**1.** $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{203}+\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{158}$ 의 값을 구하면?

① $-1-i$　　② $1+i$　　③ $-1+i$

④ $1-i$　　⑤ $0$

해설

$\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=-\frac{2i}{2}=-i$

$\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{2i}{2}=i$

$\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{203}+\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{158}$

$=(-i)^{203}+i^{158}$

$=i+(-1)=-1+i$

**2.** 다음 계산을 하시오.

$$1+\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\cdots+\frac{1}{i^{2006}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-i$

해설

$i^4=1$ 이므로

$\frac{1}{i}+\left(\frac{1}{i}\right)^2+\left(\frac{1}{i}\right)^3+\left(\frac{1}{i}\right)^4$

$=\left(\frac{1}{i}\right)^5+\left(\frac{1}{i}\right)^6+\left(\frac{1}{i}\right)^7+\left(\frac{1}{i}\right)^8\cdots$

$=\frac{1}{i}+\left(\frac{1}{i}\right)^2+\left(\frac{1}{i}\right)^3+\left(\frac{1}{i}\right)^4$

$=-i-1+i+1=0$

$\therefore$ (준식) $=1+(0+0+\cdots+0)+\frac{1}{i}+\left(\frac{1}{i}\right)^2$

$=1-i-1=-i$

**3.** $f(x) = \dfrac{x}{1+i}$, $g(x) = \dfrac{x}{1-i}$ 인 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $\{f(1-i)\}^{100} + \{g(1+i)\}^{100}$ 의 값을 구하면?

① 1　　② $\dfrac{1}{2}$　　③ $\dfrac{2}{3}$　　④ 2　　⑤ $\dfrac{4}{5}$

해설

$f(1-i) = \dfrac{1-i}{1+i} = \dfrac{(1-i)^2}{2} = -i$

$g(1+i) = \dfrac{1+i}{1-i} = \dfrac{(1+i)^2}{2} = i$ 이므로

$\left\{f(1-i)\right\}^{100} + \left\{g(1+i)\right\}^{100}$

$= (-i)^{100} + (i)^{100}$

$= 1 + 1 = 2$

**4.** $A=\dfrac{1-i}{1+i}$ 일 때, $1+A+A^2+A^3+\ \cdots\ +A^{2005}$ 의 값은?

① $-i$ ② $1$ ③ $0$ ④ $1+i$ ⑤ $1-i$

해설

$A=\dfrac{1-i}{1+i}=-i$

$1+A+A^2+A^3+A^4+\cdots+A^{2005}$

$=1+\{(-i)+(-1)+i+1\}+\cdots+(-i)$

$=1-i$

**5.** 자연수 $n$에 대하여 함수 $f(n)$과 다음과 같다고 하자.

$$f(n)\begin{cases} i^{n+1}(n=4k) \\ -i^{n}(n=4k+1)(\text{단,k는정수}) \\ 2i(n=4k+2) \\ -i(n=4k+3) \end{cases}$$

(단,$k$ 는 정수) 이 때, $f(1)+f(2)+\cdot\cdot\cdot+f(2005)$ 를 구하면?

① $i$ ② $-i$ ③ $0$ ④ $500i$ ⑤ $501i$

해설

$n=4k \Rightarrow f(n)={}^{4k+1}=i$
$n=4k+1 \ \Rightarrow \ f(n)=-i^{4k+1}=-i$
$n=4k+2 \ \Rightarrow \ f(n)=2\pi$
$n=4k+3 \ \Rightarrow \ f(n)=-i$
$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+f(4)=-i+2i-i+i=i$
계속 반복되므로
$f(1)+f(2)+\cdots+f(2005)$
$=i\times 501+f(2005)$
$=501i-i=500i$

**6.** 정수 $n$에 대해 $z = i^n + i^{-n}, i = \sqrt{-1}$을 만족하는 $z$의 개수는?

① 1개　　② 2개　　③ 3개

④ 4개　　⑤ 4개보다 많다.

해설

정수 $n$ 에 대하여 $i^n = i$ 또는 $-1$ 또는 $-i$ 또는 $1$,
$i^n = i$ 이면 $i^{-n} = -i$ , $i^n = -1$ 이면
$i^{-n} = -1$ , $i^n = -i$ 이면
$i^{-n} = i$ , $i^n = 1$ 이면
$i^{-n} = 1$
$\therefore\ i^n + i^{-n} = 0, -2, 0, 2$
$\therefore\ z$는 3개다.

