1. 다음 보기의 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 자료와 가장 작은 자료를 차례대로 나열한 것은?

보기

㉠ 4, 4, 4, 6, 6, 4, 4, 4

㉡ 2, 10, 2, 10, 2, 10, 2, 10

㉢ 2, 4, 2, 4, 2, 4, 4, 4

㉣ 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1

㉤ 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3

㉥ 5, 5, 5, 7, 7, 7, 6, 6

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉢, ㉥ ④ ㉣, ㉤ ⑤ ㉤, ㉥

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 것은 ㉡, 가장 작은 것은 ㉣이다.

2. 다음은 A, B, C, D, E 5 명의 학생들이 가지고 있는 게임 CD 의 개수의 편차를 나타낸 표이다. 이때, 5 명의 학생의 CD 의 개수의 분산은?

학생	A	B	C	D	E
편차(개)	-2	3	x	1	-4

① 6 ② 6.2 ③ 6.4 ④ 6.6 ⑤ 6.8

해설

편차의 합은 0 이므로

$-2+3+x+1-4=0,\quad x-2=0\quad \therefore x=2$

따라서 분산은

$$\frac{(-2)^2+3^2+2^2+1^2+(-4)^2}{5}=\frac{34}{5}=6.8\text{ 점}$$

3. 다음은 학생 8 명의 기말고사 수학 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 수학 성적의 분산은?

계급	계급값	도수	(계급값)×(도수)
$55^{이상} \sim 65^{미만}$	60	3	180
$65^{이상} \sim 75^{미만}$	70	3	210
$75^{이상} \sim 85^{미만}$	80	1	80
$85^{이상} \sim 95^{미만}$	90	1	90
계	계	8	560

① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

해설

학생들의 수학 성적의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

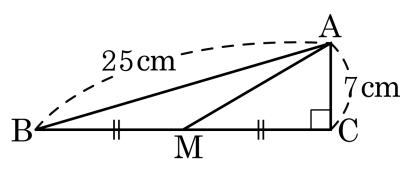
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-70)^2\times3+(70-70)^2\times3+(80-70)^2\times1+(90-70)^2\times1\}$$

$$= \frac{1}{8}(300+0+100+400) = 100$$

이다.

4. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$, $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AB} = 25\text{cm}$, $\overline{AC} = 7\text{cm}$ 이다. 이 때, $\overline{AM}$ 의 길이는?



① $\sqrt{190}\text{cm}$ ② $\sqrt{191}\text{cm}$ ③ $\sqrt{193}\text{cm}$
④ $\sqrt{194}\text{cm}$ ⑤ $\sqrt{199}\text{cm}$

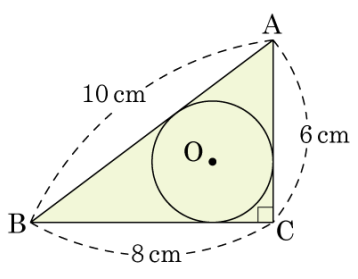
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC^2} = 25^2 - 7^2 = 576$, $\overline{BC} = 24(\text{cm})$

$\overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{MC}$, $\overline{MC} = 12(\text{cm})$

$\triangle AMC$ 에서 $\overline{AM^2} = 7^2 + 12^2 = 193$, $\overline{AM} = \sqrt{193}(\text{cm})$

5. 다음 그림의 원 O 는 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 이고 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형에 내접하고 있다. 내접원 O 의 반지름의 길이는?



① 1cm ② $\frac{3}{2}cm$ ③ 2cm ④ $\frac{5}{2}cm$ ⑤ 3cm

해설

원 O 와 직각삼각형 ABC 의 접점을 각각 D, E, F 라고 하고, 원의 반지름을 r 라고 하자.

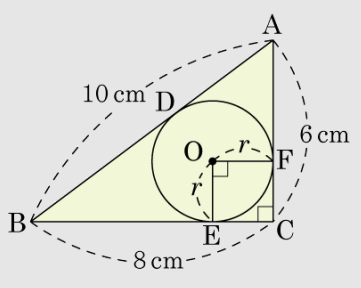
□CFOE 가 정사각형이므로

$\overline{CF} = \overline{CE} = r$ (cm)

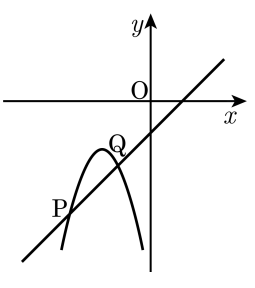
$\overline{BD} = \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{CE} = 8 - r$(cm) , $\overline{AD} = \overline{AF} = \overline{AC} - \overline{CF} = 6 - r$(cm) , $\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD}$

$10 = (8 - r) + (6 - r)$, $2r = 4$,

$\therefore r = 2$(cm)



6. 다음과 같이 $y = -x^2 - 6x - 12$, $y = x - 2$ 의 그래프가 두 점 P, Q 에서 만날 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?



