1. 다음 중 옳은 것은?

① 제곱근 6 과 6 의 제곱근은 같다.

② 1 의 제곱근은 1 개이다.

③ 음수의 제곱근은 존재한다.

④ $(-4)^2$ 의 제곱근은 ± 4 이다.

⑤ 7 의 제곱근은 $\sqrt{7}$이다.

해설

① (제곱근 6) $= \sqrt{6}$
② 1 의 제곱근은 ± 1 이다.
③ 음수의 제곱근은 존재하지 않는다.
⑤ 7 의 제곱근은 $\pm\sqrt{7}$ 이다.

2. 다음 중 이차방정식이 <u>아닌</u> 것을 고르면?

① $x^2+3=x^2-6x+9+4x$ ② $2x^2+3x+1=0$

③ $x(2x+1)=4x^2-1$ ④ $3x^2-x=0$

⑤ $(x-1)(x-2)=x-5$

해설

이차방정식은 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$ 의 꼴이므로

① $x^2+3=x^2-6x+9+4x$

$2x-6=0$: 일차방정식

3. 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 가로를 2 만큼 늘이고, 세로를 2 만큼 줄인 사각형의 넓이가 5가 되었다. 이 때, 처음 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(x+2)(x-2)=5$

$x^2=9$

$\therefore x=3$

4. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① $a > 0$ 이면 아래로 볼록한 포물선이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 0)$ 이다.

③ 직선 $x = 0$ 을 축으로 한다.

④ $y = -ax^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $a > 0$ 일 때, $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = \frac{1}{2}ax^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

해설

④ $y = -ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

5. 다음 이차함수의 그래프 중 모든 사분면을 지나는 것은?

① $y = 2(x+1)^2 - 1$

② $y = -(x-2)^2 + 1$

③ $y = -x^2 - 4$

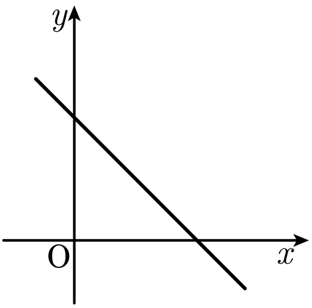
④ $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 5$

⑤ $y = 3(x-1)^2$

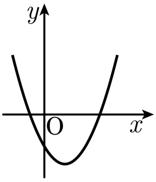
해설

④ 꼭짓점의 좌표 $(2, 5)$, y 절편 3 , 위로 볼록이므로 모든 사분면을 지난다.

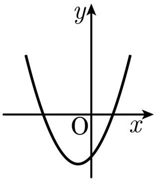
6. 일차함수 $y = ax+b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = -x^2+ax+b$ 의 그래프의 모양은?



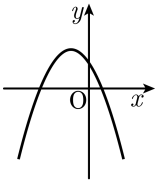
①



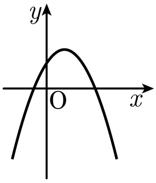
②



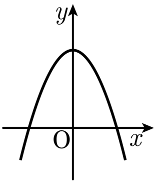
③



④



⑤



해설

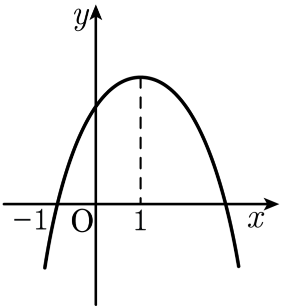
기울기는 음수이고, y 절편은 양수이므로 $a < 0,\ b > 0$ 이다.

$y = -x^2 + ax + b = -\left(x - \frac{1}{2}a\right)^2 + b + \frac{1}{4}a^2$

기울기는 -1 이므로 위로 볼록한 그래프이고, y 절편은 $b + \frac{1}{4}a^2$ 이므로 양수이다.

또한, x 축이 $x = \frac{1}{2}a < 0$ 이므로 왼편에 있다.

7. 다음 그림은 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $ab < 0$　② $bc > 0$　③ $ac > 0$

④ $abc < 0$　⑤ $a + b + c > 0$

해설

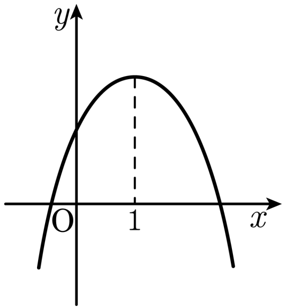
그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$

축이 y 축을 기준으로 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다.

y 절편이 양수이므로 $c > 0$ 이다.

