1. $\sqrt{60a}$ 가 정수가 되기 위한 가장 작은 자연수 a 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\sqrt{60a}$ 가 정수가 되기 위해서는 어떤 정수의 제곱이 되어야 한다.
$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 $a = 3 \times 5 = 15$ 이다.

2. 다음 중 수직선 위에서 $-\sqrt{10}$ 과 3 사이에 있는 수에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 무리수는 무수히 많다.

② 범위 안의 모든 수를 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.

③ 정수는 6 개가 있다.

④ 자연수는 3 개가 있다.

⑤ 실수는 무수히 많다.

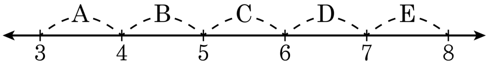
해설

$3 < \sqrt{10} < 4$ 에서 $-4 < -\sqrt{10} < -3$ 이므로 범위는 $-3.\times\times\times \sim 3$

② 범위 안의 모든 수를 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다. → 실수 중 유리수만이 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.

④ 자연수는 3 개가 있다. → 1, 2 . 두 개 있다.

3. 다음 수직선에서 $2\sqrt{7}$ 에 대응하는 점이 있는 구간은?



① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

$2\sqrt{7} = \sqrt{28}$

$5 < \sqrt{28} < 6$ 이므로 C 구간

4. 다음 중 계산이 잘못된 것은?

① $\frac{\sqrt{2}}{4}-\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{6}+\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{5\sqrt{2}}{12}-\frac{\sqrt{6}}{6}$

② $4\sqrt{10}-5\sqrt{7}-3\sqrt{7}+8\sqrt{10}=-8\sqrt{7}+12\sqrt{10}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{4}-\frac{5\sqrt{3}}{2}+2\sqrt{2}+\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{9\sqrt{2}}{4}$

④ $\frac{\sqrt{5}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{3}}{5}-\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{2\sqrt{5}-2\sqrt{3}}{15}$

⑤ $4\sqrt{3}-6\sqrt{3}-2\sqrt{3}+6\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

해설

③ $\frac{\sqrt{2}}{4}-\frac{5\sqrt{3}}{2}+2\sqrt{2}+\sqrt{3}=-\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{9\sqrt{2}}{4}$

5. $\frac{6\sqrt{2}}{2}+\frac{3\sqrt{5}}{5}-\frac{3\sqrt{5}}{5}+2$ 를 간단히 나타내면?

① $3\sqrt{2}+2$

② $3\sqrt{2}+3\sqrt{5}+2$

③ $3\sqrt{5}+2$

④ $3\sqrt{2}-2$

⑤ $3\sqrt{5}-2$

해설

$$\frac{6\sqrt{2}}{2}+\frac{3\sqrt{5}}{5}-\frac{3\sqrt{5}}{5}+2=3\sqrt{2}+2$$

6. $\sqrt{5}$ 의 소수 부분을 x, $\sqrt{10}$ 의 소수 부분을 y 라고 할 때, $\sqrt{2}x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2\sqrt{2}+3$

해설

$\sqrt{5}=2.\cdots$ 이므로 $\sqrt{5}$ 의 소수 부분은 $\sqrt{5}-2$ 이다.
$\sqrt{10}=3.\cdots$ 이므로 $\sqrt{10}$ 의 소수 부분은 $\sqrt{10}-3$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore\ \sqrt{2}x-y &= \sqrt{2}(\sqrt{5}-2)-(\sqrt{10}-3)\\ &= \sqrt{10}-2\sqrt{2}-\sqrt{10}+3\\ &= -2\sqrt{2}+3\end{aligned}$$

7. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시키면 점 $(3,\ m)$ 을 지난다. m 의 값은?

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

해설

$y = 2^2 + 1$ 의 그래프가 점 $(3,\ m)$ 을 지나므로
$m = 18 + 1$, $m = 19$ 이다.

8. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 점 $(a,\ -2)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -3$

▷ 정답 : $a = -5$

해설

$$y = 2x^2 + 4x - 2$$
$$= 2(x+1)^2 - 4$$

이 그래프를 x 축 방향으로 -3만큼 평행이동하면

$y = 2(x+4)^2 - 4$

점 $(a,\ -2)$ 를 지나므로

$-2 = 2(a+4)^2 - 4$

$\therefore\ a = -3$ 또는 $a = -5$

9. 다음 이차함수 중에서 꼭짓점이 제3 사분면에 있는 것은?

① $y = -(x-2)^2 + 1$

② $y = (x-1)^2 + 2$

③ $y = -(x-2)^2 - 3$

④ $y = 2(x+3)^2 - 5$

⑤ $y = -2(x+3)^2 + 1$

해설

④ $(-3,\ -5)$ 이므로 제 3사분면에 있다.

