

1. 어떤 수를 15로 나누면 7이 남는 수 중 100에 가장 가까운 수는?

① 90

② 92

③ 95

④ 97

⑤ 99

해설

어떤 수를 x 라 하고 몫을 k 라 하면 $x = 15 \times k + 7$ 이다.
 $k = 6$ 일 때, $x = 15 \times 6 + 7 = 97$ 이고 $k = 7$ 일 때, $x = 15 \times 7 + 7 = 112$ 이다.
따라서 100에 가장 가까운 수는 97이다.

2. 400 보다 작은 자연수에 대하여, 5의 배수이지만 2, 3, 4의 배수는 아닌 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

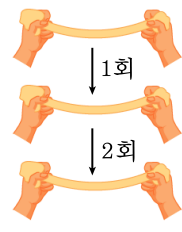
▷ 정답 : 27

해설

5의 배수이지만 2, 3, 4의 배수는 아닌 수는 5의 배수이면서 2, 3의 배수가 아닌 수이다.

$$\therefore 80 - 40 - 26 + 13 = 27$$

3. 손으로 국수를 만들 때, 반죽을 늘어 1 회 접으면 두 가닥이 되고, 2 회 접으면 네 가닥이 된다. 국수가 100 가닥 이상 필요 할 때, 최소 몇 회를 접어야 하는가?
- ① 4 회 ② 5 회 ③ 6 회
- ④ 7 회 ⑤ 8 회



해설

반죽을 1 회 접으면 2 가닥, 2 회 접으면 (2×2) 가닥, 3 회 접으면 $(2 \times 2 \times 2)$ 가닥이 된다. 접는 횟수에 따른 국수의 가닥 수를 표로 정리하면 다음과 같다.

접는 횟수	국수의 가닥 수(가닥)	국수의 가닥수를 거듭제곱으로 표현
1회	2	2^1
2회	$2 \times 2 = 4$	2^2
3회	$2 \times 2 \times 2 = 8$	2^3
4회	$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$	2^4
5회	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$	2^5
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

$2^5 = 32$, $2^6 = 64$, $2^7 = 128$, ... 이므로 국수 100 가닥을 만들려면 7 회 이상 접어야 한다.

4. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

- ① 15 이하의 소수는 모두 6 개이다.
- ② 7 은 소수이다.
- ③ 모든 소수는 홀수이다.
- ④ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
- ⑤ 1 은 합성수이다.

해설

- ③ 2 는 소수이다.
- ⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

5. 140 을 소인수분해하면 $2^a \times 5^b \times 7^c$ 일 때, 세 수 a, b, c 의 값을 각각 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : $a = 2$
- ▷ 정답 : $b = 1$
- ▷ 정답 : $c = 1$

해설

140 을 소인수분해하면 $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

6. 자연수 180을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 곱을 구하면?

① 15

② 18

③ 24

④ 25

⑤ 30

해설

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

소인수는 2, 3, 5이므로 $2 \times 3 \times 5 = 30$

7. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

- ① 35 ② 70 ③ 105 ④ 140 ⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서
i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$
ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$
iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$
iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

8. 504 를 자연수 a 로 나눈 값이 자연수 b 의 제곱이 될 때, $a + b$ 의 최소값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$\frac{504}{a} = \frac{2^3 \times 3^2 \times 7}{a} = b^2 \text{ 이므로}$$

$a = 2 \times 7, 2^3 \times 7, 2 \times 3^2 \times 7, 504$ 가 가능하다.

$a = 2 \times 7$ 일 때, $b^2 = 6^2 \quad \therefore b = 6$

$a = 2^3 \times 7$ 일 때, $b^2 = 3^2 \quad \therefore b = 3$

$a = 2 \times 3^2 \times 7$ 일 때, $b^2 = 2^2 \quad \therefore b = 2$

$a = 504$ 일 때, $b = 1$

$\therefore (a + b \text{의 최소값}) = 14 + 6 = 20$

9. 다음 중 $11^3 \times 13^5$ 의 약수가 아닌 것은?

① 11

② 13

③ 11×13^4

④ $11^2 \times 13^3$

⑤ $11^4 \times 13^5$

해설

⑤ $11^4 \times 13^5$ 에서 11^4 은 11^3 의 약수가 아니므로 $11^3 \times 13^5$ 의 약수가 아니다.

10. 자연수 140 을 소인수분해했더니 $2^a \times b \times c$ 이고 약수의 개수는 d 개이다. $d - b - c + a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$140 = 2^2 \times 5 \times 7$ 이므로

약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

$a = 2, b = 5, c = 7, d = 12$

$\therefore d - b - c + a = 2$

11. 360의 약수의 개수와 $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $a = 2$, $b = 1$ 또는 $a = 1, b = 2$ 이다.

