

1. 다음 중 옳은 것은?

- ① 제곱근 6 과 6 의 제곱근은 같다.
- ② 1 의 제곱근은 1 개이다.
- ③ 음수의 제곱근은 존재한다.
- ④ $(-4)^2$ 의 제곱근은 ± 4 이다.
- ⑤ 7 의 제곱근은 $\sqrt{7}$ 이다.

해설

- ① (제곱근 6) $= \sqrt{6}$
- ② 1 의 제곱근은 ± 1 이다.
- ③ 음수의 제곱근은 존재하지 않는다.
- ⑤ 7 의 제곱근은 $\pm \sqrt{7}$ 이다.

2. 다음 중 이차방정식이 아닌 것을 고르면?

① $x^2 + 3 = x^2 - 6x + 9 + 4x$ ② $2x^2 + 3x + 1 = 0$

③ $x(2x + 1) = 4x^2 - 1$ ④ $3x^2 - x = 0$

⑤ $(x - 1)(x - 2) = x - 5$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 의 꼴이므로

① $x^2 + 3 = x^2 - 6x + 9 + 4x$

$2x - 6 = 0$: 일차방정식

3. 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 가로를 2 만큼 늘이고, 세로를 2 만큼 줄인 사각형의 넓이가 5가 되었다. 이 때, 처음 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(x+2)(x-2) = 5$$

$$x^2 = 9$$

$$\therefore x = 3$$

4. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $a > 0$ 이면 아래로 볼록한 포물선이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
- ③ 직선 $x = 0$ 을 축으로 한다.
- ④ $y = -ax^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $a > 0$ 일 때, $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = \frac{1}{2}ax^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

해설

- ④ $y = -ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

5. 다음 이차함수의 그래프 중 모든 사분면을 지나는 것은?

① $y = 2(x + 1)^2 - 1$

② $y = -(x - 2)^2 + 1$

③ $y = -x^2 - 4$

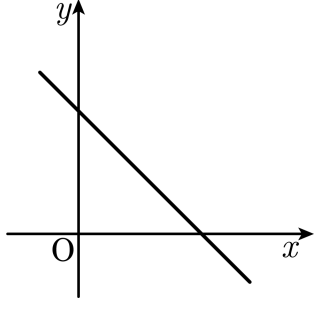
④ $y = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 5$

⑤ $y = 3(x - 1)^2$

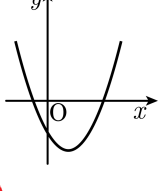
해설

④ 꼭짓점의 좌표 $(2, 5)$, y 절편 3 , 위로 볼록이므로 모든 사분면을 지난다.

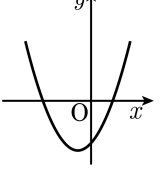
6. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프의 모양은?



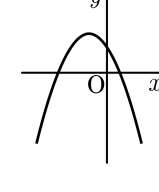
①



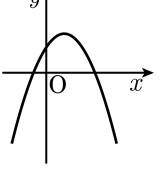
②



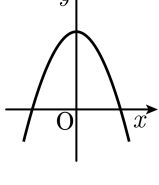
③



④



⑤



해설

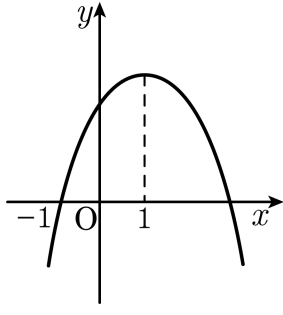
기울기는 음수이고, y 절편은 양수이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.

$$y = -x^2 + ax + b = -\left(x - \frac{1}{2}a\right)^2 + b + \frac{1}{4}a^2$$

기울기는 -1 이므로 위로 볼록한 그래프이고, y 절편은 $b + \frac{1}{4}a^2$ 이므로 양수이다.

또한, x 축이 $x = \frac{1}{2}a < 0$ 이므로 왼쪽에 있다.