10. 이차함수 $y=-\frac{1}{3}(x+3)^2$ 의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표는?

① -3　　② -2　　③ -1　　④ 0　　⑤ 1

해설

$y=-\frac{1}{3}(x+3)$ 에 $y=0$을 대입하면

$0=-\frac{1}{3}(x+3)^2$

$\therefore x=-3$

11. $0 < a < 5$ 일 때, $\sqrt{a^2} + |5-a| - \sqrt{(a-6)^2}$ 을 간단히 하면?(단, $|x|$ 는 x 의 절댓값을 나타낸다.)

① $a-1$ ② $a+1$ ③ 3

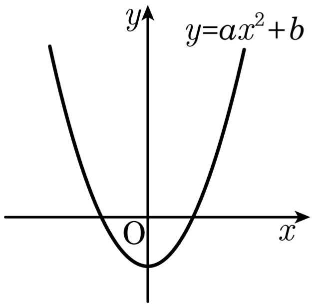
④ $2a-3$ ⑤ $2a-1$

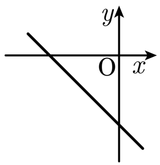
해설

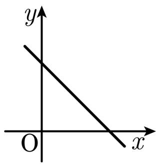
$0 < a < 5$ 에서 $a > 0,\ 5-a > 0,\ a-6 < 0$

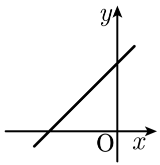
$$\begin{aligned}&\sqrt{a^2} + |5-a| - \sqrt{(a-6)^2}\\ &= |a| + |5-a| - |a-6|\\ &= a + 5 - a + a - 6\\ &= a - 1\end{aligned}$$

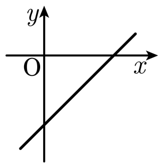
12. 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 $y = ax + b$ 의 그래프는?

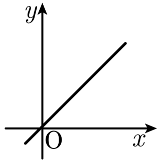


①


②


③


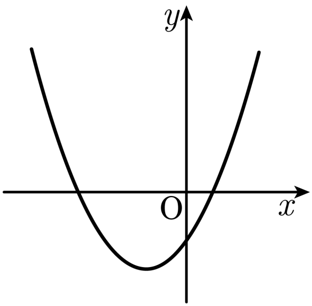
④


⑤


해설

$a > 0$, $b < 0$ 이므로 y 절편이 0 보다 작고 오른쪽 위로 향하는 직선을 찾으면 된다.

13. 이차함수 $y = ax^2 - bx - 2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 지나지 <u>않는</u> 사분면은?



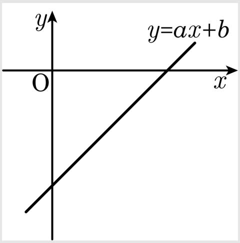
① 제1 사분면　　② 제2 사분면　　③ 제3 사분면
④ 제4 사분면　　⑤ 없다.

해설

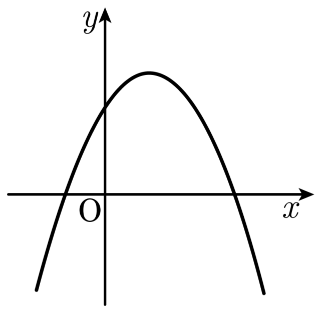
아래로 볼록이므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $\frac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b < 0$

$y = ax+b$ 에서 기울기 $a > 0$, y 절편 $b < 0$ 이므로 제2 사분면을 지나지 않는다.



14. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 직선 $ax + by + c = 0$ 의 그래프가 지나는 사분면은?



① 제 $1, 2, 3$ 사분면
② 제 $1, 3, 4$ 사분면
③ 제 $1, 2, 4$ 사분면
④ 제 $2, 3, 4$ 사분면
⑤ 제 $1, 3$ 사분면

해설

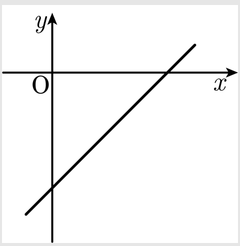
그래프에서 위로 볼록이므로 $a < 0$,

축 $x = -\dfrac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b > 0$, y 절편 $c > 0$ 이다.

$ax + by + c = 0 \leftrightarrow y = -\dfrac{a}{b}x - \dfrac{c}{b}$

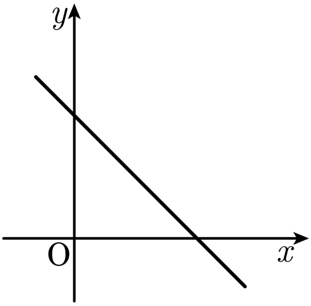
기울기 $-\dfrac{a}{b} > 0$, y 절편 $-\dfrac{c}{b} < 0$

따라서 직선의 모양은 다음과 같다.

