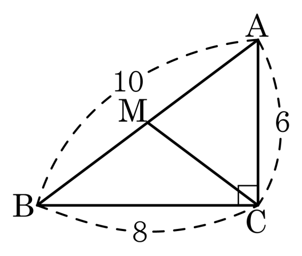
1. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점을 M이라고 할 때, $\overline{MC}$의 길이는?

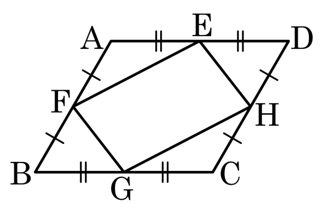


① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

해설

점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로
$\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC}$이다.
$\therefore \overline{MC} = 5$

2. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, $\square$EFGH 는 $\boxed{}$ 임을 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



$\triangle$AFE $\equiv$ $\triangle$CHG (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{EF} = \overline{GH}$

$\triangle$BGF $\equiv$ $\triangle$DEH (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{FG} = \overline{HE}$

따라서 $\square$EFGH 는 $\boxed{}$이다.

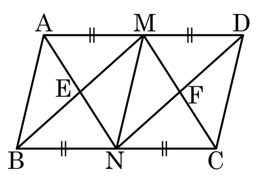
① 등변사다리꼴 ② 직사각형 ③ 마름모

④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설

평행사변형은 두 대변의 길이가 각각 같다.

3. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, $\triangle ABE$ 의 넓이는? (단, E, F 는 두 선분의 교점이고, $\square ABCD = 24\text{cm}^2$ 이다.)



① 2cm^2 ② 3cm^2 ③ 4cm^2 ④ 6cm^2 ⑤ 8cm^2

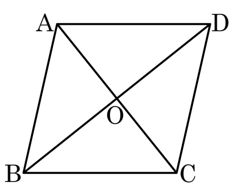
해설

$\square ABNM = \frac{1}{2}\square ABCD$ 이고

$\triangle ABE = \frac{1}{4}\square ABNM$ 이므로

$\triangle ABE = \frac{1}{8}\square ABCD = \frac{1}{8} \times 24 = 3(\text{cm}^2)$ 이다.

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 $\overline{AO} \perp \overline{BD}$ 를 만족하고, $\overline{AB} = 5\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{BC} + \overline{AD}$ 의 길이는?

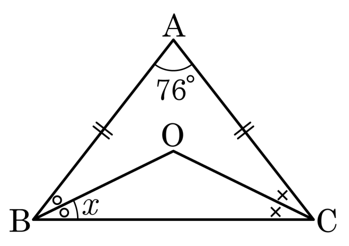


① 8cm ② 9cm ③ 10cm ④ 11cm ⑤ 12cm

해설

평행사변형 ABCD 가 $\overline{AO} \perp \overline{BD}$ 를 만족하면 □ABCD 는 마름모이다.
따라서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD} = 5\mathrm{cm}$ 이다.
따라서 $\overline{BC} + \overline{AD} = 5 + 5 = 10(\mathrm{cm})$ 이다.

5. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle BAC = 76°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



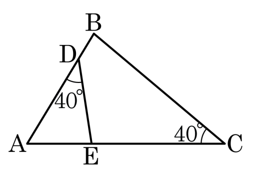
① 20° ② 22° ③ 24° ④ 26° ⑤ 28°

해설

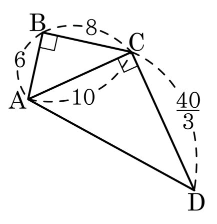
$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle ABC = \angle ACB$
그런데 $\angle ABC$ 와 $\angle ACB$ 를 이등분한 선이 만나는 점이 O 이므로
$\angle ABO = \angle OBC = \angle OCB = \angle ACO$
따라서 $4 \times \angle x = 180° - 76° = 104°$
$\therefore \angle x = 26°$

6. 다음과 같은 닮음 삼각형을 보고 닮음조건으로 바르게 연결한 것은?

