1. 다음 중 8 과 서로소가 아닌 것은?

① 3 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 9

해설

6 과 8 의 최대공약수는 2 이므로 서로소가 아니다.

2. 90, $2^4 \times 3 \times 5^3$ 의 최대공약수는?

① $2 \times 3 \times 5$ ② $2^2 \times 3^2 \times 5$ ③ $2^2 \times 3 \times 5^2$
④ $2^3 \times 3 \times 5^2$ ⑤ $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다르면 작은 쪽을 택하여 곱한다.
$90 = 2 \times 3^2 \times 5$, $2^4 \times 3 \times 5^3$ 의 최대공약수 : $2 \times 3 \times 5$

3. 두 자연수의 최대공약수는 15 이다. 이 두 자연수의 공약수가 아닌 것은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 15

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 15 의 약수이므로 $1, 3, 5, 15$ 이다.

4. 두 수 a, b 의 최대공약수가 12 일 때, a, b 의 공약수의 개수는?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 12 ⑤ 24

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 12 의 약수와 같다.
12 의 약수는 $1, 2, 3, 4, 6, 12$ 이므로 6 개이다.

5. $12, 42, 54$ 의 최소공배수는?

① 2×3 ② $2^3 \times 3$ ③ $2 \times 3 \times 7$
④ $2^3 \times 3^3$ ⑤ $2^2 \times 3^3 \times 7$

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $42 = 2 \times 3 \times 7$, $54 = 2 \times 3^3$ 이므로
최소공배수는 $2^2 \times 3^3 \times 7$ 이다.

6. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5$ 와 $2^a \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 13　② 12　③ 10　④ 8　⑤ 7

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 이므로
$2^a = 2^3,\ 3^b = 3^3,\ c = 7$ 이다.
$\therefore a = 3\ ,\ b = 3\ ,\ c = 7$ 에서 $a+b+c = 13$

7. a 와 15 의 공배수가 15 의 배수와 같을 때, 다음 중 a 의 값으로 적당한 것은?

① 2 ② 3 ③ 6 ④ 10 ⑤ 20

해설

a 와 15 의 공배수가 15 의 배수와 같다는 것은 a 와 15 의 최소공배수가 15 라는 뜻이다.
따라서 a 와 15 의 최소공배수가 15 가 나오기 위해서는 a 가 15 의 약수가 되어야 한다.

8. 세 수 9, 18, 27 의 공배수 중 500 이하의 자연수는 모두 몇 개인가?

① 3 개 ② 5 개 ③ 7 개 ④ 9 개 ⑤ 11 개

해설

9, 18, 27 의 공배수는 최소공배수 54 의 배수이므로 500 이하의 자연수는 $500 \div 54 = 9 \cdots 14$ 이므로 9 개이다.

9. 현근이네 반 남학생 30 명과 여학생 24 명은 이어달리기경주를 하기 위해 조를 짜기로 하였다. 각 조에 속하는 여학생의 수와 남학생의 수가 같고 가능한 많은 인원으로 조를 편성하려고 할 때, 몇 조까지 만들어지는가?

① 7조 ② 6조 ③ 5조 ④ 4조 ⑤ 3조

해설

남학생 수와 여학생 수의 최대 공약수는 6 이다.
따라서 6 조까지 만들어진다.

10. 가로의 길이가 16cm , 세로의 길이가 12cm , 높이가 24cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 놓이도록 쌓아서 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이는?

① 36cm ② 48cm ③ 72cm
④ 96cm ⑤ 144cm

해설

가장 작은 정육면체의 한 모서리의 길이는 16, 12, 24 의 최소공배수이므로 48cm 이다.

11. 세 수 42, 70, 98 의 최대공약수를 a , 최소공배수를 b라 할 때, $b-a$ 의 값은?

① 1456 ② 1460 ③ 1462 ④ 1468 ⑤ 1470

해설

$42 = 2 \times 3 \times 7$
$70 = 2 \times 5 \times 7$
$98 = 2 \times 7^2$ 에서
최대공약수는 2×7 , 최소공배수는 $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$ 이므로
$a = 14,\ b = 1470$ 이다.
따라서 $b - a = 1470 - 14 = 1456$ 이다.

12. $\frac{18}{n}$ 과 $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$\frac{18}{n}$, $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는18과 24의 최대공약수인 6 이다.

13. 다음 중 옳은 것은?

① 소수는 모두 홀수이다.

② 약수가 1 개뿐인 수를 소수라 한다.

③ 합성수의 약수는 3 개 이상이다.

④ 1 은 합성수이다.

⑤ 두 수가 서로소이면 두 수 중 한 수는 반드시 소수이다.

해설

① 2 는 유일한 짝수이다.
② 약수가 1 과 자기 자신 즉 2 개인 수를 소수라 한다.
④ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
⑤ 8 과 9 는 서로소 이지만 두 수 모두 합성수이다.