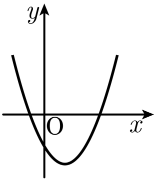


$\therefore$ 제 $1, 3, 4$ 사분면을 지난다.

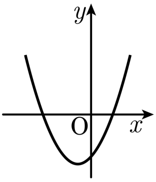
15. 일차함수 $y=ax+b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y=-x^2+ax+b$ 의 그래프의 모양은?



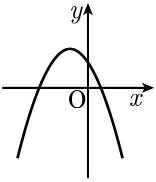
①



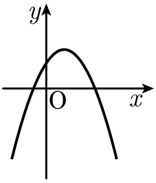
②



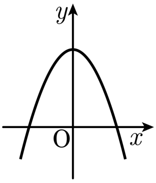
③



④



⑤



해설

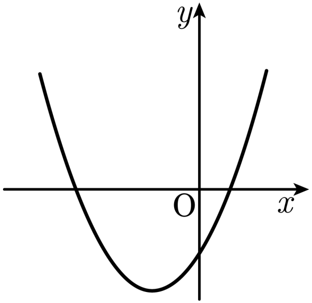
기울기는 음수이고, y 절편은 양수이므로 $a<0,\ b>0$ 이다.

$$y=-x^2+ax+b=-\left(x-\frac{1}{2}a\right)^2+b+\frac{1}{4}a^2$$

기울기는 -1 이므로 위로 볼록한 그래프이고, y 절편은 $b+\dfrac{1}{4}a^2$ 이므로 양수이다.

또한, x 축이 $x=\dfrac{1}{2}a<0$ 이므로 왼편에 있다.

16. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. abc 의 부호를 결정하여라.



▶ 답 : $\underline{0}$

▷ 정답 : $abc < \underline{0}$

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$,

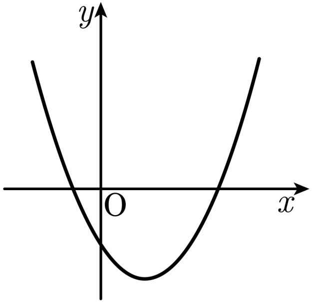
축의 식 $-\dfrac{b}{2a} < 0$, $b > 0$

y 절편 $c < 0$

$a > 0,\ b > 0,\ c < 0$

$\therefore\ abc < 0$

17. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b, c의 부호는?



① $a > 0, b > 0, c > 0$

② $a > 0, b > 0, c < 0$

③ $a > 0, b < 0, c < 0$

④ $a < 0, b > 0, c > 0$

⑤ $a < 0, b < 0, c < 0$

해설

$a > 0, c < 0$이고 $ab < 0$이므로 $b < 0$이다.

18. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 가 다음 조건을 만족할 때, 다음 중 옳은 것은?

Ⅰ. $\dfrac{b}{2a} = -1$

Ⅱ. 최댓값은 있으나. 최솟값은 없다.

Ⅲ. 점 $\left(\dfrac{5}{3},\ 0\right)$ 을 지난다.

① $a > 0$

② $c > 0$

③ 다른 한 x 절편이 $-\dfrac{1}{3}$ 이다.

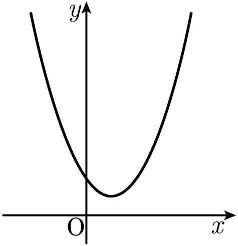
④ 꼭짓점이 제 3 사분면에 있다.

⑤ 그래프는 제 2 사분면을 지나지 않는다.

해설

꼭짓점이 제 1사분면에 있고, 위로 볼록한데 y 절편이 원점 아래에 있기 때문에 제 2사분면을 지나지 않는다.

19. 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 의 부호를 구하면?



① $a>0,\ b>0,\ c>0$

② $a>0,\ b>0,\ c<0$

③ $a>0,\ b<0,\ c>0$

④ $a<0,\ b>0,\ c>0$

⑤ $a>0,\ b<0,\ c<0$

해설

아래로 볼록하므로 $a>0$
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a, b 는 다른 부호이므로 $b<0$
y 절편은 $c>0$ 이다.

20. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무리수가 없다.

② $\frac{1}{2}$ 와 $\frac{1}{3}$ 사이에는 1 개의 유리수가 있다.

③ $-\frac{5}{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 5 개의 정수가 있다

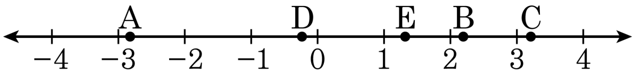
④ 모든 실수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.