⑤ $y = ax^2 + bx + c$ 에서 $x = 1$ 일 때 $a + b + c = y$ 이고 y 좌표는 양수이므로 $a + b + c > 0$ 이다.

8. 함수 $y=ax^2+bx+1$ 의 그래프가 그림과 같을 때, a, b, $a+b+1$ 의 부호로 바른 것은?



① $a>0,\ b<0,\ a+b+1>0$

② $a>0,\ b<0,\ a+b+1<0$

③ $a<0,\ b<0,\ a+b+1<0$

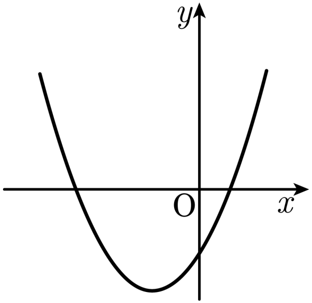
④ $a<0,\ b>0,\ a+b+1<0$

⑤ $a<0,\ b>0,\ a+b+1>0$

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b>0$ 이다.
$x=1$일 때, $a+b+1>0$이다.

9. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. abc 의 부호를 결정하여라.



▶ 답 : $\underline{0}$

▷ 정답 : $abc < \underline{0}$

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$,

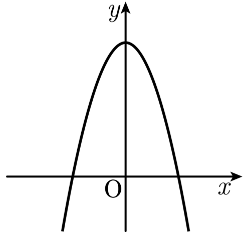
축의 식 $-\dfrac{b}{2a} < 0$, $b > 0$

y 절편 $c < 0$

$a > 0,\ b > 0,\ c < 0$

$\therefore\ abc < 0$

10. 다음 그림과 같이 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프의 꼭짓점이 y 축 위에 있을 때, 이차함수 $y=cx^2-ax+b$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 말하여라.



▶ 답 : ______ 사분면

▶ 답 : ______ 사분면

▶ 답 : ______ 사분면

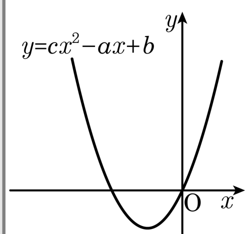
▷ 정답 : 제 1 사분면

▷ 정답 : 제 2 사분면

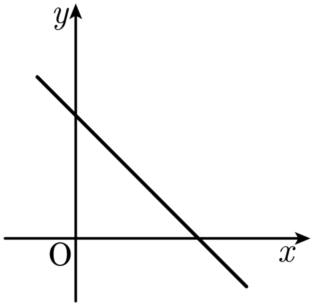
▷ 정답 : 제 3 사분면

해설

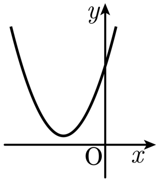
$a<0, c>0$ 이고 축이 y 축 위에 있으므로 $b=0$ 이다.
$y=cx^2-ax+b$ 에서 아래로 볼록하고 y 축과 만나는 점이 원점이며 $-ac>0$ 이므로 축은 y 축의 왼쪽에 있다. 따라서 지나는 사분면은 제1, 2, 3사분면이다.



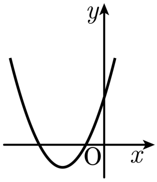
11. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프가 될 수 있는 것은?



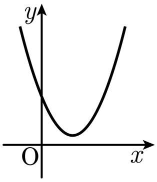
①



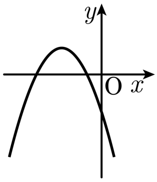
②



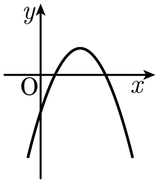
③



④

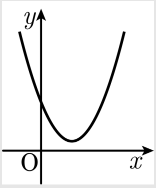


⑤



해설

일차함수의 그래프의 기울기가 음수이므로 $a < 0$, y 절편이 양수이므로 $b > 0$ 이다.