① 2　　② 3　　③ $2\sqrt{3}$　　④ $3\sqrt{2}$　　⑤ $4\sqrt{3}$

해설

$y = -x^2 - 6x - 12$, $y = x - 2$

$-x^2 - 6x - 12 = x - 2$

$x^2 + 7x + 10 = 0$

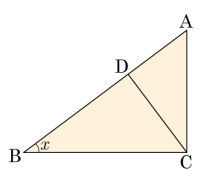
$(x+5)(x+2) = 0$

$\therefore\ x = -5$ 또는 $x = -2$

따라서 P $(-5,\ -7)$, Q$(-2,\ -4)$ 이므로

$$\begin{aligned}\overline{PQ} &= \sqrt{(-5+2)^2 + (-7+4)^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 3^2} \\ &= 3\sqrt{2}\end{aligned}$$ 이다.

7. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이고 $\angle B = x$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\sin x = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$ ② $\cos x = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{AC}}$ ③ $\tan x = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{AD}}$

④ $\sin x = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AC}}$ ⑤ $\cos x = \dfrac{\overline{BD}}{\overline{BC}}$

해설

③ $\tan x = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{CD}} = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{BD}}$

8. 직선 ℓ 은 x 축과 양의 방향으로 $60°$를 이루는 직선과 평행하고, $(-6, 4)$를 지날 때, 직선 ℓ 의 방정식을 구하면?

① $y = 3x + 4\sqrt{3}$
② $y = \sqrt{3}x + 4$
③ $y = 3\sqrt{3}x + 4$
④ $y = \sqrt{3}x + 4\sqrt{3}$
⑤ $y = \sqrt{3}x + 6\sqrt{3} + 4$

해설

x 축과 양의 방향으로 $60°$ 를 이루는 직선과 평행하므로 기울기$= \tan 60° = \sqrt{3}$ 이다. 점 $(-6, 4)$ 를 지나므로 $y = \sqrt{3}(x + 6) + 4, y = \sqrt{3}x + 6\sqrt{3} + 4$ 이다.

9. $0° < x < 45°$ 일 때, $\sqrt{1-2\sin x\cos x} - \sqrt{1+2\sin x\cos x}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2\sin x$

해설

$0° < x < 45°$ 일 때, $0 < \sin x < \cos x$ 이므로

$\sqrt{1-2\sin x\cos x} - \sqrt{1+2\sin x\cos x}$

$= \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x - 2\sin x\cos x}$

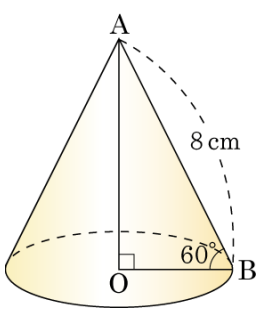
$\quad - \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x\cos x}$

$= \sqrt{(\sin x - \cos x)^2} - \sqrt{(\sin x + \cos x)^2}$

$= -(\sin x - \cos x) - (\sin x + \cos x)$

$= -2\sin x$

10. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 8cm 이고, 모선과 밑면이 이루는 각의 크기가 $60°$ 인 원뿔의 부피를 구하면?



① $32\sqrt{3}\pi\,\text{cm}^3$　② $\frac{32\sqrt{3}}{3}\pi\,\text{cm}^3$　③ $\frac{64\sqrt{3}}{3}\pi\,\text{cm}^3$
④ $64\sqrt{3}\pi\ \text{cm}^3$　⑤ $\frac{192\sqrt{3}}{3}\pi\,\text{cm}^3$

해설

해설)

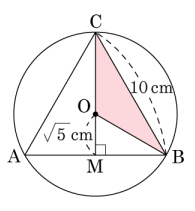
$\overline{OB} = 8 \times \cos 60° = 8 \times \frac{1}{2} = 4(\text{cm})$

$\overline{OA} = 8 \times \sin 60° = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 원뿔의 부피는

$16\pi \times 4\sqrt{3} \times \frac{1}{3} = \frac{64\sqrt{3}}{3}\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{OM} = \sqrt{5}\text{cm}$ 일 때, $\triangle COB$ 의 넓이는?