⑤ 수직선 위에는 무리수에 대응하는 점이 없다.

해설

③ $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $-\frac{5}{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 $-2, -1, 0, 1$ 총 4 개의 정수가 있다.

21. 다음은 점 A, B, C, D, E 를 수직선에 표시한 것이다. <u>잘못</u> 표시한 것은?



보기

A: $-\sqrt{8}$
B: $\sqrt{5}$
C: $3\sqrt{2}-1$
D: $-\sqrt{2}$
E: $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

① A　② B　③ C　④ D　⑤ E

해설

A : $-\sqrt{8}=-2.\times\times\times$
B : $\sqrt{5}=2.\times\times\times$
C : $3\sqrt{2}-1=3.\times\times\times$
D : $-\sqrt{2}=-1.\times\times\times$
E : $\dfrac{\sqrt{7}}{2}=1.\times\times\times$

22. 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$ 이 점 $(2,\ 8)$ 을 지나도록 하기 위하여 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였다. 이때, q 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y=\frac{1}{2}x^2+q$ 에 $(2,\ 8)$ 을 대입하면 $8=\frac{1}{2}\times4+q$

$\therefore\ q=6$

23. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2$ 의 그래프에서 x 값이 증가함에 따라 y 값도 증가하는 x의 값의 범위는?

① $x > 0$ ② $x < 2$ ③ $x > 2$

④ $x > -2$ ⑤ $x < -2$

해설

꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프이다. $x < -2$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다.

24. 이차함수 $y=-x^2+2x+3$ 을 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p+q$ 의 값은?

① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2+2x+3 \\ &= -\left(x^2-2x+1-1\right)+3 \\ &= -(x-1)^2+4 \end{aligned}$$

$\therefore\ p=1,\ q=4$

$\therefore\ p+q=1+4=5$

25. 포물선 $y = x^2 + bx + c$ 를 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동 하였더니 꼭짓점이 $(3, -1)$ 이 되었다고 한다. 상수 b , c 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = 2$

▷ 정답 : $c = 3$

해설

$y = x^2 + bx + c = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4} + c$,

$y = \left(x + \frac{b}{2} - 4\right)^2 - \frac{b^2}{4} + c - 3$,

꼭짓점$\left(-\frac{b-8}{2},\ -\frac{b^2}{4} + c - 3\right) = (3, -1)$ 이므로

$-\frac{b-8}{2} = 3$, $b = 2$,

따라서$-\frac{b^2}{4} + c - 3 = -1$ 이므로 $c = 3$ 이다.

26. 다음 함수의 그래프 중에서 제1 사분면을 지나지 <u>않는</u> 것은?

① $y = 2x^2$　　② $y = -2x^2 + 2$

③ $y = -(x-1)^2$　　④ $y = (x-2)^2 + 1$

⑤ $y = -(x+4)^2 - 2$

해설

⑤ $y = -(x+4)^2 - 2$ 는 위로 볼록한 모양의 포물선이다.
꼭짓점의 좌표 $(-4,\ -2)$ 는 제 3 사분면 위에 있고, y 절편이 $(0,\ -18)$ 이므로 제 1, 2 사분면을 지나지 않는다.

27. 이차함수 $y=-\frac{2}{3}x^2+4x$ 의 꼭짓점의 좌표를 A, x 축과 만나는 두 점을 각각 B, C 라 할 때, △ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

x 축은 $y=0$ 일 때의 값이므로

$2x^2-12x=0$

$x^2-6x=0$

$x(x-6)=0$

$\therefore\ x=0$ 또는 $x=6$

$B(0,\ 0)$, $C(6,\ 0)$

$y=-\frac{2}{3}(x-3)^2+6$ 이므로 꼭짓점은 $(3,\ 6)$ 이다.

따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $\frac{1}{2}\times6\times6=18$ 이다.

28. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$ ② $b - a < 0$ ③ $b + \sqrt{7} > 3$

④ $ab > 0$ ⑤ $a + 1 > 0$

해설

①
$$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{8} - 3 - \left(-\sqrt{7} + \sqrt{8}\right) \\ &= \sqrt{7} - 3 \\ &= \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \end{aligned}$$

$\therefore\ a - b < 0$

②
$$\begin{aligned} b - a &= -\sqrt{7} + \sqrt{8} - \left(\sqrt{8} - 3\right) \\ &= -\sqrt{7} + 3 \\ &= \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0 \end{aligned}$$

$\therefore\ b - a > 0$

③ (좌변)$= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8}$

(우변)$= 3 = \sqrt{9}$

$\therefore\ b + \sqrt{7} < 3$

④ $a = \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0$

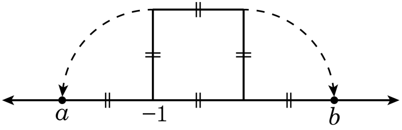
$b = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$

$\therefore\ ab < 0$

⑤
$$\begin{aligned} a + 1 &= \left(\sqrt{8} - 3\right) + 1 \\ &= \sqrt{8} - 2 \\ &= \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0 \end{aligned}$$

$\therefore\ a + 1 > 0$

29. 다음 그림의 사각형은 넓이가 3 인 정사각형이다. 다음 설명 중 <u>틀린</u> 것은?