7. 다음 그림은 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

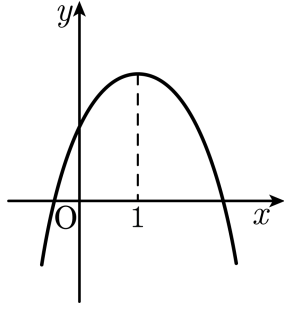


- ① $ab < 0$ ② $bc > 0$ ③ $ac > 0$
④ $abc < 0$ ⑤ $a + b + c > 0$

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$
축이 y 축을 기준으로 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다.
 y 절편이 양수이므로 $c > 0$ 이다.
⑤ $y = ax^2 + bx + c$ 에서 $x = 1$ 일 때 $a + b + c = y$ 이고 y 좌표는 양수이므로 $a + b + c > 0$ 이다.

8. 함수 $y = ax^2 + bx + 1$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $a, b, a + b + 1$ 의 부호로 바른 것은?

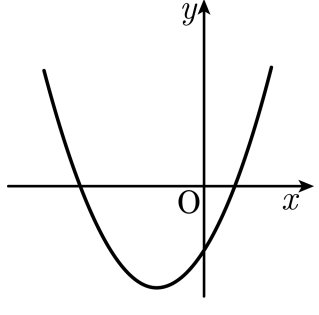


- ① $a > 0, b < 0, a + b + 1 > 0$
② $a > 0, b < 0, a + b + 1 < 0$
③ $a < 0, b < 0, a + b + 1 < 0$
④ $a < 0, b > 0, a + b + 1 < 0$
⑤ $a < 0, b > 0, a + b + 1 > 0$

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$
축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다.
 $x = 1$ 일 때, $a + b + 1 > 0$ 이다.

9. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. abc 의 부호를 결정하여라.



▶ 답 : 0

▷ 정답 : $abc < 0$

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$,

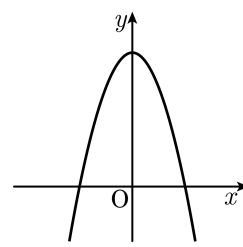
축의 식 $-\frac{b}{2a} < 0$, $b > 0$

y 절편 $c < 0$

$a > 0$, $b > 0$, $c < 0$

$\therefore abc < 0$

10. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점이 y 축 위에 있을 때, 이차함수 $y = cx^2 - ax + b$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 말하여라.



▶ 답: 사분면

▶ 답: 사분면

▶ 답: 사분면

▶ 정답 : 제 1 사분면

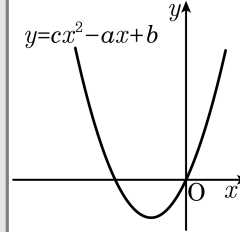
▷ 정답 : 제 2 사분면

▷ 정답 : 제 3 사분면

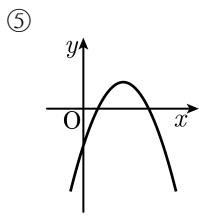
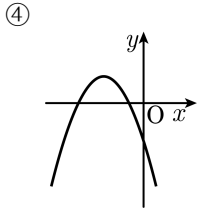
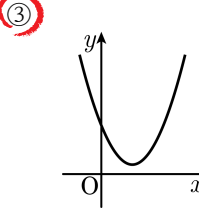
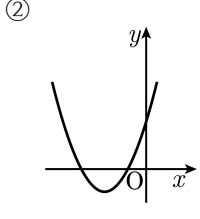
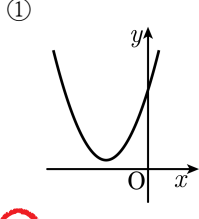
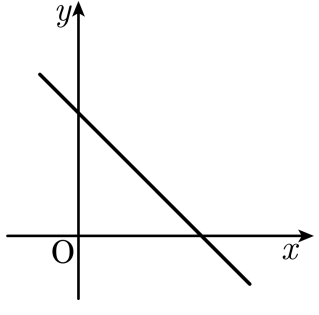
해설

$a < 0, c > 0$ 이고 축이 y 축 위에 있으므로 $b = 0$ 이다.

$y = cx^2 - ax + b$ 에서 아래로 볼록하고 y 축과 만나는 점이 원점이며 $-ac > 0$ 이므로 축은 y 축의 왼쪽에 있다. 따라서 지나는 사분면은 제1, 2, 3사분면이다.