**7.** $f(x)=\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)^{98}$ 일 때, $f\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)+f\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2$

해설

$\dfrac{1-i}{1+i}=-i$, $\dfrac{1+i}{1-i}=i$ 이므로

$f(\dfrac{1-i}{1+i})+f(\dfrac{1+i}{1-i})$

$=f(-i)+f(i)$

$=\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{98}+\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)^{98}$

$=i^{98}+(-i)^{98}$

$=i^2+i^2$

$=-2$

**8.** 복소수 $z$에 대해 $z = i^m + i^n, m, n$은 양의 정수인 $z$의 개수를 구하면 몇 개나 될 것인지 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$ )

① 6 개 ② 7 개 ③ 8 개 ④ 9 개 ⑤ 10 개

해설

$m = 1, n = 1, z = i + i = 2i$

$m = 1, n = 2, z = i - 1$

$m = 1, n = 3, z = i - i = 0$

$m = 1, n = 4, z = i + 1$

$m = 1, n = 5, z = i + i = 2i$

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $2i$ | $i - 1$ | $0$ | $i + 1$ |
| 2 | $-1 + i$ | $-2$ | $-1 - i$ | $0$ |
| 3 | $0$ | $-i - 1$ | $-2i$ | $-i + 1$ |
| 4 | $1 + i$ | $0$ | $1 - i$ | $2$ |

$z = 0, 2, -2, 2i, -2i, 1 + i, -1 + i, -1 - i, 1 - i$

$\therefore$ 9 개

**9.** 방정식 $x^2+x+1=0$ 의 한 근을 $w$ 라 할 때, $z=\dfrac{3w+1}{w+1}$ 이라 하면, $z\bar{z}$ 의 값은?
(단, $\bar{z}$ 는 $z$ 의 켤레복소수)

① 7 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ 3

해설

$x^2+x+1=0$ 의 한 근을 $w$ 라 하면, 다른 근은 $\overline{w}$ 이다.
$w+\overline{w}=-1,\ w\overline{w}=1$

$$\begin{aligned} z\bar{z} &= \frac{3w+1}{w+1}\cdot\frac{3\overline{w}+1}{\overline{w}+1} \\ &= \frac{9w\overline{w}+3(w+\overline{w})+1}{w\overline{w}+(w+\overline{w})+1} \\ &= 7 \end{aligned}$$

**10.** $x$, $y$ 가 실수일 때, 복소수 $z = x + yi$ 의 켤레복소수를 $\bar{z}$ 라 하면 $z\bar{z} = 3$ 일 때, $\frac{1}{2}\left(z + \frac{3}{z}\right)$ 의 값은 ?

① $x$　　② $y$　　③ $x + y$

④ $x - y$　　⑤ $2x + y$

해설

$z = x + yi$, $\bar{z} = x - yi$ 이므로

$z \cdot \bar{z} = 3$ 이면 $\bar{z} = \frac{3}{z}$ 을 대입

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\left(z + \frac{3}{z}\right) &= \frac{1}{2}(z + \bar{z}) \\ &= \frac{1}{2}(x + yi + x - yi) \\ &= x\end{aligned}$$

**11.** $x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 근을 $z$라 한다. $p = \dfrac{1+z}{3-z}$ 일 때, $7p \cdot \overline{p}$ 의 값을 구하면?

① 5　② 4　③ 3　④ 2　⑤ 1

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 의 근이 $z,\ \overline{z}$ 이므로

$z + \overline{z} = 1,\ z\overline{z} = 1$

$$\begin{aligned} 7p \cdot \overline{p} &= 7\left(\frac{1+z}{3-z}\right)\left(\overline{\frac{1+z}{3-z}}\right) \\ &= 7\left(\frac{1+z}{3-z}\right)\left(\frac{1+\overline{z}}{3-\overline{z}}\right) \\ &= 7\left\{\frac{1+(z+\overline{z})+z\cdot\overline{z}}{9-3(z+\overline{z})+z\cdot\overline{z}}\right\} \\ &= 3 \end{aligned}$$

**12.** $x$, $y$ 가 실수이고, 복소수 $z = x + yi$ 와 켤레복소수 $\bar{z} = x - yi$ 와의 곱이 $z \cdot \bar{z} = 1$ 일 때, $\frac{1}{2}\left(z - \frac{1}{z}\right) i$ 의 값은?

① $\frac{y}{2}$  ② $-y$  ③ $2x$  ④ $\frac{-x}{2}$  ⑤ $100$

**해설**

$z \cdot \bar{z} = 1$ 에서 $\bar{z} = \frac{1}{z}$ 이다.

그러므로 $\frac{1}{2}\left(z - \frac{1}{z}\right) i = \frac{1}{2}(z - \bar{z})i$

$$= \frac{1}{2}(x + yi - x + yi)i$$

$$= \frac{1}{2}(2yi)i = -y$$