① $\frac{15\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$　② $\frac{5\sqrt{30}}{4}\text{cm}^2$　③ $5\sqrt{30}\text{cm}^2$
④ $\frac{5\sqrt{30}}{2}\text{cm}^2$　⑤ $\frac{\sqrt{30}}{2}\text{cm}^2$

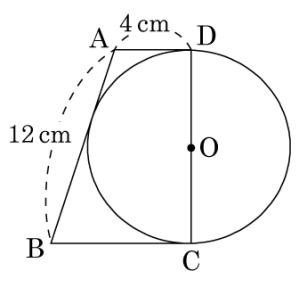
해설

$\overline{AB} = \overline{BC} = 10\text{cm}$, 점 O 에서 현 AB 에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로 $\overline{MB} = 5\text{cm}$

$\triangle OMB$ 에서 $\overline{OB} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 5^2} = \sqrt{30}(\text{cm})$

$$\begin{aligned}\triangle COB &= \triangle CMB - \triangle OMB \\ &= \frac{1}{2} \times 5 \times (\sqrt{5} + \sqrt{30}) - \frac{1}{2} \times 5 \times \sqrt{5} \\ &= \frac{5\sqrt{30}}{2}\ (cm^2)\end{aligned}$$

12. 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 는 원 O 의 접선이다. $\overline{AD} = 4\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 12\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



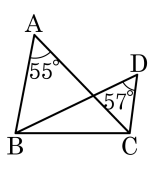
▶ 답 : _____ cm

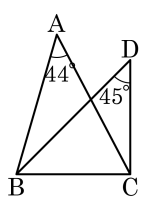
▷ 정답 : 8 cm

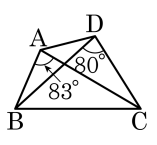
해설

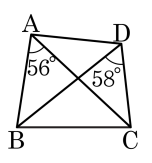
원의 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

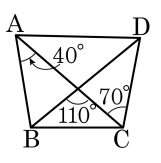
13. 다음 □ABCD 중에서 한 원에 내접하는 것은?

①


②


③


④


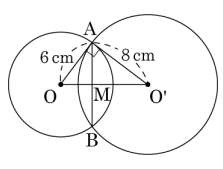
⑤


해설

두 점 A, D 가 선분 BC 에 대하여 같은 쪽에 있고, $\angle BAC = \angle BDC$ 이면 네 점 A, B, C, D 는 한 원 위에 있다.

⑤ $\angle BDC + 70° = 110°$ $\therefore$ $\angle BDC = 40°$

14. 다음 그림에서 두 원 O, O′ 의 중심을 연결한 선분과 공통현 AB 가 점 M 에서 만나고, $\overline{OA} = 6\text{cm}$, $\overline{O'A} = 8\text{cm}$, $\angle OAO' = 90°$ 일 때, 공통현 AB 의 길이는?

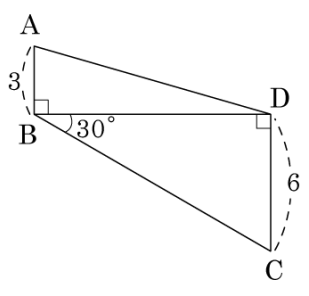


① 7.0cm ② 9.6cm ③ 12.2cm
④ 14.4cm ⑤ 19.2cm

해설

$\triangle OAO'$ 에서
$\overline{OA} = 6\text{cm}$, $\overline{O'A} = 8\text{cm}$, $\angle OAO' = 90°$ 이므로
$\overline{OO'} = \sqrt{36+64} = 10(\text{cm})$
$\overline{AB} \perp \overline{OO'}$, $\overline{AM} = \overline{BM}$
$\triangle OAO'$ 의 넓이
$S = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times \overline{OO'} \times \overline{AM'} = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{AM'} = 24(\text{cm}^2)$
$\therefore \overline{AM} = 4.8(\text{cm})$
따라서 공통현 AB 의 길이는 9.6cm 이다.

15. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\angle ABD = \angle BDC = 90°$, $\angle DBC = 30°$ 일 때, 두 대각선 AC, BD 의 길이를 각각 구하여라.



▶ 답 :

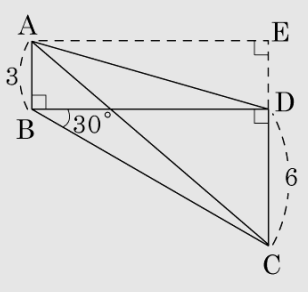
▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{AC} = 3\sqrt{21}$

▷ 정답 : $\overline{BD} = 6\sqrt{3}$

해설

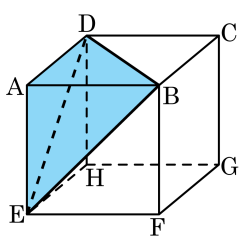
대각선 BD 의 길이는 $6\sqrt{3}$ 이다.



