

1.  $24 \times a = 90 \times b = c^2$  을 만족하는 가장 작은 자연수  $c$  의 값을 구하여라.  
(단,  $a, b, c$  는 모두 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$24 \times a = 90 \times b = c^2$$

$24 \times a$  와  $90 \times b$  가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면

$$2^3 \times 3 \times a = 2 \times 3^2 \times 5 \times b$$

즉,  $c$  는 24 과 90 의 공배수이므로  $2^3 \times 3^2 \times 5$  의 배수이다.

그러므로 가장 작은  $c^2$  은  $2^4 \times 3^2 \times 5^2$  이어야 한다.

$$\therefore c = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

2. 135 에 가장 작은 수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

① 6      ② 10      ③ 12      ④ 15      ⑤ 18

해설

$$135 = 3^3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는  $3 \times 5 = 15$

3. 100 을 나누어 몫이 5 이고 나머지가 5 인 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

나누는 수를  $a$  라 하면  $5 \times a + 5 = 100$ ,  $5 \times a = 95$  이므로  $a = 19$  이다.

4. 다음 중 어떤 수를 7로 나누었을 때의 나머지가 될 수 있는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 0      ② 5      ③ 8      ④ 9      ⑤ 11

해설

$$0 \leq (\text{나머지}) < 7$$

5. 두 자연수  $a, b$  가 있다.  $a$  를  $b$  로 나누었더니 몫이 16, 나머지가 3 이었다. 이때,  $a$  를 4 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$a = b \times 16 + 3 = 4 \times b \times 4 + 3$  이다. 따라서 나머지는 3 이다.

6. 다음 중 어떤 수를 5로 나누었을 때의 나머지가 될 수 없는 것은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$0 \leq (\text{나머지}) < 5$$

7. 75 에 가능한 한 작은 자연수  $x$ 로 나누어서 어떤 자연수  $y$ 의 제곱이 되게 하려고 한다.  $y$ 의 값은?

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 9      ⑤ 15

해설

75를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 75} \\ 5 \overline{) 25} \\ \quad 5 \end{array}$$

$75 = 3 \times 5^2$  이므로  $\frac{3 \times 5^2}{x} = y^2$  을 만족하는  $x$ 의 값 중 가장 작은 자연수는 3이다. 따라서  $y = 5$ 이다.

8.  $3^2 \times 5 \times 7$  에 자연수  $a$  를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다.  $a$  의 최솟값은?

① 5      ② 7      ③ 15      ④ 21      ⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$  가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면  $3^2 \times 5 \times 7 \times a$  를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수  $a$  의 최솟값은  $5 \times 7 = 35$  이다.

9. 60 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

- ① 3      ② 5      ③ 12      ④ 15      ⑤ 20

해설

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는  $3 \times 5 = 15$

10. 세 자연수  $A$ ,  $2^3 \times 7$ ,  $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가  $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 일 때,  $A$ 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 모두 더하면?

- ① 23      ② 25      ③ 27      ④ 29      ⑤ 31

**해설**

세 자연수  $A$ ,  $2^3 \times 7$ ,  $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가  $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 이므로  
 $A$ 는 2, 5, 7을 소인수로 가질 수 있으며 각 소인수의 지수는  $2^3 \times 7$ ,  $5^2 \times 7^2$ 의 소인수의 지수보다 작거나 같으면 된다.  
따라서,  $A$ 의 값이 될 수 있는 한 자리의 수는 1, 2,  $2^2(=4)$ , 5, 7,  $2^3(=8)$ 이므로 이를 모두 더하면  $1+2+4+5+7+8=27$ 이다.

11. 두 자연수  $2^a \times 3 \times 5$  와  $2^2 \times 3^b \times c$  의 최소공배수가  $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$  일 때,  $a + b + c$  의 값은?

- ① 9      ② 10      ③ 11      ④ 12      ⑤ 13

해설

최소공배수가  $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$  이므로  
 $a = 3, b = 2, c = 7$  이다.  
 $\therefore a + b + c = 12$

12. 두 수  $2^2 \times 3 \times 5$  와  $2^a \times 3^b \times c$  의 최소공배수가  $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$  일 때,  $a + b + c$  의 값을 구하면?