① 정사각형 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$ 이다.

② b 에 대응하는 실수는 $-1+2\sqrt{3}$ 이다.

③ $\dfrac{b-a}{\sqrt{2}}$ 의 값은 $-\sqrt{2}$ 이다.

④ a 에 대응하는 실수는 $-1-\sqrt{3}$ 이다.

⑤ 대각선의 길이는 $\sqrt{6}$ 이다.

해설

넓이가 3 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$

$a=-1-\sqrt{3}$, $b=-1+2\sqrt{3}$

$$\frac{b-a}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\left\{-1+2\sqrt{3}-(-1-\sqrt{3})\right\}$$

$$=\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{6}}{2}$$

30. 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{2004}$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2	3	4
3.0	1.732	1.735	1.738	1.741	1.744
4.0	2.000	2.002	2.005	2.007	2.010
5.0	2.230	2.238	2.241	2.243	2.245

① 44.72 ② 34.64 ③ 34.70 ④ 34.76 ⑤ 44.76

해설

$$\sqrt{2004} = \sqrt{4 \times 501} = 2\sqrt{501}$$
$$= 2 \times \sqrt{5.01 \times 100}$$
$$= 20\sqrt{5.01}$$

주어진 표에서 $5.01 = 2.238$

$\therefore 20 \times 2.238 = 44.76$

31. 임의의 실수 x 의 정수 부분이 a 일 때, $[x] = a$ 로 나타내기로 한다. $2 \le x < 3$ 일 때, 방정식 $[x]x^2 - x - 5[x] = 0$ 의 해는?

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{5}{2}$

해설

$2 \le x < 3$ 이므로 $[x] = 2$ 이다.
$[x] = 2$ 를 대입하면 $2x^2 - x - 10 = 0$ 이고, 인수분해를 하면 $(2x-5)(x+2) = 0$이다.
$\therefore x = \frac{5}{2}$ $(\because 2 \le x < 3)$

32. 이차방정식 $x^2-ax-2x+4=0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차방정식 $x^2+mx+n=0$ 의 두 근이다. 이 때, $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$x^2-ax-2x+4=0,\ x^2-(a+2)x+4=0$

$\left(\dfrac{a+2}{2}\right)^2=4,\ \dfrac{a+2}{2}=\pm2$

$a+2=\pm4$

$\therefore\ a=2$ 또는 $a=-6$

$x^2+mx+n=0$ 의 두 근이 $2,\ -6$ 이므로

$$\begin{array}{rl} & 4+2m+n=0 \\ -\,) & 36-6m+n=0 \\ \hline & -32+8m=0 \end{array}$$

$\therefore\ m=4,\ n=-12$

$\therefore\ m+n=4-12=-8$

33. 방정식 $(2-x-y)^2-(x^2+y^2)=4$ 를 만족하는 자연수의 순서쌍 $(x,\ y)$ 에 대하여 x^2+y^2 의 값을 구하여라. (단 $x \neq y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$(2-x-y)^2-(x^2+y^2)=4$,

$xy-2(x+y)=0$, $(x-2)(y-2)=4$

$x-2$	1	2	4	-1	-2	-4
$y-2$	4	2	1	-4	-2	-1

이 중에서 $x,\ y$가 자연수인 경우는 (단, $x \neq y$)

x	3	6
y	6	3

따라서 $x^2+y^2=3^2+6^2=45$이다.

34. 자연수 1에서 n까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$이다. 자연수 4부터 n까지의 합이 85일 때, n의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 13

해설

$(4+5+6+\cdots n)=(1+2+\cdots n)-(1+2+3)$

$\frac{n(n+1)}{2}-6=85$이므로

$n(n+1)=182$

$n^2+n-182=0$

$(n-13)(n+14)=0$

$n>0$이므로 $n=13$이다.

35. 1 에서 n 까지의 자연수의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 190 이 되려면 1 에서 얼마까지 더하면 되는지 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 19

해설

$\frac{n(n+1)}{2}=190$, $n(n+1)=380$,

$n^2+n-380=0$,

$(n+20)(n-19)=0$,

$n=-20$ 또는 $n=19$,

따라서 n 은 자연수이므로 $n=19$ 이다.