14. 다음 세 수 $2^a \times 3^5 \times 7^2 \times 150$, $2^5 \times 3^b \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 5^c \times 7^d \times 54$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 3 \times 70$ 일 때, $(a+b+c) \times d$ 의 값은?

① 3　　② 5　　③ 8　　④ 9　　⑤ 12

해설

최대공약수가 $2^3 \times 3 \times 70 = 2^4 \times 3 \times 5 \times 7$ 이고
주어진 각 수를 정리한 값이
$2^a \times 3^5 \times 7^2 \times 150 = 2 \times 2^a \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2$
$2^5 \times 3^b \times 5^2 \times 7^3$
$2^4 \times 5^c \times 7^d \times 54 = 2^5 \times 3^3 \times 5^c \times 7^d$ 이다.
주어진 세 수의 2 의 지수를 비교하면 모두 4 보다 크므로
$2 \times 2^a \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2$ 에서 2 의 지수는 4 이어야한다.
2 가 한 번 더 곱해져 있으므로, a 는 3 이어야 한다.
주어진 세 수의 3 의 지수를 비교하면
모두 1 보다 크므로 b 는 1 이어야 한다.
주어진 세 수의 5 의 지수를 비교하면
모두 1 보다 크므로 c 는 1 이어야 한다.
주어진 세 수의 7 의 지수를 비교하면
모두 1 보다 크므로 d 는 1이어야 한다.
따라서 $a = 3,\ b = 1, c = 1,\ d = 1$ 이므로
$(a+b+c) \times d = (3+1+1) \times 1 = 5$ 이다.

15. 세 수 $30, 60, 80$ 의 공약수 중에서 소수의 합은?

① 3　② 5　③ 7　④ 10　⑤ 17

해설

$30, 60, 80$ 의 최대공약수 : 10
공약수 중 소수 : $2, 5$
(소수의 합)$= 2 + 5 = 7$

16. 두 자연수 $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 5^2$ 의 공약수가 될 수 <u>없는</u> 것은?

① 2^2　　② 2×5　　③ 5

④ $2^2 \times 5$　　⑤ $2^3 \times 3 \times 5^2$

해설

⑤ $2^3 \times 3 \times 5^2$ 은 $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 5^2$ 의 최소공배수이다.

17. 240과 $2^3 \times 3^2 \times 5^3$ 의 공약수 중에서 5의 배수는 모두 몇 개인가?

① 7개 ② 8개 ③ 9개 ④ 10개 ⑤ 11개

해설

$240 = 2^4 \times 3^1 \times 5$ 이므로
(최대공약수)$= 2^3 \times 3^1 \times 5$
$2^3 \times 3^1 \times 5$ 의 약수 중에서 5의 배수의 개수는
$2^3 \times 3^1$ 의 약수의 개수와 같으므로
$(3+1) \times (1+1) = 8$(개)

18. 두 자연수 A 와 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, 가능한 A 의 개수는?

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

$A = a \times b \times c \times d$ 라 하면

$$\begin{array}{l} 2^3 \times 3^2 \times 5 \\ \underline{a \ \times b \ \times c \times d} \\ 2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7 \end{array}$$

$\therefore\ a = 2^5,\ b = 1,\ 3, 3^2,\ c = 1,\ 5,\ d = 7$

따라서, A 는 $2^5 \times 7,\ 2^5 \times 5 \times 7,\ 2^5 \times 3 \times 7$,

$2^5 \times 3 \times 5 \times 7,\ 2^5 \times 3^2 \times 7,\ 2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 의 6 개이다.

19. 세 자연수의 비가 $3:4:6$ 이고 최소공배수가 96 일 때, 세 자연수 중 가장 큰 수는?

① 28 ② 48 ③ 56 ④ 70 ⑤ 84

해설

세 자연수의 비가 $3:4:6$ 이므로 세 자연수는 각각 $3\times a,\ 4\times a,\ 6\times a$ 로 나타낼 수 있다.
또한 최소공배수는 $2^2\times 3\times a = 96 = 2^5\times 3$ 으로 나타낼 수 있으므로 $a=8$ 이다.
따라서 세 자연수는 각각 $24 = 3\times 8,\ 32 = 4\times 8,\ 48 = 6\times 8$ 이다.

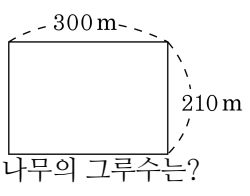
20. 사탕 24 개와 초콜릿 36 개모두를 될 수 있는 대로 많은 학생에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이때, 몇 명에게 나누어 줄 수 있겠는가?

① 12 명 ② 10 명 ③ 8 명 ④ 6 명 ⑤ 4 명

해설

24 와 36 의 최대공약수는 12 이다

21. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 300 m , 세로의 길이가 210 m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?



① 32 그루　② 34 그루　③ 36 그루
④ 38 그루　⑤ 40 그루

해설

나무의 간격은 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$,
$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수 30 (m),
나무 사이의 간격을 30 m 라 할 때,
가로 $300 = 30$ (m) $\times 10$ (그루)
세로 $210 = 30$ (m) $\times 7$ (그루)
직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는
$(10 + 7) \times 2 = 34$ (그루)

22. 어떤 자연수로 24 를 나누면 나누어 떨어지고, 61 을 나누면 1 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하면?

① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 32

해설

어떤 수는 24, $61 - 1 = 60$ 의 공약수이다.
이 중 가장 큰 수는 두 수의 최대공약수이므로 12 이다.

23. 검은 펜 70 개, 빨간 펜 100 개, 파란 펜 130 개를 지영이네 반 학생들에게 똑같이 나누어주었더니 검은 펜이 6 개, 빨간 펜이 4 개, 파란 펜이 2 개 남았다. 지영이네 반 학생은 30 명 이상이라고 할 때, 지영이네 반 학생 수를 구하여라.

① 30 명 ② 32 명 ③ 34 명 ④ 36 명 ⑤ 38 명

해설

70 보다 6 작은 수, 100 보다 4 작은 수, 130 보다 2 작은 수는 어떤 수로 나누어 떨어진다. 그러므로 64, 96, 128 의 공약수 중, 30 이상인 수를 구한다.

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 64 & 96 & 128 \\ \hline 2 & 32 & 48 & 64 \\ \hline 2 & 16 & 24 & 32 \\ \hline 2 & 8 & 12 & 16 \\ \hline 2 & 4 & 6 & 8 \\ \hline & 2 & 3 & 4 \end{array}$$

최대공약수 : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

최대공약수인 32 의 약수 중 30 보다 큰 수는 32 이다. 따라서 지영이네 반 학생 수는 32 명이다.

24. 운동장에서 진수는 달리기를 하고 성찬이는 자전거를 타고 있다. 한 바퀴 도는 데 진수는 1분 30초 걸리고 성찬이는 54초가 걸린다. 출발점에서 두 사람이 오전 10시에 동시에 출발했을 대, 그 다음 출발점에서 만나는 시각은?

① 10시 2분 10초 ② 10시 2분 50초 ③ 10시 3분 20초
④ 10시 3분 40초 ⑤ 10시 4분 30초

해설

90, 54의 최소공배수는 270이므로 진수와 성찬이는 4분 30초마다 출발점에서 만난다.
따라서 10시에 동시에 출발했으므로 다음 동시에 출발하는 시각은 10시 4분 30초 이다.

25. 톱니의 수가 각각 48 개, 72 개인 두 톱니바퀴 A, B 가 서로 맞물려 돌고 있다. 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도 몇 번 회전한 후인가?

① 1번 ② 2번 ③ 3번 ④ 4번 ⑤ 5번

해설

48 과 72 의 최소공배수는 144

$144 \div 48 = 3$

따라서 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도

3번 회전한 후이다.

26. 100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는?

① 31 개 ② 32 개 ③ 33 개 ④ 34 개 ⑤ 35 개

해설

100 이하의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개
100 이하의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는 $20 + 14 - 2 = 32$

27. 두 분수 $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 100 이하의 자연수의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

두 분수가 자연수가 되려면, n 은 6 과 10 의 공배수이어야 한다.
공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이어야 한다.
n 의 값 중 가장 작은 수는 30 이다.
따라서 100 이하의 자연수이므로 30, 60, 90 이고 3 개이다.

28. 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 54 cm, 90 cm, 108 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체를 최대한 적게 사용하려고 할 때, 정육면체의 개수는?

① 180 개 ② 90 개 ③ 36 개
④ 24 개 ⑤ 15 개

해설

정육면체가 가장 적을 때 정육면체 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 54, 90, 108 의 최대공약수인 18cm 이다.
따라서 상자의 개수는
$(54 \div 18) \times (90 \div 18) \times (108 \div 18) = 90$ (개)

29. 6 으로 나누면 5 가 남고, 5 로 나누면 4 가 남고, 4 로 나누면 3 이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 작은 수를 구하여라.

① 116 ② 117 ③ 118 ④ 119 ⑤ 120

해설

구하는 수를 x 라 하면 $(x+1)$ 은 6, 5, 4 의 공배수이다.

$$\begin{array}{r|rrr} 6 & 6 & 5 & 4 \\ \hline & 3 & 5 & 2 \end{array}$$

$\therefore$ 최소공배수 $= 2 \times 3 \times 5 \times 2 = 60$

세 자리의 공배수 중 가장 작은 수는 $60 \times 2 = 120$ 이고

$x + 1 = 120 \quad \therefore \ x = 119$

30. a, b 의 최대공약수는 7 , 두 수의 곱이 588 일 때, (a, b) 의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

a, b 의 최대공약수가 7 이므로
$a = 7x, b = 7y$ (x , y 는 서로소, $x < y$)라 하면
$7x \times 7y = 588$이다. 따라서 $x \times y = 12$
즉, (x , y)는 $(1, 12), (3, 4)$ 이므로 $(a, b$)는
$(7, 84), (21, 28)$ 이다. 따라서 2 개이다.