

1. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$

2. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)} \quad (\text{단, } a \neq b \neq c)$$

① -1

② 1

③ $-\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} (\text{준 식}) &= \frac{a^2(c-b) + b^2(a-c) + c^2(b-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{(c-b)a^2 - (c^2 - b^2)a + bc(c-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{(c-b)(a-b)(a-c)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 1 \end{aligned}$$

3. $ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a)$ 을 인수분해하면?

① $-(a-b)(b-c)(c-a)$

② $-(a+b+c)(a-b-c)$

③ $-(a+b)(b+c)(c+a)$

④ $(a+b)(b+c)(c+a)$

⑤ $(a-b)(b-c)(c-a)$

해설

전개하여 a 에 대한 내림차순으로 정리한 후, 인수분해 한다.

$$\begin{aligned} & ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a) \\ &= (b-c)a^2 - (b^2-c^2)a + bc(b-c) \\ &= (b-c)a^2 - (b+c)(b-c)a + bc(b-c) \\ &= (b-c)\{a^2 - (b+c)a + bc\} \\ &= (b-c)(a-b)(a-c) \\ &= -(a-b)(b-c)(c-a) \end{aligned}$$

4. $a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$ 을 인수분해하면?

① $-(a-b)(b-c)(c-a)$

② $(a-b)(b-c)(a-c)$

③ $-(b-a)(b-c)(c-a)$

④ $(a-b)(b-c)(c-a)$

⑤ $(a-b)(b-c)(c+a)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (c-b)a^2 + (b^2 - c^2)a + bc(c-b) \\&= (c-b)\{a^2 - (c+b)a + bc\} \\&= (c-b)(a-b)(a-c) \\&= (a-b)(b-c)(c-a)\end{aligned}$$

5. x^2+ax-9 와 x^2+bx+c 의 합은 $2x^2-4x-6$, 최소공배수는 x^3-x^2-9x+9 이다. $a-b+c$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 상수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$A = x^2 + ax - 9 = Gp$$

$$B = x^2 + bx + c = Gq \text{라 하면}$$

$$A + B = (p + q)G = 2x^2 - 4x - 6 = 2(x + 1)(x - 3)$$

$$L = pqG = x^3 - x^2 - 9x + 9 = x^2(x - 1) - 9(x - 1)$$

$$= (x - 1)(x^2 - 9) = (x - 1)(x + 3)(x - 3)$$

따라서, $G = x - 3$, $p = x + 3$, $q = x - 1$ 이다.

$$\therefore A = (x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$$

$$B = (x - 1)(x - 3) = x^2 - 4x + 3$$

$$\therefore a = 0, b = -4, c = 3$$

$$\therefore a - b + c = 7$$

6. 이차항의 계수가 1인 세 이차식 A, B, C 가 다음 세 조건을 만족할 때, A 를 구하면?

㉠ A, B 의 최대공약수는 $x - 2$ 이다.

㉡ B, C 의 최대공약수는 $x + 1$ 이다.

㉢ A, C 의 최소공배수는 $x^3 - 2x^2 - x + 2$ 이다.

① $x^2 - 4x + 3$

② $x^2 - 3x + 2$

③ $x^2 - 2x + 1$

④ $x^2 - 2x - 3$

⑤ $x^2 - x + 2$

해설

이차항의 계수가 1인 세 이차식 A, B, C 에 대하여

A, B 의 최대공약수가 $x - 2$ 이므로

$$A = (x - 2)(x - \alpha), B = (x - 2)(x - \beta)$$

B, C 의 최대공약수가 $x + 1$ 이므로

$$B = (x + 1)(x - 2), C = (x + 1)(x - \gamma)$$

A, C 의 최소공배수는

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x + 1)(x - 2)(x - 1)$$

$$\therefore x - \alpha = x - \gamma = x - 1$$

$$\therefore A = (x - 2)(x - 1) = x^2 - 3x + 2$$

7. 이차항의 계수가 1인 두 이차다항식 A, B 의 최대공약수가 $x + 2$ 이고 최소공배수가 $x^3 + x^2 - 4x - 4$ 이다. $A + B = ax^2 + bx + c$ 를 만족하는 상수 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$x^3 + x^2 - 4x - 4 = (x + 2)(x + 1)(x - 2)$$

두 다항식은 각각 $(x + 2)(x + 1), (x + 2)(x - 2)$

$$A + B = (x + 2)(x - 2) + (x + 2)(x + 1)$$

$$= 2x^2 + 3x - 2 = ax^2 + bx + c$$

$$\therefore a = 2, b = 3, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = 3$$

8. $a(a+1) = 1$ 일 때, $\frac{a^6 - 1}{a^4 - a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$\begin{aligned}\frac{a^6 - 1}{a^4 - a^2} &= \frac{(a^3 + 1)(a^3 - 1)}{a^2(a^2 - 1)} \\&= \frac{(a + 1)(a^2 - a + 1)(a - 1)(a^2 + a + 1)}{a^2(a + 1)(a - 1)} \\&= \frac{(a^2 - a + 1)(a^2 + a + 1)}{a^2} \leftarrow a^2 = 1 - a \text{ 대입} \\&= \frac{2(1 - a) \times 2}{1 - a} = 4\end{aligned}$$

9. 세 개의 실수 a, b, c 에 대하여 $[a, b, c] = (a - b)(a - c)$ 라 할 때,
 $[a, b, c] + [b, c, a] + [c, a, b] = 0$ 이면 $[a, b, c]$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(a - b)(a - c) + (b - c)(b - a) + (c - a)(c - b) = 0$$

$$\text{전개하여 정리하면 } a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

$$\therefore [a, b, c] = (a - b)(a - c) = 0$$

10. 두 다항식 A, B 에 대하여 $\{A, B\} = A^2 + B^2 - AB$ 라 할 때, $\{x^2 + 1, 2x^2 - 3\} - 7$ 을 실수 범위에서 인수분해한다. 이 때, 인수가 아닌 것은?

① $x - \sqrt{2}$

② $x - 1$

③ x

④ $x + 1$

⑤ $x + \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \{x^2 + 1, 2x^2 - 3\} - 7 \\ &= (x^2 + 1)^2 + (2x^2 - 3)^2 - (x^2 + 1)(2x^2 - 3) - 7 \\ &= x^4 + 2x^2 + 1 + 4x^4 - 12x^2 + 9 - 2x^4 + x^2 + 3 - 7 \\ &= 3x^4 - 9x^2 + 6 \\ &= 3(x^4 - 3x^2 + 2) \\ &= 3(x^2 - 1)(x^2 - 2) \\ &= 3(x - 1)(x + 1)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) \end{aligned}$$