36. 어린이 날을 맞이하여 구슬 126개를 어린이들에게 똑같이 나누어 주었다. 그 후에 어린이 5명이 더 와서 어린이들에게 나누어 주었던 구슬을 5개씩 회수하여, 나중에 온 5명의 어린이들에게 똑같이 주었더니 모든 어린이들에게 돌아간 구슬의 수가 같게 되었다. 처음 어린이들의 수는?

① 5명 ② 6명 ③ 7명 ④ 8명 ⑤ 9명

해설

처음 어린이의 수를 x명이라 하면

처음 한 사람당 받은 구슬의 수는 $\frac{126}{x}$개

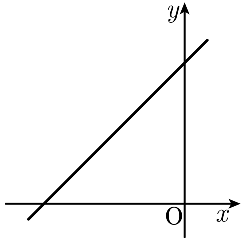
나중 어린이 수는 $(x+5)$명

나중에 한 사람당 받은 구슬의 수는 $\left(\frac{126}{x}-5\right)$개 이므로

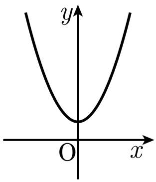
$$\left(\frac{126}{x}-5\right)(x+5)=126$$

$x>0$이므로 $x=9$

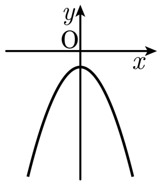
37. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 개형은?



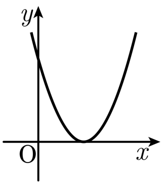
①



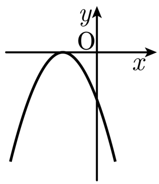
②



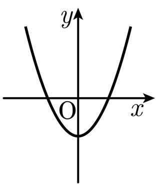
③



④



⑤



해설

$y = ax + b$ 의 그래프에서
$a > 0, b > 0$ 이다.

38. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 3)$ 일 때, 이 그래프가 제 2 사분면을 지나지 않을 a 의 값의 범위는? (단, $a \neq 0$ 임)

① $a < -\dfrac{4}{3}$　　② $a \leq -\dfrac{4}{3}$　　③ $a < \dfrac{3}{4}$

④ $a \leq -\dfrac{3}{4}$　　⑤ $a > \dfrac{4}{3}$

해설

a 의 부호에 따라 그래프의 모양이 다르므로 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 생각해야 한다면

$a > 0$ 이면 항상 제 2 사분면을 지난다.

$a < 0$ 이면 y 절편이 양수일 때에는 제 2 사분면을 지나고 y 절편이 음수이거나 0 일 때 제 2 사분면을 지나지 않는다.

꼭짓점이 $(2,\ 3)$ 이므로 $y = a(x-2)^2 + 3$ 이다.

즉, $y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$ 이다.

여기서 y 절편은 $4a + 3$ 이다.

$4a + 3 \leq 0$

$\therefore a \leq -\dfrac{3}{4}$

39. 포물선 $y = x^2 + ax + a - 1$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 2 일 때, a 의 값들의 합을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$y = x^2 + ax + a - 1$ 의

x 절편을 $\alpha,\ \beta\ (\alpha > \beta)$ 라고 하면

$\alpha + \beta = -a,\ \ \alpha\beta = a - 1$ 이다.

$\alpha - \beta = 2$ 이므로

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$

$4 = a^2 - 4a + 4$

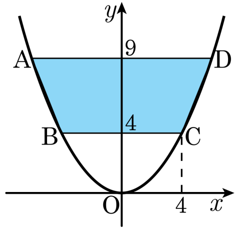
$a^2 - 4a = 0$

$a(a - 4) = 0$

$\therefore\ \ a = 0$ 또는 $a = 4$

따라서 a 의 값의 합은 4 이다.

40. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 네 꼭짓점이 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프 위에 있는 사다리꼴이다. □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$y=ax^2$ 에 점 C $(4,\ 4)$ 를 대입하면

$4=a\times 4^2$

$a=\frac{1}{4}$

$y=\frac{1}{4}x^2$ 에서 A, D 의 y 좌표가 9이므로

$9=\frac{1}{4}x^2$

$x^2=36$

$x=\pm 6$

$\overline{\mathrm{AD}}=12,\ \overline{\mathrm{BC}}=8$ 이므로

$\therefore$ (□ABCD의 넓이) $=(12+8)\times 5\times\frac{1}{2}=50$

41. 5의 음의 제곱근을 a , 2의 양의 제곱근을 b 라 할 때, $\sqrt{-a^2+3b^2}-\sqrt{(a^2\times b^2)^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$a=-\sqrt{5}$, $b=\sqrt{2}$