$\triangle ACE$ 에서 $\overline{AE} = \overline{BD} = 6\sqrt{3}$, $\overline{EC} = 3 + 6 = 9$

$\therefore \overline{AC} = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + 9^2} = \sqrt{189} = 3\sqrt{21}$

16. 한 모서리의 길이가 $4\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체를 다음 그림과 같이 잘랐을 때, 사면체 A – DEB 의 겉넓이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm^2

▷ 정답 : $24+8\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle$DEB 는 한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정삼각형이므로

$(\triangle\mathrm{DEB}\text{의 넓이}) = \dfrac{\sqrt{3}}{4}\times\left(4\sqrt{2}\right)^2 = 8\sqrt{3}\left(\mathrm{cm}^2\right)$

$\therefore\ (\mathrm{A-DEB}\text{의 겉넓이}) = 3\triangle\mathrm{ABE}+8\sqrt{3}$

$= 24+8\sqrt{3}\left(\mathrm{cm}^2\right)$

17. 다음 중 계산 결과가 $\sin 30°$와 같지 <u>않은</u> 것은?

① $\cos 60°$

② $\tan 45° \times \sin 30°$

③ $\frac{1}{2}(\cos 60° \times \tan 60°)$

④ $\frac{1}{2}(\sin 30° + \cos 60°)$

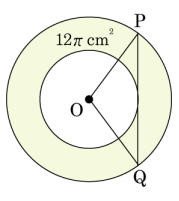
⑤ $2 \times (\sin 30° \times \cos 30° \times \tan 30°)$

해설

③ $\sin 30° = \frac{1}{2}$

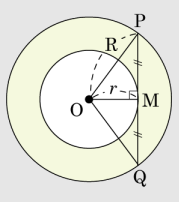
$\frac{1}{2}(\cos 60° \times \tan 60°) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ 이다.

18. 다음 그림에서 두 동심원 사이의 넓이가 12π 이다. 작은 원에 접하는 큰 원의 현 PQ 의 길이를 구하면?



① $5\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{3}$

해설



큰 원과 작은 원의 반지름을 각각 R, r 이라 하면, (큰 원의 넓이)-(작은 원의 넓이)= 12π 이다.

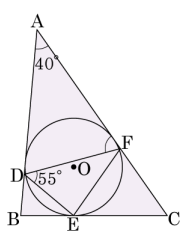
$\pi R^2 - \pi r^2 = 12\pi$, $R^2 - r^2 = 12$

또, 점 O 에서 현 PQ 에 내린 수선의 발을 M 이라 하면, $\overline{PM}^2 = \overline{OP}^2 - \overline{OM}^2 = R^2 - r^2 = 12$

$\therefore \overline{PM} = 2\sqrt{3}$

$\therefore \overline{PQ} = 4\sqrt{3}$

19. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내접원은 $\triangle DEF$ 의 외접원이다. $\angle BAC = 40°$, $\angle FDE = 55°$ 일 때, $\angle AFD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

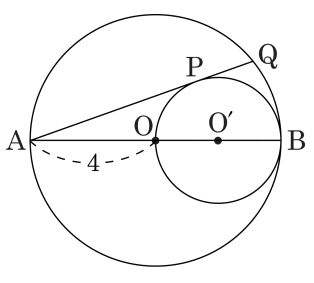
▷ 정답 : 70 °

해설

$\overline{AD} = \overline{AF}$ 이므로

$\angle AFD = \frac{1}{2}(180° - 40°) = 70°$

20. 다음 그림에서 원 O′ 는 원 O 의 반지름 OB 를 지름으로 하는 원이고, $\overline{AQ}$ 는 원 O′ 와 점 P 에서 접한다. 선분 AQ 의 길이는?