$y = x^2 + ax + b$ 에서 $a < 0, b > 0$ 이면 아래로 볼록이고 축은 y 축 오른쪽에 있으며 y 축과의 교점은 x 축보다 위쪽에 있다.

12. y 가 x^2 에 비례하고, $x=3$ 일 때, $y=3$ 이다. y 와 x 의 관계식을 $y=ax^2$ 의 꼴로 나타낼 때, a 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① 0　② $\frac{1}{5}$　③ $\frac{1}{4}$　④ $\frac{1}{3}$　⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$y=ax^2$

$3=9a$

$\therefore a=\frac{1}{3}$

13. 다음 중 평행이동에 의하여 포물선 $y=-x^2-2$ 의 그래프와 포갤 수 있는 것은?

① $y=2x^2-3$　② $y=-2x^2+3$　③ $y=-\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{3}{2}$

④ $y=\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{3}{2}$　⑤ $y=-x^2-7$

해설

$y=-x^2-2$ 의 그래프와 포갤 수 있는 것은 이차항의 계수가 -1 인 포물선이다.

14. 이차함수 $y = x^2$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점이 $(0,\ 0)$ 인 아래로 볼록한 포물선이다.

② $y = -x^2$ 의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

③ 축의 방정식은 $y = 0$ 이다.

④ x가 증가함에 따라 $x < 0$ 일 때, y는 감소하고, $x > 0$ 일 때, y는 증가한다.

⑤ 점 $(-3,\ 9)$ 를 지난다.

해설

③ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

15. 이차함수 $y=3\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+4$ 의 꼭짓점의 좌표가 직선 $y=x+a$ 의 위에 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $\frac{7}{2}$

해설

$y=3\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+4$ 의 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{1}{2},\ 4\right)$ 이고 직선 $y=x+a$ 위에 있으므로

$4=\frac{1}{2}+a \qquad \therefore\ a=\frac{7}{2}$

16. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $a = \pm\sqrt{x}$이다.

㉡ x 가 제곱근 9 이면 $x = 3$이다.

㉢ 7.5 의 제곱근은 존재하지 않는다.

㉣ $-\dfrac{7}{4}$ 의 제곱근은 $-\dfrac{\sqrt{7}}{2}$ 이다.

① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉠, ㉢, ㉣
④ ㉠, ㉡, ㉢　⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $x = \pm\sqrt{a}$이다.
㉢ 7.5 의 제곱근은 $\pm\sqrt{7.5}$ 이다.
㉣ $-\dfrac{7}{4}$ 은 음수이므로 제곱근은 존재하지 않는다.

17. $2x-y=3$ 일 때, $\sqrt{2x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 두 자리 자연수 x 는?

① 10　　② 13　　③ 16　　④ 19　　⑤ 22

해설

$2x-y=3 \Rightarrow y=2x-3$

$\sqrt{2x+y} = \sqrt{2x+2x-3} = \sqrt{4x-3}$

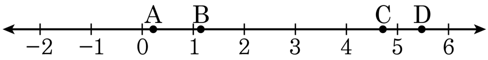
x 는 최소한 가장 작은 두자리 수인 10 이상이어야 하므로,

근호 안의 제곱수는 7^2 이상이 되어야 한다. ($\sqrt{4\times 10-3} = \sqrt{37} > 7^2$)

$\therefore$ $\sqrt{4x-3} = 7$ 일 때, $x=13$ 이므로 성립한다.

$\therefore x=13$

18. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{12}+2, 3\sqrt{2}-4, 4-2\sqrt{2}, 3+\sqrt{3}$이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d라 할 때, 다음 중 <u>틀린</u> 것은?