(1)



(2)



① (1) AA 닮음 (2) SAS 닮음

② (1) SSS 닮음 (2) SAS 닮음

③ (1) SSS 닮음 (2) SSS 닮음

④ (1) SAS 닮음 (2) AA 닮음

⑤ (1) AA 닮음 (2) AA 닮음

해설

(1) $\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서 $\angle A$ 는 공통, $\angle ACB = \angle ADE = 40°$

$\therefore$ AA 닮음

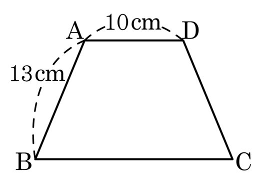
(2) $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 에서 $\angle ABC = \angle ACD = 90°$

$\overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 5$

$\overline{BC} : \overline{CD} = 8 : \frac{40}{3} = 3 : 5$

$\therefore$ SAS 닮음

7. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 13\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 2\overline{AD}$ 인 등변사다리꼴의 넓이를 구하면?

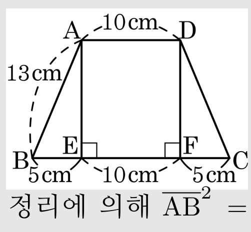


① $120\,\text{cm}^2$　　② $130\,\text{cm}^2$

③ $180\,\text{cm}^2$　　④ $195\,\text{cm}^2$

⑤ $200\,\text{cm}^2$

해설



등변사다리꼴 ABCD 의 꼭짓점 A , D 에서 $\overline{BC}$ 에 수선을 내린 수선의 발을 각각 E , F 라 하면 직사각형 AEFD 에서 $\overline{EF} = 10\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{BE} = 5\,\text{cm}$, $\overline{CF} = 5\,\text{cm}$ 이다.

또, 직각삼각형 ABE 에서 피타고라스 정리에 의해 $\overline{AB}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{AE}^2$, $13^2 = 5^2 + \overline{AE}^2$,

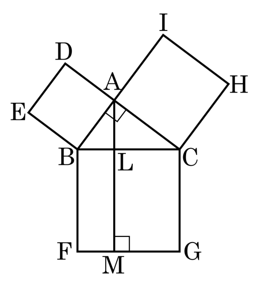
따라서 $\overline{AE}^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$ 이다.

그런데 $\overline{AE} > 0$ 이므로 $\overline{AE} = 12\,\text{cm}$ 이다.

이제 등변사다리꼴의 넓이를 구하면

$\frac{1}{2} \times (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{AE} = \frac{1}{2} \times (10 + 20) \times 12 = 180(\text{cm}^2)$ 이다.

8. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{BH} = \overline{AG}$

② $\triangle EBC \equiv \triangle ABF$

③ $\triangle ACH = \triangle LMC$

④ $\triangle ADB = \frac{1}{2}\square BFML$

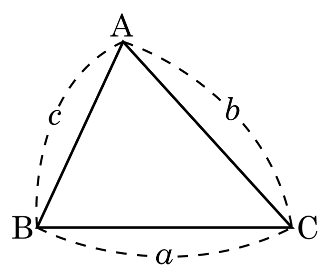
⑤ $\triangle ABC = \frac{1}{2}\square ACHI$

해설

⑤ $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC}$

$\square ACHI = \overline{AC}^2$ 이므로 $\triangle ABC \neq \frac{1}{2}\square ACHI$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 $\triangle$ABC 의 세 변을 a, b, c 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?



① $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\triangle$ABC 는 예각삼각형이다.

② $\angle$A $= 90°$ 이면 $b^2 > a^2 + c^2$

③ $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\angle$B $< 90°$ 이다.