$\therefore a + b = 3$

12. $3^3 \times a$ 는 약수의 개수가 12 인 수 중 가장 작은 홀수라고 할 때, a 에 맞는 수를 구하면?

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 25 ⑤ 36

해설

$$12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$$

$3^3 \times a$ 가 홀수이므로

a 는 3 보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

13. 다음 중 서로소인 것은?

① (3, 15)

② (22, 13)

③ (100, 45)

④ (6, 9)

⑤ (10, 12)

해설

서로소는 최대공약수가 1인 두 자연수를 말하므로 (22, 13)이다.

14. 24, 32 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^2

③ 2^3

④ $2^2 \times 3$

⑤ 2×3

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $32 = 2^5$ 이므로 최대공약수는 2^3

15. 최대공약수가 $3 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 4 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,
공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로
최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$ 이다.) 또는 a^3
풀이어야 한다.
따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

16. 두 수 a, b 의 최대공약수가 12일 때, a, b 의 공약수의 개수는?

① 4

② 6

③ 8

④ 12

⑤ 24

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 12의 약수와 같다.
12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12이므로 6개이다.

17. 두 자연수 a, b 의 합은 216 이고 최대공약수는 18 이다. 이 때 ab 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11340

해설

$a = 18 \times n, b = 18 \times m$ 이라 둘 수 있다.

$$a + b = 18 \times (n + m) = 216$$

$$\rightarrow n + m = 12$$

따라서 (n, m) 이 될 수 있는 순서쌍은 $(1, 11), (2, 10), (3, 9), (4, 8), (5, 7), (6, 6), (7, 5), (8, 4), (9, 3), (10, 2), (11, 1)$ 이다.

그런데 $ab = 18 \times 18 \times n \times m$ 이므로 ab 의 최댓값은 $(n, m) = (5, 7)$

또는 $(7, 5)$ 일 때이다.

$$\therefore ab \text{의 최댓값} = 11340$$

18. 세 수 $2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3 \times 7$, $2^3 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수는?

- ① $2^3 \times 5^2 \times 7$ ② $2 \times 3 \times 5^2$ ③ $2^3 \times 3^2 \times 5$
④ $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ ⑤ $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

해설

$2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3 \times 7$, $2^3 \times 5 \times 7$
최소공배수: $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

19. 다음 중 $2^2 \times 5$, 3×5 , 42 의 공배수인 것은?

- ① 30 ② 100 ③ 150 ④ 210 ⑤ 420

해설

$2^2 \times 5$, 3×5 , 42 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$ 이므로
420 의 배수를 찾는다.

20. 분수 $\frac{x}{y}$ 의 분모에 18 , 분자에 45 를 더해도 분수의 값은 변하지 않는다.

x,y 의 최소공배수가 70 일 때, 자연수 x,y 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 35$

▷ 정답 : $y = 14$

해설

$$\frac{x}{y} = \frac{x+45}{y+18}$$

$$\rightarrow x \times (y+18) = y \times (x+45)$$

$$\rightarrow 18x = 45y \rightarrow 2x = 5y$$

$$70 = 2 \times 5 \times 7 \text{ 이므로}$$

$$2x = 5y \text{ 를 만족하려면 } x = 35, y = 14 \text{ 이다.}$$

21. 세 자연수의 비가 $3 : 6 : 10$ 이고 최소공배수가 360 일 때, 나눗셈을 이용하여 세 자연수를 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : 36
- ▷ 정답 : 72
- ▷ 정답 : 120

해설

세 자연수의 비가 $3 : 6 : 10$ 이므로 원래의 세 자연수를 $3 \times a, 6 \times a, 10 \times a$ 라고 하면

$$\begin{array}{r} a) \overline{3 \times a \quad 6 \times a \quad 10 \times a} \\ 2) \overline{3 \quad 6 \quad 10} \\ 3) \overline{3 \quad 3 \quad 5} \\ \quad 1 \quad 1 \quad 5 \end{array}$$

최소공배수는 $a \times 2 \times 3 \times 5 = 30 \times a$ 이다.

세 수의 최소공배수가 360 이므로 $30 \times a = 360$ 이고, a 는 12 이다.

따라서 세 자연수는 $3 \times 12 = 36, 6 \times 12 = 72, 10 \times 12 = 120$ 이다.