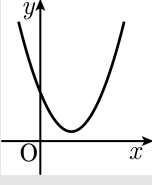


11. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프가 될 수 있는 것은?



해설

일차함수의 그래프의 기울기가 음수이므로 $a < 0$, y 절편이 양수이므로 $b > 0$ 이다.



$y = x^2 + ax + b$ 에서 $a < 0, b > 0$ 이면 아래로 볼록이고 축은 y 축 오른쪽에 있으며 y 축과의 교점은 x 축보다 위쪽에 있다.

12. y 가 x^2 에 비례하고, $x = 3$ 일 때, $y = 3$ 이다. y 와 x 의 관계식을 $y = ax^2$ 의 꼴로 나타낼 때, a 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

- ① 0 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$y = ax^2$$

$$3 = 9a$$

$$\therefore a = \frac{1}{3}$$

13. 다음 중 평행이동에 의하여 포물선 $y = -x^2 - 2$ 의 그래프와 포깁 수 있는 것은?

① $y = 2x^2 - 3$ ② $y = -2x^2 + 3$ ③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}$
④ $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}$ ⑤ $y = -x^2 - 7$

해설

$y = -x^2 - 2$ 의 그래프와 포깁 수 있는 것은 이차항의 계수가 -1 인 포물선이다.

14. 이차함수 $y = x^2$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점이 $(0, 0)$ 인 아래로 볼록한 포물선이다.
- ② $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ③ 축의 방정식은 $y = 0$ 이다.
- ④ x 가 증가함에 따라 $x < 0$ 일 때, y 는 감소하고, $x > 0$ 일 때, y 는 증가한다.
- ⑤ 점 $(-3, 9)$ 를 지난다.

해설

③ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

15. 이차함수 $y = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$ 의 꼭짓점의 좌표가 직선 $y = x + a$ 의 위에 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{2}$

해설

$y = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$ 의 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ 이고 직선

$y = x + a$ 위에 있으므로

$$4 = \frac{1}{2} + a \quad \therefore a = \frac{7}{2}$$

16. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $a = \pm \sqrt{x}$ 이다.
- ㉡ x 가 제곱근 9 이면 $x = 3$ 이다.
- ㉢ 7.5 의 제곱근은 존재하지 않는다.
- ㉤ $-\frac{7}{4}$ 의 제곱근은 $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ 이다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

- ㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $x = \pm \sqrt{a}$ 이다.
- ㉢ 7.5 의 제곱근은 $\pm \sqrt{7.5}$ 이다.
- ㉤ $-\frac{7}{4}$ 은 음수이므로 제곱근은 존재하지 않는다.

17. $2x - y = 3$ 일 때, $\sqrt{2x + y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 두 자리 자연수 x 는?

① 10

② 13

③ 16

④ 19

⑤ 22

해설

$$2x - y = 3 \Rightarrow y = 2x - 3$$

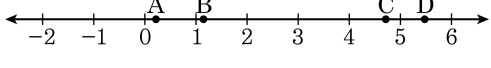
$$\sqrt{2x + y} = \sqrt{2x + 2x - 3} = \sqrt{4x - 3}$$

x 는 최소한 가장 작은 두자리 수인 10 이상이어야 하므로,
근호 안의 제곱수는 7^2 이상이 되어야 한다. ($\sqrt{4 \times 10 - 3} = \sqrt{37} > 7^2$)

$\therefore \sqrt{4x - 3} = 7$ 일 때, $x = 13$ 이므로 성립한다.

$\therefore x = 13$

18. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{12}+2, 3\sqrt{2}-4, 4-2\sqrt{2}, 3+\sqrt{3}$ 이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라 할 때, 다음 중 틀린 것은?