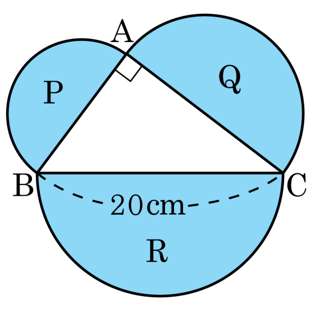
④ $a^2 < b^2 + c^2$ 이면 $\angle$A $< 90°$ 이다.

⑤ $\angle$B $< 90°$ 이면 $b^2 < a^2 + c^2$ 이다.

해설

③ $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\angle$A $> 90°$ 이고 다른 두 각 $\angle$B, $\angle$C 는 예각이다.

10. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 각 변을 지름으로 하는 세 반원 P, Q, R를 그릴 때, 세 반원의 넓이의 합은?



① $64\pi\text{cm}^2$　② $70\pi\text{cm}^2$　③ $81\pi\text{cm}^2$

④ $100\pi\text{cm}^2$　⑤ $121\pi\text{cm}^2$

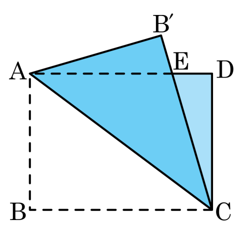
해설

R 의 넓이 $= \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{20}{2}\right)^2 = 50\pi(\text{cm}^2)$

R $=$ P $+$ Q 이므로

따라서 세 반원의 넓이의 합 $2\text{R} = 2 \times 50\pi = 100\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 6\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AC}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. △AEC 의 넓이는 △ECD 의 넓이의 몇 배인가?



① 2 배 ② 3 배 ③ $\frac{22}{7}$ 배

④ $\frac{25}{7}$ 배 ⑤ $\frac{25}{8}$ 배

해설

$\overline{ED} = x$ 라 하면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 8 - x$ ($\because \triangle AEB' \equiv \triangle CED$)

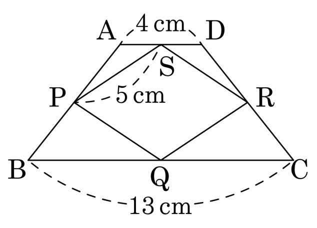
따라서 △CDE 에 피타고라스 정리를 적용하면 $x = \frac{7}{4}$

△AEC , △ECD 은 밑변의 길이만 다르므로 넓이의 비 또한 밑변의 길이의 비와 같다.

즉, △AEC 의 넓이는 △ECD 의 넓이의 $\frac{8-x}{x} = \frac{\frac{25}{4}}{\frac{7}{4}} = \frac{25}{7}$ (배)

이다.

12. 다음과 같은 등변사다리꼴 ABCD 의 각 변의 중점을 S, P, Q, R 이라 할 때, □SPQR 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

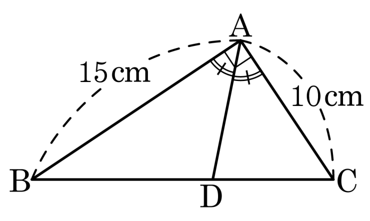
▷ 정답 : 20 cm

해설

등변사다리꼴의 중점을 연결하여 만든 사각형은 네 변의 길이가 모두 같으므로 마름모가 된다.

따라서 마름모는 네 변의 길이가 같으므로
□SPQR 의 둘레의 길이는 $5 \times 4 = 20(\mathrm{cm})$

13. 다음 그림과 같이 $\angle BAD = \angle CAD = 45°$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는?

