{x-1}{4} > \frac{1}{2}x - \frac{x+1}{3} \\ 0.2x + 1 < 3 \end{cases}$$



해설

i) $\frac{x-1}{4} > \frac{1}{2}x - \frac{x+1}{3}$ 의 양변에 12를 곱하면

$$3(x-1) > 6x - 4(x+1)$$

$$3x - 3 > 6x - 4x - 4$$

$$x > -1$$

ii) $0.2x + 1 < 3$ 의 양변에 10을 곱하면

$$2x + 10 < 30$$

$$x < 10$$

$$\therefore -1 < x < 10$$

16. $|x+3| \leq |x-2|$ 을 풀면?

① $x \leq -3$

② $-3 \leq x \leq -\frac{1}{2}$

③ $-3 < x \leq -\frac{1}{2}$

④ $2 \leq x$

⑤ $x \leq -\frac{1}{2}$

해설

$$|x+3| - |x-2| \leq 0$$

i) $x < -3$ 일 때

$$-x-3+x-2=-5 \leq 0 \quad \therefore x < -3$$

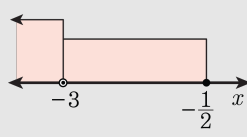
ii) $-3 \leq x < 2$ 일 때

$$x+3+x-2=2x+1 \leq 0, x \leq -\frac{1}{2} \quad \therefore -3 \leq x \leq -\frac{1}{2}$$

iii) $x \geq 2$ 일 때

$$x+3-x+2=5 \leq 0 \text{ (해가없다)}$$

$\therefore$ i), ii), iii)에서 $x \leq -\frac{1}{2}$



17. 부등식 $(a - b)x + (b - 2a) > 0$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 일 때, 부등식 $ax^2 + (a + 2b)x + (a + 3b) < 0$ 의 해를 구하면?

① $3 < x < 7$

② $-3 < x < 1$

③ $x < 2, x > 3$

④ $-1 < x < 2$

⑤ $x < -2, x > 4$

해설

$(a - b)x > 2a - b$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 이라면

$a - b > 0, \frac{2a - b}{a - b} = \frac{3}{2}$ 이어야 한다.

$\therefore a = -b, b < 0$

준 부등식 $-bx^2 + bx + 2b < 0$ 에서

$x^2 - x - 2 < 0, (x - 2)(x + 1) < 0$

$\therefore -1 < x < 2$

18. x 에 대한 항등식 $(1+2x-x^2)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{10}x^{10}$ 에서 $3a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10}$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

i) 항등식의 상수항 : $a_0 = 1$
ii) 항등식에 $x = 1, x = -1$ 을 대입하여 식을 만든다.
 $x = 1$ 을 대입하면 $2^5 = a_0 + a_1 + \cdots + a_{10} \cdots \textcircled{1}$
 $x = -1$ 을 대입하면 $(-2)^5 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 \cdots + a_{10} \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1} + \textcircled{2}$: $0 = 2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10})$
 $\therefore a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10} = 0$
 $3a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10} = 2(\because a_0 = 1)$

19. 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f(x) + g(x)$ 를 $x^2 + x + 1$ 으로 나누면 나머지가 9, $f(x) - g(x)$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 나누면 나머지가 -3이다. 이 때, $f(x)$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$f(x) + g(x) = (x^2 + x + 1)Q_1(x) + 9 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$f(x) - g(x) = (x^2 + x + 1)Q_2(x) - 3 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 을 하면

$$2f(x) = (x^2 + x + 1) \{Q_1(x) + Q_2(x)\} + 6$$

$$f(x) = (x^2 + x + 1) \frac{Q_1(x) + Q_2(x)}{2} + 3$$

$\therefore$ 나머지는 3

20. $\frac{2^{40} - 2^{35} - 2^5 + 1}{2^{35} - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

$2^5 = x$ 라 두면

$$\begin{aligned}\frac{2^{40} - 2^{35} - 2^5 + 1}{2^{35} - 1} &= \frac{x^8 - x^7 - x + 1}{x^7 - 1} \\ &= \frac{(x - 1)(x^7 - 1)}{x^7 - 1} \\ &= x - 1 = 2^5 - 1 = 31\end{aligned}$$

21. x^2 의 계수가 1인 두 이차 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 의 합이 $2x^2 + 5x - 3$ 이고
최소공배수가 $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ 이다. $f(0) = 3$, $g(0) = -6$ 일 때,
 $f(2) + g(-1)$ 의 값은?

- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} f(x) + g(x) &= 2x^2 + 5x - 3 \\ f(x) &= Ga, g(x) = Gb \quad (a, b \text{는 서로소}) \\ G(a+b) &= (2x-1)(x+3) \\ \text{최소공배수 } Gab &= (x+3)(x-2)(x+1) \\ f(x) &= (x+3)(x+1) \quad (\Leftarrow f(0)=3) \\ g(x) &= (x+3)(x-2) \quad (\Leftarrow g(0)=-6) \\ \therefore f(2) + g(-1) &= 15 + (-6) = 9 \end{aligned}$$

22. 이차방정식 $x^2 - (p + 4)x + q - 2 = 0$ 의 두 근의 차가 2가 되는 q 의 최솟값은 ?

- ① 5
- ② 4
- ③ 3
- ④ 2
- ⑤ 1

해설

이차방정식 $x^2 - (p + 4)x + q - 2 = 0$ 의 두 근을 α , $\alpha + 2$ 라고 하면

$$|\alpha + 2 - \alpha| = \frac{\sqrt{(p + 4)^2 - 4(q - 2)}}{1} = |2|$$

$$\sqrt{p^2 + 8p + 16 - 4q + 8} = 2$$

양변을 제곱하여 q 에 관해 정리하면

$$4 = p^2 + 8p + 16 - 4q + 8, 4q = p^2 + 8p + 20$$

$$q = \frac{1}{4}p^2 + 2p + 5 = \frac{1}{4}(p + 4)^2 + 1$$

$\therefore p = -4$ 일 때 $q = 1$ 로 최솟값을 가진다.

해설

두 근을 α, β 라 하면

$$\alpha + \beta = p + 4, \alpha\beta = q - 2$$

두 근의 차가 2이므로

$$|\alpha - \beta| = \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta} = 2$$

$$\sqrt{(p + 4)^2 - 4(q - 2)} = 2$$

양변을 제곱하면

$$(p + 4)^2 - 4(q - 2) = 4$$

q 에 대해 정리하면

$$q = \frac{1}{4}(p + 4)^2 + 1$$

$\therefore p = -4$ 일 때 $q = 1$ 로 최솟값을 가진다.

23. $\alpha = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}, \beta = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\alpha^{99} + \beta^{99}$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\alpha = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}, \beta = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 에서 각각 양변에 2를 곱하고 1을
이항한 후 양변을 제곱해서 정리하면
 $\alpha^2 - \alpha + 1 = 0, \beta^2 - \beta + 1 = 0$
두 식에 각각 $\alpha + 1, \beta + 1$ 를 곱하면
 $(\alpha + 1)(\alpha^2 - \alpha + 1) = 0, (\beta + 1)(\beta^2 - \beta + 1) = 0$
 $\therefore \alpha^3 = -1, \beta^3 = -1$
 $\therefore \alpha^{99} + \beta^{99} = (\alpha^3)^{33} + (\beta^3)^{33} = -1 - 1 = -2$

해설

$\alpha + \beta = 1, \alpha\beta = 1$ 이므로
 α, β 를 두 근으로 하는 이차방정식을 만들면
 $x^2 - x + 1 = 0$
 $\therefore (x + 1)(x^2 - x + 1) = (x^3 + 1) = 0$
 $\alpha^3 = -1, \beta^3 = -1$
 $\therefore \alpha^{99} + \beta^{99} = (\alpha^3)^{33} + (\beta^3)^{33} = -1 - 1 = -2$

24. 실수 a, b, c 와 p, q, r 에 대하여 $a > b > c, p < q < r, p + q + r = 0$ 이 성립할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $p < 0$
- ② $q < 0$
- ③ $r > 0$
- ④ $ap + bq + cr < 0$
- ⑤ $p + q - r < 0$

해설

$p < q < r$ 에서
 $3p = p + p + p < p + q + r = 0 \therefore p < 0$
또한, $0 = p + q + r < r + r + r = 3r \therefore r > 0$
 $a > b, p < 0$ 에서 $ap < bp$
 $b > c, r > 0$ 에서 $br > cr$
 $\therefore ap + bq + cr < bp + bq + br = b(p + q + r) = 0$
 $p + q + r = 0$ 에서 $p + q = -r$
 $\therefore p + q - r = -2r < 0$

25. 연립부등식 $\begin{cases} ax-3 \leq 9 \\ -2x+6 \geq b \end{cases}$ 의 해와 방정식 $-4x+7=16+2x$ 의

해가 같을 때,
 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{cases} ax-3 \leq 9 \\ -2x+6 \geq b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ax \leq 12 \\ x \leq \frac{6-b}{2} \end{cases}$$

$$-4x+7=16+2x$$

$$-6x=9$$

$$\therefore x=-\frac{3}{2}$$

$$\frac{-b+6}{2}=-\frac{3}{2}, b=9$$

$$ax \leq 12 \text{의 해는 } x \geq -\frac{3}{2} \text{ 이므로 } \frac{12}{a} = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore a=-8$$

$$\therefore a+b=-8+9=1$$