$\sqrt{-a^2+3b^2}-\sqrt{(a^2\times b^2)^2}$

$=\sqrt{-\left(-\sqrt{5}\right)^2+3\left(\sqrt{2}\right)^2}$

$-\sqrt{\left\{\left(-\sqrt{5}\right)^2\times\left(\sqrt{2}\right)^2\right\}^2}$

$=\sqrt{-5+6}-\sqrt{(5\times 2)^2}$

$=1-10=-9$

42. $\sqrt{x}-\sqrt{y}=3\sqrt{5}$를 만족하는 자연수 $x,\ y$의 순서쌍 $(x,\ y)$에 대하여 x의 최댓값을 구하여라.
(단, $1 \le y \le 100$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 245

해설

$\sqrt{x}-\sqrt{y}=3\sqrt{5}$에서 $\sqrt{x}=3\sqrt{5}+\sqrt{y}$
$\sqrt{x}$와 $\sqrt{y}$를 계산할 수 있어야 하므로

$\sqrt{y}=a\sqrt{5}$꼴이 되어야 한다. (단, a는 자연수이다.)

$1 \le y \le 100$이고 $\sqrt{y}=a\sqrt{5}$ 이므로 $y=5a^2$
$1 \le y \le 100$이고 5의 배수이다.
$a=1$일 때, $y=5\times1^2=5\ \therefore\ y=5,\ x=80$
$a=2$일 때, $y=5\times2^2=20\ \therefore\ y=20,\ x=125$
$a=3$일 때, $y=5\times3^2=45\ \therefore\ y=45,\ x=180$
$a=4$일 때, $y=5\times4^2=80\ \therefore\ y=80,\ x=245$
따라서 순서쌍 $(x,\ y)$에서 x의 최댓값은 245이다.

43. 다음을 계산하여라.

$$\left(\frac{4}{2002\times2006}+1\right)\left(\frac{4}{2004\times2008}+1\right)\left(\frac{4}{2006\times2010}+1\right)\left(\frac{4}{2008\times2012}+1\right)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 식은 $\frac{4}{a(a+4)}+1=\frac{4+a(a+4)}{a(a+4)}=\frac{(a+2)^2}{a(a+4)}$ 의 곱의 꼴이므로

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= \frac{2004^2}{2002\times2006}\times\frac{2006^2}{2004\times2008}\\ &\times\frac{2008^2}{2006\times2010}\times\frac{2010^2}{2008\times2012}\\ &=\frac{2004}{2002}\times\frac{2010}{2012}\\ &=1\end{aligned}$$

44. 이차방정식 $kx^2+(p+3)x-qk=3$ 이 k 의 값에 관계없이 항상 $x=2$ 를 해로 갖는다고 할 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$kx^2+(p+3)x-qk=3$ 에 $x=2$ 를 대입하면

$4k+2p+6-qk=3$

k 에 대하여 식을 정리하면

$(4-q)k+2p+3=0$

이 식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$4-q=0,\ 2p+3=0$ 이어야 한다.

$\therefore\ p+q=-\frac{3}{2}+4=\frac{5}{2}$

45. $[f(x)]_b^a = f(a) - f(b)$ 라고 할 때, $\left[2x^2 + x\right]_1^a = 0$ 을 만족하는 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\left[2x^2 + x\right]_1^a = 0$

$(2a^2 + a) - (2 + 1) = 0$

$2a^2 + a - 3 = 0$

$(a - 1)(2a + 3) = 0$

$\therefore\ a = 1$ 또는 $a = -\dfrac{3}{2}$

따라서 양수 a 의 값은 1 이다.

46. 원 위의 움직이는 점 P 와 점 Q 가 동일한 위치에서 서로 반대방향으로 출발하여 이동하고 있다. 각 점들이 움직인 시간을 t 라 하면 점 P 가 움직인 거리는 $2t$ 에 비례하고, 점 Q 가 움직인 거리는 $\frac{1}{2}t^2$ 에 비례한다. 점 P 가 점 Q 보다 3 초 일찍 출발하여 P 가 출발한지 5 초 후에 두 점이 만나게 되고, P 가 출발한지 9 초 후에 다시 한번 만나게 된다고 할 때, 점 P 가 움직인 거리와 점 P 가 움직인 거리가 같아지는 시각은 점 P 가 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라. (단, 원 둘레의 길이는 72 이다.)

