

1. 24 를 어떤 자연수로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이때, 어떤 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

24 의 약수를 구하면 된다. 24 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이다. 따라서 8 개이다.

2. 300 에 가장 가까운 11 의 배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 297

해설

$11 \times 27 = 297$, $11 \times 28 = 308$ 이므로 300 에 가장 가까운 배수는 297 이다.

3. $x = 5^{27} + 1$, $y = 2^{23} + 1$ 일 때 xy 는 몇 자리의 수인가?

- ① 24 자리의 수 ② 25 자리의 수 ③ 26 자리의 수
④ 27 자리의 수 ⑤ 28 자리의 수

해설

$xy = 5^{27} \times 2^{23} + 5^{27} + 2^{23} + 1$
이 때 $5^{27} \times 2^{23} > 5^{27} + 2^{23} + 1$ 이므로 $5^{27} + 2^{23} + 1$ 은 자릿수를
고려할 때 생각하지 않는다.
 $5^{27} \times 2^{23} = 5^{23} \times 2^{23} \times 5^4$
 $= (5 \times 2)^{23} \times 625$
 $= 10^{23} \times 625$
따라서 xy 는 26 자리의 수이다.

4. 다음 중 소수를 모두 골라라.

1 13 15 24 29 32 33 52 71 98

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 13

▷ 정답: 29

▷ 정답: 71

해설

주어진 수 중에서 소수는 13, 29, 71 이다.

5. 다음 중 52 을 소인수분해한 것으로 알맞은 것은?

① 2×3^3

② $2^3 \times 7$

③ 2×5^2

④ $2^2 \times 13$

⑤ $2^2 \times 3 \times 7$

해설

$$2 \overline{) 52}$$

$$2 \overline{) 26}$$

$$13$$

$$52 = 2^2 \times 13$$

6. 48 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음에서 x 가 될 수 있는 수를 모두 고르면(정답 2개)?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 9 ⑤ 12

해설

$$48 = 2^4 \times 3$$

곱해야 할 자연수가 x 이고, 어떤 자연수를 y 라 하면 $(2^4 \times 3) \times x = y^2$ 이다.

$$x = 3 \times 1^2, 3 \times 2^2, \dots$$

$$= 3, 12, \dots$$

7. 자연수 135의 약수의 개수와 $3 \times 5^n \times a^m$ 의 약수의 개수가 같을 때, $n+m$ 의 값은? (단, m, n 은 자연수이고, $a \neq 3, 5$ 인 소수)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$135 = 3^3 \times 5$$

$$(\text{약수의 개수}) = 4 \times 2 = 8(\text{개})$$

$$(1+1) \times (n+1) \times (m+1) = 8, n=1, m=1$$

$$\text{그러므로 } n+m = 1+1 = 2$$

8. 1에서 100까지의 자연수 중에서 6과 서로소인 자연수의 개수는?

- ① 17개 ② 33개 ③ 50개 ④ 67개 ⑤ 84개

해설

$6 = 2 \times 3$ 이므로 6과 서로소인 수는 2의 배수도 3의 배수도 아닌 수이다.

100 이하의 자연수 중 2의 배수는 50개, 3의 배수는 33개, 6의 배수는 16개이므로

2 또는 3의 배수의 개수는 $50 + 33 - 16 = 67$ (개)

따라서 6과 서로소인 수는 $100 - 67 = 33$ (개)이다.

9. 가로, 세로의 길이가 각각 12 cm, 20 cm 인 직사각형 모양의 카드를 늘어 놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇 장이 필요한가?

① 10 장 ② 12 장 ③ 13 장 ④ 15 장 ⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 12 와 20 의 최소공배수인 60 cm 이다. 가로는 $60 \div 12 = 5$ (장), 세로는 $60 \div 20 = 3$ (장)이 필요하므로 필요한 카드의 수는 $5 \times 3 = 15$ (장)이다.

10. 두 수 $2^2 \times 3$, A 의 최대공약수가 2×3 , 최소공배수가 $2^2 \times 3 \times 7$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 42

해설

두 수 A , B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면
 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $(2^2 \times 3) \times A = (2 \times 3) \times (2^2 \times 3 \times 7) = 2^3 \times 3^2 \times 7$ 이다.
 $\therefore A = 2 \times 3 \times 7 = 42$

11. 720의 약수가 아닌 것은?