- ① $a + b = \sqrt{2}$
- ② $c + d = 3\sqrt{3} + 5$
- ③ $3(a + b) > c + d$
- ④ $b - a > 0$
- ⑤ $c - d < 0$

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{12} + 2 &= 5. \times \times \times \leftarrow d \\ 3\sqrt{2} - 4 &= 0. \times \times \times \leftarrow a \\ 4 - 2\sqrt{2} &= 1. \times \times \times \leftarrow b \\ 3 + \sqrt{3} &= 4. \times \times \times \leftarrow c \\ \textcircled{3} \quad a + b &= \sqrt{2} \rightarrow 3(a + b) = 3\sqrt{2} \\ c + d &= 3\sqrt{3} + 5 \\ \therefore 3(a + b) - (c + d) &= 3\sqrt{2} - (3\sqrt{3} + 5) \\ &= \sqrt{18} - \sqrt{27} - 5 < 0 \\ \therefore 3(a + b) &< c + d \end{aligned}$$

19. a, b 가 $ab = 8, a - b = 2$ 를 만족하는 양수일 때, $\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2} - 1$

해설

$a - b = 2, a = 2 + b$ 이므로 $ab = 8$ 에 대입하면

$$(2 + b)b = 8$$

$$\therefore b^2 + 2b - 8 = 0$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore a = 2 + b = 2 + 2 = 4$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}} = \sqrt{\frac{4}{2}} - \sqrt{\frac{2 \times 2}{4}} = \sqrt{2} - 1 \text{ 이다.}$$

20. $\sqrt{\frac{2}{7}} + \sqrt{(-2)^2} - \frac{1}{\sqrt{8}}(\sqrt{7} - \sqrt{2}) = a + b\sqrt{14}$ 의 꼴로 나타낼 때,
 $a + 14b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

① -2

② -1

③ 0

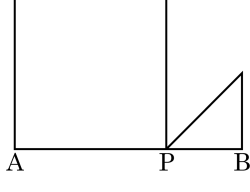
④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{2}{7}} + \sqrt{(-2)^2} - \frac{1}{\sqrt{8}}(\sqrt{7} - \sqrt{2}) \\ &= \frac{\sqrt{14}}{7} + 2 - \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{5}{2} - \frac{3\sqrt{14}}{28} \\ &\therefore a = \frac{5}{2}, b = -\frac{3}{28} \\ &\therefore a + 14b = \frac{5}{2} - 14 \times \frac{3}{28} = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1 \end{aligned}$$

21. 길이가 6 cm 인 선분 AB 위에 점 P 를 잡아서 다음 그림과 같이 정사각형과 직각이등변삼각형을 만들어 넓이의 합이 18 cm^2 가 되게 하려고 한다. 선분 AP 의 길이를 구하여라. (단, 선분 AP 의 길이는 자연수이다.)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

선분 AP 의 길이를 x cm 라고 하면
(정사각형의 넓이) $= x^2$
(직각이등변삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2}(6 - x)^2$
 $x^2 + \frac{1}{2}(6 - x)^2 = 18$
 $\frac{3}{2}x^2 - 6x + 18 - 18 = 0$
 $3x^2 - 12x = 0$
 $3x(x - 4) = 0$
선분 AP 의 길이는 자연수이므로 $x = 4$ (cm)

22. 모서리의 길이가 x, y 인 정육면체 각각 1 개와 8 개, 가로와 세로의 길이가 x 이고 높이는 y 인 직육면체 6 개, 가로의 길이가 x 이고 세로의 길이와 높이가 각각 y 인 직육면체 12 개로 정육면체를 만들었다. 이렇게 만들어진 정육면체의 모서리의 길이가 $(ax + by)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

각각의 입체도형의 부피를 구하면
(모서리의 길이가 x 인 정육면체 1 개의 부피) $= x^3$
(모서리의 길이가 y 인 정육면체 8 개의 부피) $= 8y^3$
(가로와 세로의 길이가 x 이고 높이는 y 인 직육면체 6 개의 부피)
 $= 6x^2y$
(가로의 길이가 x 이고 세로의 길이와 높이가 y 인 직육면체 12 개의 부피) $= 12xy^2$
(모서리의 길이가 $(ax + by)$ 인 정육면체의 부피)
 $= (ax + by)^3 = a^3x^3 + 3a^2bx^2y + 3ab^2xy^2 + b^3y^3$
정육면체를 만들고 있는 네 개의 입체도형의 부피의 합은 만들어진 정육면체의 부피와 같으므로
 $x^3 + 8y^3 + 6x^2y + 12xy^2$
 $= x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3 = (x + 2y)^3$
 $\therefore a = 1, b = 2 \quad \therefore a + b = 3$