22. 세 변의 길이가 88m, 96m, 120m인 삼각형 모양인 땅의 가장자리에 일정한 간격으로 말뚝을 박으려고 한다. 세 모퉁이에는 반드시 말뚝을 박고, 가능한 적은 수의 말뚝을 박을 때, 필요한 말뚝의 수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 38 개

▷ 정답 : 38 개

해설

88, 96, 120 의 최대공약수는 8 이므로 8m 간격으로 말뚝을 박으면 된다.
∴ (필요한 말뚝의 수)
= $(88 \div 8) + (96 \div 8) + (120 \div 8)$
= $11 + 12 + 15$
= 38(개)

23. 검은 펜 70 개, 빨간 펜 100 개, 파란 펜 130 개를 지영이네 반 학생들에게 똑같이 나누어주었더니 검은 펜이 6 개, 빨간 펜이 4 개, 파란 펜이 2 개 남았다. 지영이네 반 학생은 30 명 이상이라고 할 때, 지영이네 반 학생 수를 구하여라.
- ① 30 명 ② 32 명 ③ 34 명 ④ 36 명 ⑤ 38 명

해설

70 보다 6 작은 수, 100 보다 4 작은 수, 130 보다 2 작은 수는 어떤 수로 나누어 떨어진다. 그러므로 64, 96, 128 의 공약수 중, 30 이상인 수를 구한다.

2) 64 96 128

2) 32 48 64

2) 16 24 32

2) 8 12 16

2) 4 6 8

2 3 4

최대공약수 : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$
최대공약수인 32 의 약수 중 30 보다 큰 수는 32 이다. 따라서 지영이네 반 학생 수는 32 명이다.

25. 어떤 공장의 한 기계에 세 톱니바퀴 A, B, C 가 서로 맞물려 있다. 톱니바퀴 A, B, C 의 톱니 수는 각각 24, 18, 36 개이다. 이때, 세 톱니바퀴가 회전하여 다시 원위치에 오는 세 톱니바퀴의 회전수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

24 와 18, 36 의 최소공배수에 처음으로 다시 맞물린다.

$$24 = 2^3 \times 3, 18 = 2 \times 3^2, 36 = 2^2 \times 3^2$$

최소공배수는 $2^3 \times 3^2 = 72$

톱니바퀴 A 는 $72 \div 24 = 3(\text{바퀴}) = a$

톱니바퀴 B 는 $72 \div 18 = 4(\text{바퀴}) = b$

톱니바퀴 C 는 $72 \div 36 = 2(\text{바퀴}) = c$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 3 + 4 + 2 = 9$$

26. 가로, 세로의 길이가 각각 12 cm, 20 cm 인 직사각형 모양의 카드를
늘어 놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇
장이 필요한가?

① 10 장 ② 12 장 ③ 13 장 ④ 15 장 ⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 12 와 20 의 최소공배수인 60 cm
이다. 가로는 $60 \div 12 = 5$ (장), 세로는 $60 \div 20 = 3$ (장) 이
필요하므로 필요한 카드의 수는 $5 \times 3 = 15$ (장) 이다.

27. 어떤 수를 5, 8, 10으로 나누었더니 나머지가 각각 2, 5, 7이었다. 어떤 수가 두 자리의 자연수일 때, 어떤 수가 될 수 있는 수들의 합을 구하여라.

① 110 ② 111 ③ 112 ④ 113 ⑤ 114

해설

어떤 수를 x 라 하면 $x+3$ 은 5, 8, 10의 공배수이고, 세 수의 최소공배수는 40이다.

따라서 $x+3$ 은 40의 배수 중 두 자리의 자연수이므로 $x+3=40$, $x+3=80$ 이다.

$x=37, 77$ 이다. 따라서 $37+77=114$ 이다.

28. 세 수 42, 70, 98 의 최대공약수를 a , 최소공배수를 b 라 할 때, $b - a$ 의 값은?

① 1456 ② 1460 ③ 1462 ④ 1468 ⑤ 1470

해설

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$70 = 2 \times 5 \times 7$$

$$98 = 2 \times 7^2 \text{ 에서}$$

최대공약수는 2×7 , 최소공배수는 $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$ 이므로

$a = 14$, $b = 1470$ 이다.

따라서 $b - a = 1470 - 14 = 1456$ 이다.

29. 다음 보기를 모두 만족 시키는 자연수는 모두 몇 개인가?

보기

- ☐ ㉠ 100 이하의 자연수이다.

☐ ㉡ 3의 배수

☐ ㉢ 5의 배수

☐ ㉣ 4로 나누면 나머지가 3인 수

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

3과 5의 최소공배수는 15 이므로 15, 30, 45, 60, 75, 90,
이 중에서 4로 나누었을 때 나머지가 3인 수는 15, 75의 2개

30. 두 분수 $\frac{1}{14}$, $\frac{1}{8}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 수 중 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

구하는 수는 14 와 8 의 공배수이다.
14 와 8 의 공배수는 14 와 8 의 최소공배수인 56 의 배수이므로
56, 112, 168, ... 이다.
이 중 두자리 자연수는 56이다.