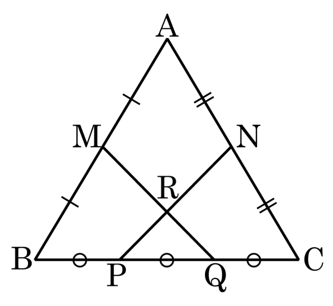


① 80cm^2　② 90cm^2　③ 40cm^2
④ 45cm^2　⑤ $\frac{75}{2}\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 $\triangle ABC = 15 \times 10 \times \frac{1}{2} = 75(\text{cm}^2)$ 이다.
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 2$ 이므로
$\triangle ABD : \triangle ADC = 3 : 2$
$\therefore\ \triangle ABD = \frac{3}{5}\triangle ABC = \frac{3}{5} \times 75 = 45(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 하고, $\overline{BC}$ 의 삼등분점을 각각 P, Q , $\overline{MQ}$ 와 $\overline{NP}$ 의 교점을 R 이라 할 때, $\overline{MR} : \overline{RQ} = x : y$이다. x, y값을 차례대로 써라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 2

해설

삼각형의 중점연결정리에 의해 $\overline{MN} // \overline{PQ}$ 이므로 $\triangle MRN \backsim \triangle QRP$ (AA닮음) 이다.

$\overline{MN} : \overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{BC} : \frac{1}{3}\overline{BC} = 3 : 2$

따라서 $\overline{MR} : \overline{RQ} = \overline{MN} : \overline{PQ} = 3 : 2 = x : y$이므로 $x = 3, y = 2$이다.

15. 세 변의 길이가 각각 a, $2a-1$, $2a+1$ 인 삼각형 ABC 가 둔각삼각형일 때, a 의 값의 범위를 결정하면?

① $2 < a < 4$　② $0 < a < 4$　③ $2 < a < 8$
④ $0 < a < 8$　⑤ $4 < a < 8$

해설

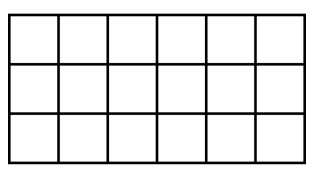
$x^2 > y^2 + z^2$ 이 성립하면 둔각삼각형이다.
a 는 삼각형의 한 변이므로 $a > 0$ 이고, $2a+1$ 이 가장 긴 변이다.
$(2a+1)^2 > a^2 + (2a-1)^2$
$a^2 - 8a < 0$, $a(a-8) < 0$
$a > 0$ 이므로 양변을 a 로 나누면 $a - 8 < 0$ $\therefore$ $a < 8$
또, 삼각형이 되려면 (가장 긴 변의 길이) < (나머지 두 변 길이의 합) 이므로 $2a + 1 < a + 2a - 1$ $\therefore$ $a > 2$
따라서 $2 < a < 8$

16. A, B, C 세 도시가 있다. A에서 B로 가는 길은 2가지, B에서 C로 가는 길이 5가지가 있다. A를 출발하여 B를 거쳐 C로 갔다가 다시 A로 되돌아오는 방법은 몇 가지인가? (단, 왔던 길로 되돌아 갈 수 없다.)

① 6가지 ② 14가지 ③ 16가지
④ 20가지 ⑤ 40가지

해설
갈 때 A → B → C : $2 \times 5 = 10$(가지)
돌아올 때 C → B → A : $4 \times 1 = 4$(가지)
따라서 $10 \times 4 = 40$(가지)이다.

17. 다음 그림에서 직사각형은 모두 몇 개를 만들 수 있는가?



① 18개　② 48개　③ 60개
④ 126개　⑤ 240개

해설

가로 4개의 선에서 2개의 선을 택하고 세로 7개의 선에서 2개의 선을 택하면 하나의 직사각형이 만들어진다. 그러므로 가로 2개의 선과 세로 2개의 선을 선택하는 경우를 생각한다. 구하는 경우의 수는 $\frac{4\times3}{2\times1}\times\frac{7\times6}{2\times1}=126$(개)이다.