23. 이차방정식 $2x^2 + bx + c = 0$ 의 근을 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이라 할 때,
이차방정식 $2x^2 - bx - c = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -3 ③ -4 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 1

해설

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 8c}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4} \text{ 이므로}$$

$$b = 3, c = -1$$

$$\therefore 2x^2 - 3x + 1 = 0, (2x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 두 근의 합은 $\frac{3}{2}$ 이다.

24. $4x^2 - 36[x] + 45 = 0$ 을 만족하는 실수 x 의 개수를 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

▶ 답: 개

▶ 정답 : 6개

해설

$36[x]$ 는 짝수, $36[x]+45$ 는 홀수이므로 $4x^2$ 은 홀수이어야 한다.

따라서 $4x^2 = 2m + 1$ 이라 하면, $x = \frac{\sqrt{2m+1}}{2}$ (단, m 은 음이 아닌 정수)

$$4\left(\frac{\sqrt{2m+1}}{2}\right)^2 - 36\left[\frac{\sqrt{2m+1}}{2}\right] + 45 = 0$$

$$(2m+1) - 36 \left\lfloor \frac{\sqrt{2m+1}}{2} \right\rfloor + 45 = 0$$

$$\left\lfloor \frac{\sqrt{2m+1}}{2} \right\rfloor = \frac{m+23}{18}$$

$$\frac{m+23}{9} \leq \sqrt{2m+1} < \frac{m+41}{9}$$

각 변을 제공하면 $(m-58)^2 \leq 54^2$, $(m-40)^2 > 0$ 이다.

$(m - 40)^2 > 0$ 는 $m \neq 40$ 인 모든 실수에 대해서 성립하므로 $m \neq 40$ 이다.

$$(m-58)^2 \leq 54^2 \text{ 를 보면 } (m-58)^2 - 54^2 \leq 0, 4 \leq m \leq 112$$

$m \neq 40$ 이므로 $4 \leq m < 40$, $40 < m \leq 112$ 이다.

이 중에서 $\frac{m+23}{18}$ 이 정수인 것은,

18
 $m = 13, 31, 49, 67, 85, 103$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{27}}{2}, \frac{\sqrt{63}}{2}, \frac{\sqrt{99}}{2}, \frac{\sqrt{135}}{2}, \frac{\sqrt{171}}{2}, \frac{\sqrt{207}}{2} \quad (6 \text{ 개})$$

25. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나고, 이 그래프와 y 축에 대하여 대칭인 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-3, -5)$ 일 때, apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{75}{4}$

해설

$y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼭짓점의 좌표는 (p, q)

y 축 대칭하면 $(-p, q) = (-3, -5)$

$\therefore p = 3, q = -5$

$y = a(x - 3)^2 - 5$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나므로

$0 = a(1 - 3)^2 - 5$

$\therefore a = \frac{5}{4}$

$\therefore apq = \frac{5}{4} \times 3 \times (-5) = -\frac{75}{4}$

26. 다음 중 이차함수에 대한 설명이 옳지 않는 것은?

- ① $y = x^2$ 에서 $x > 0$ 일 때, x 값이 증가하면 y 값도 증가한다.
- ② $y = ax^2 + b(a \neq 0)$ 는 $x = b$ 를 축으로 하고 점 $(0, b)$ 를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
- ③ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서 $|a|$ 의 값이 같으면 폭도 같다.
- ⑤ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때, a 가 커지면 폭이 넓어진다.

해설

- ① 아래로 볼록이므로 축의 오른쪽(축보다 큰 범위)에서 x 값이 증가하면 y 값도 증가한다.
- ② $x = 0$ (y 축)을 축으로 하고, $(0, b)$ 를 꼭짓점으로 한다.
- ③ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서의 $|a|$ 의 값이 같으면 폭도 같다.
- ⑤ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때 a 가 커지면 $|a|$ 가 작아지므로 폭은 넓어진다.