▶ 답 : 초

▷ 정답 : $17+2\sqrt{70}$ 초

해설

점 P 와 점 Q 가 움직인 시간을 t 라 하면 점 P 가 움직인 거리는 $s=a\times 2t$, 점 Q 가 움직인 거리 $s'=b\times\frac{1}{2}t^2$ 이다. (a, b는 상수)
점 P 가 이동하기 시작한지 5 초 후와 9 초 후에 각각 한 번씩 만나고 점 P 는 Q 보다 3 초 일찍 출발하므로
$10a+2b=72$
$18a+18b=144$
$\therefore\ a=7,\ b=1$
따라서 x 초 동안 P 가 움직인 거리는 $14x$, Q 가 움직인 거리는 $\frac{1}{2}x^2$ 이다.
P 가 3 초 먼저 출발하므로
$14x=\frac{1}{2}(x-3)^2$
$x^2-34x+9=0$
$x=17+2\sqrt{70}$
따라서 구하는 시각은 출발한지 $17\pm2\sqrt{70}$ 초 후이다.

47. 원가가 2000 원인 인형이 있다. $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인기간에 정가의 $3a\%$ 를 받고 팔았더니 560 원의 손해를 보았다. 이 때, a 의 값을 구하면?

① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

정가 : $2000 \times \left(1+\frac{a}{100}\right)$ 원

$2000 \times \left(1+\frac{a}{100}\right) \times \frac{3a}{100} + 560 = 2000$

$60a + \frac{3}{5}a^2 + 560 = 2000$

$a^2 + 100a - 2400 = 0$

$(a-20)(a+120) = 0$

$\therefore a = 20 \ (a > 0)$

48. 이차함수 $y=x^2-5x-6$ 의 그래프는 x 축과 두 점 A, B 에서 만난다고 한다. 이 때, 선분 AB 의 길이는?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 7

해설

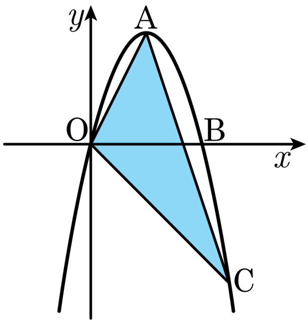
$y=x^2-5x-6$ 의 x 절편은 $y=0$ 대입

$x^2-5x-6=0, (x+1)(x-6)=0$

$\therefore\ x=-1,\ 6$

$\therefore \overline{\mathrm{AB}}=6-(-1)=7$

49. 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $\triangle AOB : \triangle OBC = 4:5$ 가 되는 점 C 의 좌표는? (단, 점 A 는 꼭짓점, 점 B 는 포물선과 x 축과의 교점, 점 C 는 포물선 위에 있는 4 사분면의 점이다.)



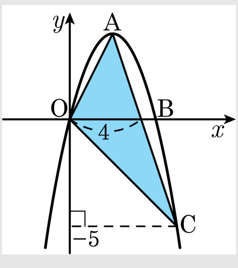
① $(5,\ -5)$ ② $(4,\ -3)$ ③ $(6,\ -2)$
④ $(2,\ -8)$ ⑤ $(3,\ -4)$

해설

$y = -x^2 + 4x = -(x-2)^2 + 4$ 이므로 꼭짓점 $A(2,4)$
또한 $y = 0$ 일 때, $0 = -x^2 + 4x \Leftrightarrow x(x-4) = 0$

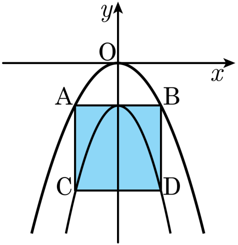
따라서 점 $B(4,0)$ 이다. $\therefore \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

$\triangle AOB : \triangle OBC = 4:5$ 이므로 $\triangle OBC$ 의 넓이는 10 이다.



$\triangle OBC$ 의 밑변을 $\overline{OB} = 4$ 라고 하면 높이는 5 가 된다. 즉 점 C 의 y 좌표가 -5 이다.
점 C 의 x 좌표를 c 라고 하면 $-c^2 + 4c = -5$
$c^2 - 4c - 5 = 0 \Leftrightarrow (c-5)(c+1) = 0$, $c > 0$ 이므로 $c = 5$
$\therefore C(5,-5)$

50. 다음 그림에서 두 점 A, B는 이차함수 $y=-x^2$ 위의 점이고, 점 C, D는 이차함수 $y=-2x^2-1$ 위의 점이다. 사각형 ABDC가 정사각형일 때, 이 정사각형의 넓이를 구하여라. (단, 사각형의 각 변은 모두 좌표축과 평행하다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

점 A 의 x 좌표를 a라 하면

$A(a,\ -a^2)$, $B(-a,\ -a^2)$, $C(a,\ -2a^2-1)$, $D(-a,\ -2a^2-1)$

□ABCD는 정사각형이므로

$-2a=-a^2-(-2a^2-1)$

$(a+1)^2=0$

$\therefore\ a=-1$

따라서 □ABCD $=2\times2=4$ 이다.