① $2^3 \times 3 \times 5$

② 2×5

③ $3^2 \times 5$

④ $2^4 \times 3^3$

⑤ 2×3^2

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 720의 약수는 $(2^4 \text{의 약수}) \times (3^2 \text{의 약수}) \times (5 \text{의 약수})$ 이다.

12. a, b 의 최대공약수가 36일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 16은 a, b 의 공약수이다.
- ㉡ 1, 2, 36은 a, b 의 공약수이다.
- ㉢ a, b 의 공약수는 모두 10개이다.
- ㉣ a, b 의 공약수는 모두 72의 약수이다.

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉠, ㉢
- ③ ㉡, ㉣
- ④ ㉠, ㉢, ㉣
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

a, b 의 공약수는 36의 약수와 같으므로 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36이다.

- ㉠. 16은 a, b 의 공약수가 아니다.
- ㉢. a, b 의 공약수는 9개이다.

13. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 2×3^2 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 6개

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 $2 \times 3^2 = 18$ 의 약수와 같으므로
(a, b 의 공약수의 개수)
= (18의 약수의 개수)
= (2×3^2 의 약수의 개수)
= $(1 + 1) \times (2 + 1)$
= 6(개)

14. 두 수 $2 \times 3 \times 5^m$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^a \times 3^b \times 5^2 \times 7^c$ 일 때, \square 안에 알맞은 숫자들의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$2 \times 3 \times 5^m$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수를 구하면 $2 \times 3^2 \times 5^m \times 7^2$ 이다.

또, $2 \times 3 \times 5^m$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^a \times 3^b \times 5^2 \times 7^c$ 이므로 위에서 구한 최소공배수와 비교해 보면 $2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2$ 이다.

따라서 \square 안에 들어가는 수는 차례대로 2, 1, 2, 2 이고, 구하는 값은 8 이다.

15. 합이 32 이고 최소공배수가 60 인 두 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 20

해설

두 자연수를 a, b 라 두면,
 $a + b = 32$ 이고 a, b 는 60 의 약수이다.
60 의 약수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 이므로
더해서 32 가 되는 두 수는 (2, 30), (12, 20) 이다.
하지만 2, 30 의 최소공배수는 30 이므로
두 자연수는 12, 20 이다.

16. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 54cm, 90cm, 108cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체를 최대한 적게 사용하려고 할 때, 정육면체의 개수는?

- ① 180 개 ② 90 개 ③ 36 개
④ 24 개 ⑤ 15 개

해설

정육면체가 가장 적을 때 정육면체 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 54, 90, 108 의 최대공약수인 18cm 이다.

따라서 상자의 개수는

$$(54 \div 18) \times (90 \div 18) \times (108 \div 18) = 90 \text{ (개)}$$

17. 가로, 세로의 길이가 각각 100m, 80m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고, 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?

- ① 10 그루 ② 12 그루 ③ 14 그루
④ 16 그루 ⑤ 18 그루

해설

나무 사이의 간격을 x (m)라 할 때,
 $100 = x \times \square$, $80 = x \times \Delta$
 x 는 100 과 80 의 최대공약수이므로
 $100 = 2^2 \times 5^2$, $80 = 2^4 \times 5$
 $\therefore x = 2^2 \times 5 = 20$ (m)
나무 사이의 간격을 20m 라 할 때,
가로 $100 = 20(\text{m}) \times 5$ (그루)
세로 $80 = 20(\text{m}) \times 4$ (그루)
직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는
 $(5 + 4) \times 2 = 18$ (그루)

18. 서로 맞물려 도는 톱니바퀴 ㉠과 ㉡이 있다. ㉠의 톱니 수는 20, ㉡의 톱니 수는 15일 때, 이 톱니가 같은 이에서 다섯 번째로 다시 맞물리는 것은 ㉡이 몇 바퀴 돈 후인가?

- ① 16 바퀴 ② 18 바퀴 ③ 20 바퀴
④ 21 바퀴 ⑤ 24 바퀴

해설

20 와 15 의 최소공배수는 60 이다.
같은 지점에 첫번째로 맞물릴 때까지 ㉠ 톱니바퀴는 $60 \div 15 = 4$ (바퀴) 회전하므로
다섯번째로 맞물릴때까지 바퀴 수는 $4 \times 5 = 20$ (바퀴) 이다.