① $a+b=\sqrt{2}$

② $c+d=3\sqrt{3}+5$

③ $3(a+b)>c+d$

④ $b-a>0$

⑤ $c-d<0$

해설

$\sqrt{12}+2=5.\times\times\times \leftarrow d$

$3\sqrt{2}-4=0.\times\times\times \leftarrow a$

$4-2\sqrt{2}=1.\times\times\times \leftarrow b$

$3+\sqrt{3}=4.\times\times\times \leftarrow c$

③ $a+b=\sqrt{2} \rightarrow 3(a+b)=3\sqrt{2}$

$c+d=3\sqrt{3}+5$

$\therefore 3(a+b)-(c+d)=3\sqrt{2}-(3\sqrt{3}+5)$

$=\sqrt{18}-\sqrt{27}-5<0$

$\therefore 3(a+b)<c+d$

19. a, b 가 $ab = 8$, $a - b = 2$ 를 만족하는 양수일 때, $\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2} - 1$

해설

$a - b = 2$, $a = 2 + b$이므로 $ab = 8$에 대입하면

$(2 + b)b = 8$

$\therefore\ b^2 + 2b - 8 = 0$

$\therefore\ b = 2$

$\therefore\ a = 2 + b = 2 + 2 = 4$

$\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}} = \sqrt{\frac{4}{2}} - \sqrt{\frac{2 \times 2}{4}} = \sqrt{2} - 1$ 이다.

20. $\sqrt{\frac{2}{7}}+\sqrt{(-2)^2}-\frac{1}{\sqrt{8}}(\sqrt{7}-\sqrt{2})=a+b\sqrt{14}$ 의 꼴로 나타낼 때, $a+14b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

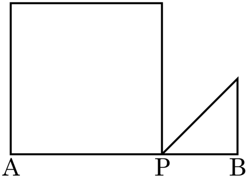
$\sqrt{\frac{2}{7}}+\sqrt{(-2)^2}-\frac{1}{\sqrt{8}}(\sqrt{7}-\sqrt{2})$

$=\frac{\sqrt{14}}{7}+2-\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=\frac{5}{2}-\frac{3\sqrt{14}}{28}$

$\therefore a=\frac{5}{2},\ b=-\frac{3}{28}$

$\therefore a+14b=\frac{5}{2}-14\times\frac{3}{28}=\frac{5}{2}-\frac{3}{2}=1$

21. 길이가 $6\,\mathrm{cm}$ 인 선분 AB 위에 점 P 를 잡아서 다음 그림과 같이 정사각형과 직각이등변삼각형을 만들어 넓이의 합이 $18\,\mathrm{cm}^2$ 가 되게 하려고 한다. 선분 AP 의 길이를 구하여라. (단, 선분 AP 의 길이는 자연수이다.)



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $4\,\mathrm{cm}$

해설

선분 AP 의 길이를 $x\,\mathrm{cm}$ 라고 하면

(정사각형의 넓이) $= x^2$

(직각이등변삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2}(6-x)^2$

$x^2 + \frac{1}{2}(6-x)^2 = 18$

$\frac{3}{2}x^2 - 6x + 18 - 18 = 0$

$3x^2 - 12x = 0$

$3x(x-4) = 0$

선분 AP 의 길이는 자연수이므로 $x = 4(\mathrm{cm})$

22. 모서리의 길이가 x, y 인 정육면체 각각 1 개와 8 개, 가로와 세로의 길이가 x 이고 높이는 y 인 직육면체 6 개, 가로의 길이가 x 이고 세로의 길이와 높이가 각각 y 인 직육면체 12 개로 정육면체를 만들었다. 이렇게 만들어진 정육면체의 모서리의 길이가 $(ax+by)$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

각각의 입체도형의 부피를 구하면

(모서리의 길이가 x 인 정육면체 1 개의 부피)$= x^3$

(모서리의 길이가 y 인 정육면체 8 개의 부피)$= 8y^3$

(가로와 세로의 길이가 x 이고 높이는 y 인 직육면체 6 개의 부피)

$= 6x^2y$

(가로의 길이가 x 이고 세로의 길이와 높이가 y 인 직육면체 12 개의 부피) $= 12xy^2$

(모서리의 길이가 $(ax+by)$ 인 정육면체의 부피)

$= (ax+by)^3 = a^3x^3 + 3a^2bx^2y + 3ab^2xy^2 + b^3y^3$

정육면체를 만들고 있는 네 개의 입체도형의 부피의 합은 만들어진 정육면체의 부피와 같으므로

$x^3 + 8y^3 + 6x^2y + 12xy^2$

$= x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3 = (x+2y)^3$

$\therefore a = 1,\ b = 2 \quad \therefore\ a+b = 3$

23. 이차방정식 $2x^2 + bx + c = 0$ 의 근을 $x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이라 할 때, 이차방정식 $2x^2 - bx - c = 0$ 의 두 근의 합은?