18. KOREA의 5개 문자를 무심히 일렬로 나열할 때, 모음이 모두 인접할 확률을 구하면?

① $\frac{1}{10}$　② $\frac{1}{5}$　③ $\frac{3}{10}$　④ $\frac{2}{5}$　⑤ $\frac{1}{2}$

해설

전체 경우의 수는 다섯 개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수와 같고, 위의 경우는 KOREA 중에 모음은 O, E, A 3 개 이므로 이를 하나로 보고 일렬로 나열한 후 이들끼리 자리 바꾸는 경우로 생각해 보면 된다.

$$\therefore \frac{(3\times2\times1)\times(3\times2\times1)}{5\times4\times3\times2\times1}=\frac{3}{10}$$

19. 양궁 선수 A 가 목표물을 명중시킬 확률은 $\frac{2}{5}$ 이고, A, B 중 적어도 한 명이 목표물을 명중시킬 확률은 $\frac{3}{5}$ 이다.

B, C 중 적어도 한 명이 목표물을 명중시킬 확률이 $\frac{5}{7}$ 일 때, A, C 가 함께 목표물을 향하여 화살을 쏜다면 적어도 한 명이 명중시킬 확률은?

① $\frac{10}{35}$ ② $\frac{14}{35}$ ③ $\frac{18}{35}$ ④ $\frac{22}{35}$ ⑤ $\frac{26}{35}$

해설

B, C 의 명중률을 각각 b, c 라 하면

$1-\frac{3}{5}\times(1-b)=\frac{3}{5}$

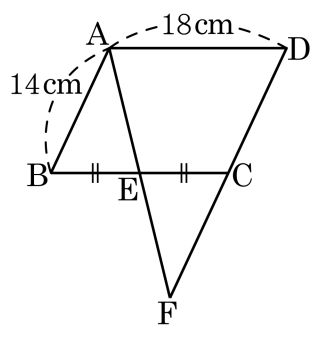
$\frac{2}{5}=\frac{3}{5}\times(1-b),\ 1-b=\frac{2}{3},\ \ \therefore b=\frac{1}{3}$

$1-\frac{2}{3}\times(1-c)=\frac{5}{7}$

$\frac{2}{7}=\frac{2}{3}\times(1-c),\ 1-c=\frac{3}{7},\ \ \therefore c=\frac{4}{7}$

$\therefore$ A, C 중 적어도 한 명이 목표물을 명중시킬 확률은 $1-\frac{3}{5}\times\frac{3}{7}=1-\frac{9}{35}=\frac{26}{35}$ 이다.

20. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이고 $\overline{AD} = 18\text{cm}$, $\overline{AB} = 14\text{cm}$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이를 구하여라.



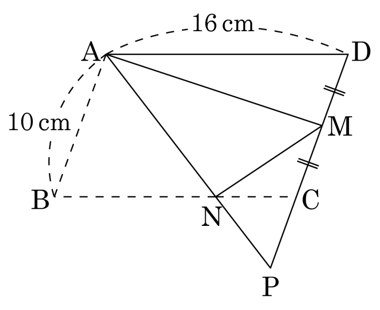
▶ 답 : ＿＿＿＿＿＿ cm

▷ 정답 : 28 cm

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle FCE(ASA)$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{CF} = 14\text{cm}$ 이다.
$\therefore\ \overline{DF} = 14 + 14 = 28(\text{cm})$

21. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD를 꼭짓점 B가 변 CD의 중점 M과 겹치도록 접었다. 접는 선 $\overline{AN}$과 변 DC의 연장선과의 교점을 P라 할 때, $\overline{CP}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

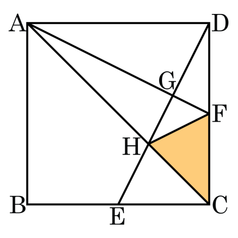
▷ 정답 : 5 cm

해설

$\angle BAN = \angle NAM$(접은각),
$\angle BAN = \angle NPC$(엇각)이므로
$\triangle MAP$는 양 끝각이 같은 이등변삼각형이다.
$\overline{MA} = \overline{MP} = \overline{AB} = 10(\mathrm{cm})$