19. 어떤 수를 5, 8, 10으로 나누었더니 나머지가 각각 2, 5, 7이었다. 어떤 수가 두 자리의 자연수일 때, 어떤 수가 될 수 있는 수들의 합을 구하여라.

① 110 ② 111 ③ 112 ④ 113 ⑤ 114

해설

어떤 수를 x 라 하면 $x+3$ 은 5, 8, 10의 공배수이고, 세 수의 최소공배수는 40이다.
따라서 $x+3$ 은 40의 배수 중 두 자리의 자연수이므로 $x+3=40$, $x+3=80$ 이다.
 $x=37, 77$ 이다. 따라서 $37+77=114$ 이다.

20. $\frac{8}{n}, \frac{24}{n}, \frac{36}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 곱하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

n 은 8, 24, 36 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
8, 24, 36 의 최대공약수는 4 이다.
4 의 약수는 1, 2, 4 이다.
따라서 8 이다.

21. 어떤 분수에 $\frac{20}{9}$, $\frac{25}{12}$ 의 어느 것을 곱하여도 그 결과는 자연수라고 한다. 이를 만족하는 분수 중 가장 작은 분수를 A 라 할 때, $A \times \frac{20}{9}$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

구하려는 분수를 $A = \frac{b}{a}$ 라고 하자.

$$\frac{20}{9} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 9 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 20 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{25}{12} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 12 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 25 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{(9, 12 \text{의 공배수})}{(20, 25 \text{의 공약수})} \dots \textcircled{1} \text{이다.}$$

①을 만족하는 가장 작은 분수

$$\frac{b}{a} = \frac{(9, 12 \text{의 최소공배수})}{(20, 25 \text{의 최대공약수})}$$

$$\therefore A = \frac{b}{a} = \frac{36}{5}$$

$$\text{따라서 } A \times \frac{20}{9} = \frac{36}{5} \times \frac{20}{9} = 4 \times 4 = 16 \text{ 이다.}$$

22. 숫자 카드 1, 3, 5, 7, 9 중에서 3 장을 골라 세 자리 수를 만들 때, 만든 수 중 3의 배수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 24개

해설

3의 배수는 각 자리 수를 모두 더한 값이 3의 배수이다.
1, 3, 5, 7, 9로 만든 세 수를 더하여 3의 배수의 되는 조합은,
(1, 3, 5), (1, 5, 9), (3, 5, 7), (5, 7, 9) 이다.
∴ 3의 배수의 개수 = $3 \times 2 \times 1 \times 4 = 24$ (개)

23. 504 를 자연수 a 로 나누어 떨어지는 자연수 b 의 제곱이 될 때, $a + b$ 의 최소값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$\frac{504}{a} = \frac{2^3 \times 3^2 \times 7}{a} = b^2 \text{ 이므로}$$

$a = 2 \times 7, 2^3 \times 7, 2 \times 3^2 \times 7, 504$ 가 가능하다.

$$a = 2 \times 7 \text{ 일 때, } b^2 = 6^2 \quad \therefore b = 6$$

$$a = 2^3 \times 7 \text{ 일 때, } b^2 = 3^2 \quad \therefore b = 3$$

$$a = 2 \times 3^2 \times 7 \text{ 일 때, } b^2 = 2^2 \quad \therefore b = 2$$

$$a = 504 \text{ 일 때, } b = 1$$

$$\therefore (a + b \text{의 최소값}) = 14 + 6 = 20$$

24. 자연수 a 의 약수의 개수를 $[a]$ 이라 할 때, $[x] - [20] = 6$ 를 만족하는 가장 작은 x 의 값을 구한 것은?

- ① 42 ② 50 ③ 60 ④ 64 ⑤ 72

해설

$[x] - [20] = 6$
 $20 = 2^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $3 \times 2 = 6$ (개)이다.
따라서 $[20] = 6$ 이므로
 $[x] - 6 = 6$
 $[x] = 12$
 $12 = 2 \times 6$ 일 때, $x = 2^5 \times 3 = 96$
 $12 = 3 \times 2 \times 2$ 일 때, $x = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$
 $12 = 4 \times 3$ 일 때, $x = 2^3 \times 3^2 = 72$
따라서 가장 작은 x 의 값은 60이다.