- ㉠ 13      ㉡ 12      ㉢ 10      ㉣ 8      ㉤ 7

해설

최소공배수가  $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$  이므로

$2^a = 2^3$ ,  $3^b = 3^3$ ,  $c = 7$ 이다.

$\therefore a = 3$ ,  $b = 3$ ,  $c = 7$ 에서  $a + b + c = 13$

13. 두 수  $2^a \times 7^b \times 13$ ,  $2^2 \times 13^c$  의 최소공배수가  $2^4 \times 7^3 \times 13^2$  일 때,

$a + b - c$  의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$2^a = 2^4 \text{ 이므로 } a = 4,$$

$$7^b = 7^3 \text{ 이므로 } b = 3,$$

$$13^c = 13^2 \text{ 이므로 } c = 2 \text{ 이다.}$$

따라서  $a + b - c = 5$  이다.

14. 두 수  $2 \times x$ ,  $7 \times x$ 의 최소공배수가 42 일 때,  $x$ 의 값은?

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

$2 \times x$ ,  $7 \times x$ 의 최소공배수는  $2 \times 7 \times x = 42$ 이다.  
따라서  $x = 3$ 이다.

15. 다음 세 자연수의 최소공배수가 1155 일 때,  $a$  의 값은?

$$11 \times a, 7 \times a, 5 \times a$$

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

해설

$$\begin{array}{l} a) \underline{11 \times a} \quad \underline{7 \times a} \quad \underline{5 \times a} \\ \quad 11 \quad 7 \quad 3 \\ a \times 11 \times 7 \times 5 = 1155 \\ \therefore a = 3 \end{array}$$

16. 두 자연수  $15 \times x$ ,  $21 \times x$ 의 최소공배수가 210 일 때,  $x$ 의 값으로 옳은 것은?

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

$15 \times x = 3 \times 5 \times x$ ,  $21 \times x = 3 \times 7 \times x$ 의 최소공배수는  $3 \times 5 \times 7 \times x = 210$   
따라서  $x = 2$ 이다.

17. 세 자연수  $7 \times x$ ,  $4 \times x$ ,  $10 \times x$ 의 최소공배수가 420 일 때,  $x$ 의 값으로 옳은 것은?

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

$7 \times x$ ,  $4 \times x = 2^2 \times x$ ,  $10 \times x = 2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는  $2^2 \times 5 \times 7 \times x = 420$  따라서  $x = 3$ 이다.

18. 두 자연수의 최대공약수가 7 이고, 곱이 420 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하면?

- ① 42      ② 49      ③ 56      ④ 60      ⑤ 63

해설

두 수  $A, B$  의 최대공약수를  $G$ , 최소공배수를  $L$  이라 할 때,  
 $G \times L = A \times B$   
 $420 = 7 \times (\text{최소공배수})$  이다.  
 $\therefore (\text{최소공배수}) = 60$

19. 최대공약수가 6 인 두 자연수  $A, B$  에 대하여  $A \times B = 540$  이 성립한다. 이때, 두 수  $A, B$  의 최소공배수는?

- ① 50      ② 60      ③ 70      ④ 80      ⑤ 90

해설

$(A \times B) = (\text{최대공약수}) \times (\text{최소공배수})$  이므로  
 $540 = 6 \times (\text{최소공배수})$   
따라서 두 수의 곱은 90 이다.

20. 두 자연수의 최대공약수가 11, 최소공배수가 42 일 때, 두 수의 곱을 구하면?

- ① 358      ② 409      ③ 421      ④ 462      ⑤ 500

해설

두 수  $A, B$  의 최대공약수를  $G$ , 최소공배수를  $L$  이라 하면  
 $A \times B = L \times G$  이므로  
 $A \times B = 11 \times 42$  이다.  
 $\therefore A \times B = 462$

21. 두 자연수의 최대공약수가 5, 최소공배수가 60 일 때, 두 수의 곱은?