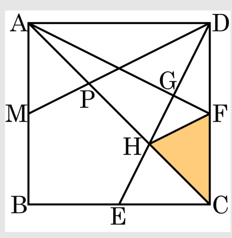
또한, 평행사변형이므로 $\overline{AB} = \overline{DC}$이고 점 M이 중점이므로
$\overline{CM} = 5(\mathrm{cm})$
$\therefore\ \overline{CP} = \overline{MP} - \overline{CM} = 10 - 5 = 5(\mathrm{cm})$

22. 다음 그림은 한 변의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 정사각형이다. 점 E, F 가 각각 $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 중점일 때, $\triangle\mathrm{HCF}$ 의 넓이는?



① $5\,\mathrm{cm}^2$ ② $\frac{16}{3}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $\frac{17}{3}\,\mathrm{cm}^2$
④ $6\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $\frac{19}{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설



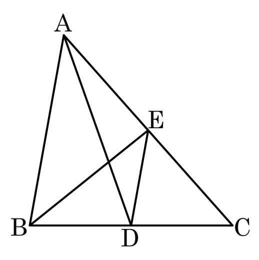
$\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점 M 과 점 D 를 이으면, $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{PH}} = \overline{\mathrm{HC}}$ 이므로

$\triangle\mathrm{DHC} = \frac{1}{3}\triangle\mathrm{ACD}$,

$\triangle\mathrm{HFC} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{DHC}$

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{HCF} &= \frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\triangle\mathrm{ACD}\\ &= \frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD}\\ &= \frac{1}{12}\times 8\times 8 = \frac{16}{3}\ \left(\mathrm{cm}^2\right)\end{aligned}$$

23. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 중점을 각각 D, E 라고 하자. $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이가 60 일 때, $\triangle\mathrm{DCE}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\triangle\mathrm{ABC}$ 와 $\triangle\mathrm{EDC}$ 의 닮음비가 $2:1$ 이므로 넓이의 비는 $4:1$ 이다.

$\therefore\ 4:1 = 60:\triangle\mathrm{DCE}$

$\therefore\ \triangle\mathrm{DCE} = 15$

24. 1 에서 5 까지의 숫자가 각각 적힌 5 장의 카드에서 2 장을 뽑아 두 자리의 정수를 만들었을 때, 40 이상의 정수의 경우의 수를 구하여라.

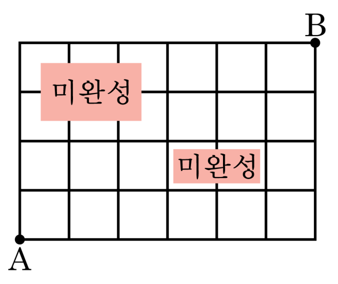
▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 8 가지

해설

40 이상의 정수를 만들기 위해서는 4$\square$ 또는 5$\square$ 형태이어야 한다.
4$\square$인 경우는 4가지이고 , 5$\square$ 인 경우는 4가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $4 + 4 = 8$ (가지) 이다.

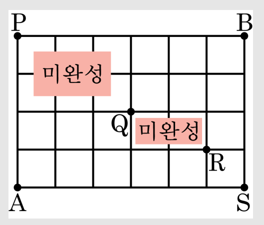
25. 다음 그림과 같이 만들어진 도로망 중 일부가 아직 미완성이다. A 지점에서 B 지점까지 갈 수 있는 최단 경로의 가짓수를 구하여라.



▶ 답 : ____ 가지

▷ 정답 : 126 가지

해설



A → P → B : 1 가지

A → Q → B : $\frac{5!}{3!2!} \times \frac{5!}{3!2!} = 100$(가지)

A → R → B : $\frac{6!}{1!5!} \times \frac{4!}{1!3!} = 24$(가지)

A → S → B : 1 가지

따라서 구하는 경우의 수는 $1 + 100 + 24 + 1 = 126$(가지) 이다.

(단, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots 3 \times 2 \times 1$ 이다.)