25. 자연수 약수의 개수가 9 개인 어떤 수를 소인수분해했더니 $2^2 \times \square$ 가 되었다. \square 안에 들어갈 가장 작은 수는 무엇인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$9 = 9 \times 1 = 3 \times 3$$

$$\text{i) } 9 = 8 + 1$$

$$2^2 \times \square = 2^8$$

$$\therefore \square = 2^6$$

$$\text{ii) } 9 = 3 \times 3 = (2 + 1) \times (2 + 1) \text{ 일 때,}$$

$$2^2 \times \square = 2^2 \times a^2 \text{ (단, } a \text{ 는 2 가 아닌 소수이다.)}$$

$$\therefore a = 3, 5, 7, \dots$$

$$\therefore \square = 9, 25, 49$$

i), ii) 에서 가장 작은 수는 9 이다.

26. 10 부터 100 사이의 수 중에서 약수의 개수가 3개인 수는 모두 몇 개인가?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

약수의 개수가 3 개인 수는 (소수)² 이므로
10 이상 100 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는 $5^2, 7^2$ 의 2 개

27. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 8 과 27 은 서로소이다.
- ② 12 의 소인수는 2, 3 이다.
- ③ 소수의 약수의 개수는 2 개이다.
- ④ 60 의 소인수는 3 개이다.
- ⑤ 두 홀수는 서로소이다.

해설

⑤ 반례: 두 홀수 3, 9 는 최대공약수가 3 이므로 서로소가 아니다.

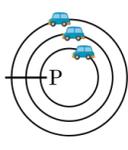
28. 어떤 수 a 로 214, 916, 151, 448 을 나누었더니 그 나머지가 b 로 같을 때, a, b 의 값으로 알맞은 짝은 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

214, 916, 151, 448을 a 로 나눈 몫을 Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 라 할 때
 $214 = aQ_1 - b,$
 $916 = aQ_2 - b,$
 $151 = aQ_3 - b,$
 $448 = aQ_4 - b$ 이다.
 $214 - 151 = 63 = a(Q_1 - Q_3)$ 이므로
63은 a 로 나누어 떨어진다.
마찬가지의 방법으로 두 수의 차
 $916 - 214, 448 - 214, \dots$ 는 a 로 나누어 떨어진다.
63, 234, 297, 468, 702, 765의 최대공약수는 9이므로
가능한 a 는 3, 9이다. $a = 3$ 일 때, $b = 1$
 $a = 9$ 일 때, $b = 7$
 (a, b) 의 순서쌍은 (3, 1), (9, 7)로 2개이다.

29. 장난감 자동차 세 대가 다음 그림과 같은 원을 따라 각각의 원주 위를 일정한 속력으로 돌고 있다. 18분 동안 A 자동차는 24바퀴를 돌고, B 자동차는 36바퀴, C 자동차는 45바퀴를 돈다. 세 자동차가 동시에 P 지점에서 출발하여 1시간 10분 동안 일정한 속도로 돌아왔다면 동시에 P 지점을 몇 번 통과하는가?



- ① 9번 ② 10번 ③ 11번 ④ 12번 ⑤ 13번

해설

A, B, C 세 자동차가 한 바퀴를 도는 데 걸리는 시간은 $\frac{18}{24}$ 분, $\frac{18}{36}$ 분, $\frac{18}{45}$ 분이다.
 $\frac{18}{24}$ 분 = 45초, $\frac{18}{36}$ 분 = 30초, $\frac{18}{45}$ 분 = 24초이다.
 45, 30, 24의 최소공배수는 360이므로
 360 초 = 6분마다 한 번씩 P 지점을 통과한다.
 따라서 $70 \div 6 = 11 \dots 4$ 이므로 11번 통과한다.

30. 자연수 n 과 48 의 최대공약수가 12 이고 $(n+45)$ 가 13 의 배수일 때, n 의 값을 구하여라.(단, 자연수 n 은 세자리 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 228

해설

$n = 12 \times a$, $48 = 12 \times 4$ 이므로 a 는 2 의 배수가 아니다.

$n + 45 = 13b$ 에서 $12a + 45 = 13b$

$12a + 6 + 39 = 13b$, $12a + 6 = 13b - 39$

$6(2a + 1) = 13(b - 3)$ 이므로

$2a + 1$ 은 13 의 배수이어야 한다.

$2a + 1 = 13k$, $a = \frac{13k - 1}{2}$

$k = 1, 2, 3, 4 \dots$ 을 대입하고, a 는 짝수가 아니므로 $a = 19$ 이다.

따라서 n 은 $19 \times 12 = 228$ 이다.