- ① 200      ② 250      ③ 300      ④ 350      ⑤ 400

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) × (최소공배수) 이므로  
(두 수의 곱) =  $5 \times 60$   
따라서 두 수의 곱은 300 이다.

22.  $\frac{12}{n}$  와  $\frac{18}{n}$  을 자연수로 만드는 자연수  $n$  중에서 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\frac{12}{n}$ ,  $\frac{18}{n}$  을 자연수로 만드는 자연수  $n$  중에서 가장 큰 수는 12와 18의 최대공약수인 6이다.

23.  $\frac{18}{n}$  과  $\frac{24}{n}$  를 자연수로 만드는  $n$  중에서 가장 큰 수는?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 6      ⑤ 9

해설

$\frac{18}{n}$ ,  $\frac{24}{n}$  를 자연수로 만드는  $n$  중에서 가장 큰 수는 18과 24의 최대공약수인 6 이다.



25. 다음 중 6의 배수는 어느 것인가?

- ① 134      ② 176      ③ 214      ④ 288      ⑤ 362

해설

6의 배수는 2와 3의 공배수이다.

26. 다음 중 3의 배수가 아닌 것은?

- ① 129      ② 672      ③ 501      ④ 342      ⑤ 781

해설

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.  
⑤  $7 + 8 + 1 = 16$  은 3의 배수가 아니므로 781은 3의 배수가 아니다.

27. 다음 중 3의 배수인 것은?

- ① 124      ② 263      ③ 772      ④ 305      ⑤ 273

해설

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.

⑤  $2 + 7 + 3 = 12$  가 3의 배수이므로 273은 3의 배수이다.

28.  $3^3 \times a$  는 약수의 개수가 12 인 수 중 가장 작은 홀수라고 할 때,  $a$  에 맞는 수를 구하면?

- ① 1      ② 4      ③ 9      ④ 25      ⑤ 36

해설

$$12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$$

$3^3 \times a$  가 홀수이므로

$a$  는 3 보다 큰 소수의 제곱수이므로  $5^2 = 25$

29.  $2^3 \times \square$  의 약수의 개수가 8 개일 때, 다음 중  $\square$  안에 들어 갈 수 없는 수를 모두 고르면?

- ① 3      ② 4      ③ 7      ④ 9      ⑤ 16

해설

②  $2^3 \times 4 = 2^3 \times 2^2 = 2^5$  이므로 약수의 개수는  $5 + 1 = 6$  (개)이다.

④  $2^3 \times 9 = 2^3 \times 3^2$  이므로 약수의 개수는  $(3+1) \times (2+1) = 12$  (개)이다.

30.  $3^4 \times x$  는 약수의 개수가 10개인 자연수이다. 다음 중  $x$  의 값으로 알맞지 않은 것은?

- ① 2      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤  $3^5$

**해설**

약수의 개수는  $3^4 \times x$  에서

$(4+1) \times (\square+1) = 5 \times 2 = 10$  또는  $(9+1) = 10$  이 될 수 있다.  
즉  $x$  가 될 수 있는 수는 3과 서로소이고 지수가 1인 수 또는  $3^5$  이다.

그러므로 알맞지 않은 것은 3 이다.

31.  $27 \times \square$ 는 약수의 개수가 12개인 가장 작은 자연수이다.  $\square$  안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

- ① 2      ②  $2^2$       ③  $2^3$       ④ 3      ⑤  $3^2$

해설

$3^3 \times \square$ 에서  $\square = a^x$  이라 하면 약수의 개수는  $(3+1) \times (x+1) = 12$  (개) 이므로

$$(3+1) \times (x+1) = 4 \times (x+1) = 12$$

$$x+1 = 3 \quad \therefore x = 2$$

$a$ 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로

$$\square = 2^2$$



33. 54와 72의 공약수 중에서 3의 배수인 약수를  $a$ 개라 할 때  $a$ 의 약수의 개수는?