① $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　② $\frac{4\sqrt{2}}{3}$　③ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$　④ $\frac{12\sqrt{2}}{3}$　⑤ $\frac{16\sqrt{2}}{3}$

해설

$\overline{AP}^2 = 4 \times 8$

$\overline{AP} = 4\sqrt{2}$

$\triangle APO' \backsim \triangle AQB$ 에서

$6 : 8 = 4\sqrt{2} : \overline{AQ}$

$\overline{AQ} = \frac{8 \times 4\sqrt{2}}{6} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$

21. 대각선의 길이가 $\sqrt{53}$ 이고 겉넓이가 68 인 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 44

해설

직육면체의 밑면의 가로의 길이를 a, 세로의 길이를 b, 높이를 c 라 하면 직육면체의 대각선의 길이는

$\sqrt{a^2+b^2+c^2} = \sqrt{53}$ $\quad \therefore\ a^2+b^2+c^2 = 53$

직육면체의 겉넓이는 $2(ab+bc+ca) = 68$

$$\begin{aligned}(a+b+c)^2 &= a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)\\ &= 53+68 = 121\end{aligned}$$

$\therefore\ a+b+c = \sqrt{121} = 11$

따라서 모든 모서리의 합은

$4(a+b+c) = 4\times 11 = 44$ 이다.

22. 함수 $f(x) = \sqrt{2}\cos x + \sin^2 x + 3$ $(0° < x < 90°)$ 이 최댓값을 가질 때의 x 의 값은?

① $15°$ ② $30°$ ③ $45°$ ④ $60°$ ⑤ $75°$

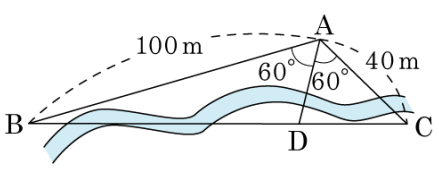
해설

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{2}\cos x + 1 - \cos^2 x + 3 \\ &= -\cos^2 x + \sqrt{2}\cos x + 4 \\ &= -\left(\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} \end{aligned}$$

$0° < x < 90°$ 일 때, $0 < \cos x < 1$ 이므로 함수 $f(x)$는 $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 일 때, 최댓값을 갖는다.

$\therefore\ x = 45°$

23. 다음 그림은 A 지점에서 강 건너에 있는 D 지점까지의 거리를 구하기 위한 것이다. $\overline{AB} = 100\,\text{m}$, $\overline{AC} = 40\,\text{m}$, $\angle BAD = \angle CAD = 60°$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ m

▷ 정답 : $\frac{200}{7}$ m

해설

$\overline{AD} = x$ 라 하면

$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$ 이므로

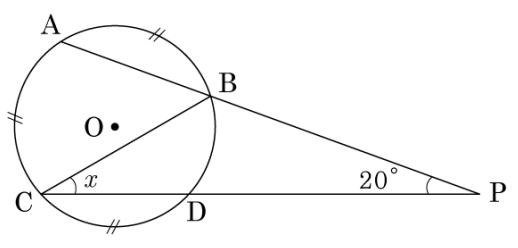
$\frac{1}{2} \times 100 \times 40 \times \sin 120°$

$= \frac{1}{2} \times 100 \times x \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 40 \times x \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$14x = 400$

$\therefore\ x = \frac{200}{7}$ (m)

24. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{AC}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{CD}$, $\angle BPD = 20°$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 30 °

해설

i) 5.0pt$\overset{\frown}{BD}$ 의 원주각이 x 이므로 $\angle BOD = 2x$

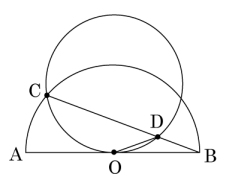
ii) $\triangle BCP$ 에서 $\angle ABC = 20° + x°$ 이므로

$\angle AOC = 40° + 2x°$

iii) $3(40° + 2x) + 2x = 360°$

$120° + 8x = 360°$ $\therefore\ x = 30$

25. 다음 그림과 같이 선분 AB 를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 5.0pt$\overset{\frown}{AC}$: 5.0pt$\overset{\frown}{CB}$ = 1 : 3 인 점 C 를 잡아서 점 C 를 지나고 중심 O 에서 $\overline{AB}$ 와 접하는 원을 그린다. 이 원이 현 BC 와 만나는 점을 D 라고 할 때, ∠BOD 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

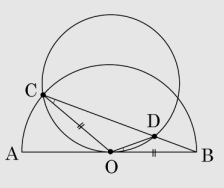
▷ 정답 : 22.5 °

해설

보조선 OC 를 그으면

5.0pt$\overset{\frown}{AC}$: 5.0pt$\overset{\frown}{CB}$ = 1 : 3 이므로

$\therefore\ \angle COB = 180° \times \frac{3}{4} = 135°$



또한, 반원이므로 $\overline{OC} = \overline{OB}$

△OBC 는 이등변삼각형이므로

$\angle OCB = \frac{1}{2}(180° - 135°) = 22.5°$

따라서 접선과 현이 이루는 성질에 의하여

∠BOD = ∠OCB = 22.5° 이다.