① $-\dfrac{3}{2}$　　② -3　　③ -4　　④ $\dfrac{3}{2}$　　⑤ 1

해설

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 8c}}{4} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이므로

$b = 3,\ c = -1$

$\therefore\ 2x^2 - 3x + 1 = 0,\ (2x-1)(x-1) = 0$

$x = \dfrac{1}{2}$ 또는 $x = 1$

따라서 두 근의 합은 $\dfrac{3}{2}$ 이다.

24. $4x^2 - 36[x] + 45 = 0$ 을 만족하는 실수 x 의 개수를 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 6 개

해설

$36[x]$ 는 짝수, $36[x] + 45$ 는 홀수이므로 $4x^2$ 은 홀수이어야 한다.

따라서 $4x^2 = 2m + 1$ 이라 하면, $x = \dfrac{\sqrt{2m+1}}{2}$ (단, m 은 음이 아닌 정수)

$$4\left(\frac{\sqrt{2m+1}}{2}\right)^2 - 36\left[\frac{\sqrt{2m+1}}{2}\right] + 45 = 0$$

$$(2m+1) - 36\left[\frac{\sqrt{2m+1}}{2}\right] + 45 = 0$$

$$\left[\frac{\sqrt{2m+1}}{2}\right] = \frac{m+23}{18}$$

$$\frac{m+23}{9} \le \sqrt{2m+1} < \frac{m+41}{9}$$

각 변을 제곱하면 $(m-58)^2 \le 54^2$, $(m-40)^2 > 0$ 이다.

$(m-40)^2 > 0$ 는 $m \ne 40$ 인 모든 실수에 대해서 성립하므로 $m \ne 40$ 이다.

$(m-58)^2 \le 54^2$ 를 보면 $(m-58)^2 - 54^2 \le 0$, $4 \le m \le 112$

$m \ne 40$ 이므로 $4 \le m < 40$, $40 < m \le 112$ 이다.

이 중에서 $\dfrac{m+23}{18}$ 이 정수인 것은,

$m = 13,\ 31,\ 49,\ 67,\ 85,\ 103$

$$\therefore\ x = \frac{\sqrt{27}}{2},\ \frac{\sqrt{63}}{2},\ \frac{\sqrt{99}}{2},\ \frac{\sqrt{135}}{2},\ \frac{\sqrt{171}}{2},\ \frac{\sqrt{207}}{2}\ (6\text{ 개})$$

25. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 점 $(1,\ 0)$ 을 지나고, 이 그래프와 y축에 대하여 대칭인 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ -5)$ 일 때, apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\dfrac{75}{4}$

해설

$y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼭짓점의 좌표는 $(p,\ q)$
y 축 대칭하면 $(-p,\ q) = (-3,\ -5)$
$\therefore\ p = 3,\ q = -5$
$y = a(x-3)^2 - 5$ 의 그래프가 점 $(1,\ 0)$ 을 지나므로
$0 = a(1-3)^2 - 5$
$\therefore\ a = \dfrac{5}{4}$
$\therefore\ apq = \dfrac{5}{4} \times 3 \times (-5) = -\dfrac{75}{4}$

26. 다음 중 이차함수에 대한 설명이 옳지 않는 것은?

① $y = x^2$ 에서 $x > 0$ 일 때, x값이 증가하면 y값도 증가한다.

② $y = ax^2 + b(a \neq 0)$는 $x = b$를 축으로 하고 점 $(0,\ b)$를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

③ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x축에 대하여 대칭이다.

④ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서 $|a|$의 값이 같으면 폭도 같다.

⑤ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때, a가 커지면 폭이 넓어진다.

해설

① 아래로 볼록이므로 축의 오른쪽(축보다 큰 범위)에서 x값이 증가하면 y값도 증가한다.

② $x = 0$(y축)을 축으로 하고, $(0,\ b)$를 꼭짓점으로 한다.

③ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x축에 대하여 대칭이다.

④ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서의 $|a|$의 값이 같으면 폭도 같다.

⑤ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때 a가 커지면 $|a|$이 작아지므로 폭은 넓어진다.