- ① 2      ② 3      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

해설

최대공약수 : 18

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이므로 3의 배수인 약수는 4개이다.

4를  $a$ 라 할 때  $a$ 의 약수의 개수는  $2^2 = (2+1) = 3$

34. 240과  $2^3 \times 3^2 \times 5^3$ 의 공약수 중에서 5의 배수는 모두 몇 개인가?

- ① 7개    ② 8개    ③ 9개    ④ 10개    ⑤ 11개

해설

$240 = 2^4 \times 3^1 \times 5$ 이므로  
(최대공약수)  $= 2^3 \times 3^1 \times 5$   
 $2^3 \times 3^1 \times 5$ 의 약수 중에서 5의 배수의 개수는  
 $2^3 \times 3^1$ 의 약수의 개수와 같으므로  
 $(3+1) \times (1+1) = 8(\text{개})$

35. 우리 반은 교실청소는 여학생 16 명이 4 명씩, 특별구역청소는 남학생 30 명이 6 명씩 번호순으로 1 주일씩 실시하기로 하였다. 남학생은 1 번, 여학생은 21 번부터 동시에 시작하여 1 번과 21 번 두 학생이 다시 동시에 청소를 하게 되는 것은 몇 주 후인지 구하여라.

▶ 답: 20 주 후

▷ 정답: 20 주 후

**해설**

여학생은  $16 \div 4 = 4$  (주)마다, 남학생은  $30 \div 6 = 5$  (주)마다 당번이 돌아오므로 4 와 5 의 최소공배수 20 주마다 동시에 청소를 하게 된다.

36. 아름이와 다운이는 각각 8 일, 12 일 간격으로 같은 장소에서 봉사활동을 하고 있다. 4 월 5 일에 함께 봉사활동을 하였다면 다음에 처음으로 봉사활동을 함께 하는 날은 몇 월 며칠인가?

- ① 4 월 29 일      ② 4 월 30 일      ③ 4 월 28 일  
④ 5 월 1 일      ⑤ 5 월 3 일

해설

$8 = 2^3$ ,  $12 = 2^2 \times 3$  이다.  
8 과 12 의 최소공배수는  $2^3 \times 3 = 24$  이다.  
24 일 후인 29 일에 다음에 처음으로 봉사활동을 함께 한다.

37. 고속버스 터미널에서 대전행 버스는 10 분마다 한 대씩, 광주행 버스는 15 분마다, 여수행 버스는 18 분마다 한 대씩 출발한다. 세 버스가 오전 9 시에 동시에 출발했을 때, 바로 다음으로 동시에 출발하는 시각은?

- ① 오전 9 시 30 분                      ② 오전 10 시
- ③ 오전 10 시 30 분                      ④ 오후 9 시
- ⑤ 오후 9 시 30 분

**해설**

10, 15, 18 의 최소공배수를 구한다.

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 10 \ 15 \ 18} \\ 2 \overline{) \ 2 \ 3 \ 18} \\ 3 \overline{) \ 1 \ 3 \ 9} \\ \quad 1 \ 1 \ 3 \end{array}$$

$$\therefore 5 \times 2 \times 3 \times 1 \times 1 \times 3 = 90$$

따라서 오전 9 시부터 90 분 후인 오전 10 시 30 분에 동시에 출발한다.

38. 운동장에서 진수는 달리기를 하고 성찬이는 자전거를 타고 있다. 한 바퀴 도는 데 진수는 1분 30초 걸리고 성찬이는 54초가 걸린다. 출발점에서 두 사람이 오전 10시에 동시에 출발했을 때, 그 다음 출발점에서 만나는 시각은?

- ① 10시 2분 10초    ② 10시 2분 50초    ③ 10시 3분 20초  
④ 10시 3분 40초    ⑤ 10시 4분 30초

**해설**

90, 54의 최소공배수는 270이므로 진수와 성찬이는 4분 30초마다 출발점에서 만난다.  
따라서 10시에 동시에 출발했으므로 다음 동시에 출발하는 시각은 10시 4분 30초 이다.