

1. 집합 $A = \{1, 2, \{1, 2\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\emptyset \in A$

② $\emptyset \subset A$

③ $\{1, 2\} \subset A$

④ $\{1, 2\} \in A$

⑤ $\{2\} \in A$

해설

$\{2\} \subset A$

2. 집합 A, B 에 대하여

$n(A) = 16$, $n(B) = 11$, $n(A \cup B) = 21$ 일 때, $n(A \cap B)$ 는?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 16 + 11 - 21 = 6 \end{aligned}$$

3. 명제 ‘ $p(x)$ 이면 $q(x)$ 이다’가 참일 때, 두 집합 $P = \{x \mid p(x)\}$, $Q = \{x \mid q(x)\}$ 사이의 관계로 다음 중 옳은 것은?

① $Q \subset P$

② $Q^c \subset P$

③ $P \subset Q^c$

④ $P \cup Q = P$

⑤ $P \subset Q$

해설

‘ $p(x)$ 이면 $q(x)$ 이다.’가 참일 때, 즉, $p \Rightarrow q$ 이면 진리집합의 포함관계는 $P \subset Q$

4. 함수 $f(x)$ 는 임의의 두 실수 a, b 에 대하여 $f(a+b) = f(a) + f(b)$ 를 만족시킨다. 이러한 함수를 다음에서 고르면?

① $f(x) = |x|$

② $f(x) = -x^2$

③ $f(x) = 3x$

④ $f(x) = 2x + 3$

⑤ $f(x) = x^3 + 3x$

해설

① $f(a+b) = |a+b|$

$f(a) + f(b) = |a| + |b|$

이 때 $|a+b| \leq |a| + |b|$

② $f(a+b) = -(a+b)^2 = -a^2 - 2ab - b^2$

$f(a) + f(b) = -a^2 - b^2$

③ $f(a+b) = 3(a+b) = 3a + 3b = f(a) + f(b)$

④ $f(a+b) = 2(a+b) + 3$

$f(a) + f(b) = 2a + 3 + 2b + 3 = 2(a+b) + 6$

⑤ $f(a+b) = (a+b)^3 + 3(a+b)$

$= (a+b)(a^2 + 2ab + b^2 + 3)$

$f(a) + f(b) = a^3 + 3a + b^3 + 3b$

$= a^3 + b^3 + 3(a+b)$

$= (a+b)(a^2 - ab + b^2 + 3)$

5. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수 f 가 $f : x \rightarrow x + 1$ 로 주어질 때, $f^{2006}(2)$ 의 값은 얼마인가? (단, $f^1 = f$, $f^{n+1} = f \circ f^n$, n 은 자연수)

① 2002 ② 2004 ③ 2006 ④ 2008 ⑤ 2010

해설

$$f^2(x) = f(f(x)) = (x + 1) + 1 = x + 2$$

$$f^3(x) = f(f^2(x)) = (x + 2) + 1 = x + 3$$

$$f^4(x) = f(f^3(x)) = (x + 3) + 1 = x + 4$$

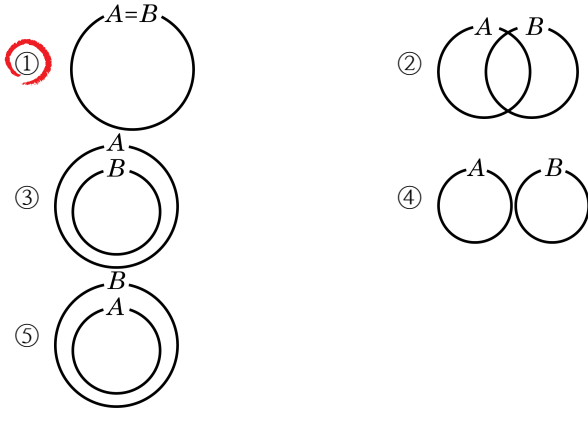
$\vdots$

이상에서 $f^n(x) = x + n$ 이므로

$$f^{2006}(x) = x + 2006$$

$$\therefore f^{2006}(2) = 2 + 2006 = 2008$$

6. $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, 두 집합 A, B 를 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것은?



해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다. 두 집합 A, B 의 원소가 모두 같다.

7. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 7 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{2, 3, 5\}$, $C = \{3, 4, 7\}$ 일 때, $(A \cup B) \cap C^c$ 은?

① $\{1\}$

② $\{1, 2\}$

③ $\{1, 6\}$

④ $\{1, 2, 6\}$

⑤ $\{1, 2, 5, 6\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이므로
 $(A \cup B) \cap C^c = (A \cup B) - C$
 $= \{1, 2, 3, 5, 6\} - \{3, 4, 7\}$
 $= \{1, 2, 5, 6\}$ 이다.

8. 함수 $f(x) = -x$, $g(x) = 2x - 1$ 일 때, $(h \circ g \circ f)(x) = f(x)$ 인 일차함수 $h(x)$ 를 구하면?

- ① $y = \frac{1}{4}x + 2$ ② $y = \frac{1}{4}x - 2$ ③ $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
④ $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + 2$

해설

$h(x) = ax + b$ 라고 놓으면,
 $(h \circ g \circ f)x = (h \circ g)(f(x)) = f(x)$ 에서 $h \circ g = I$
즉 $(h \circ g)(x) = x$, $a(2x - 1) + b = x$
 $x = 1$ 일 때, $a + b = 1$
 $x = 0$ 일 때, $-a + b = 0$
 $\therefore a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$
따라서 $h(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

9. $x - y < 0, xy < 0$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2xy + y^2} + \sqrt{x^2} - |y|$ 를 간단히 하면?

① $2x$

② $2y$

③ $-2x$

④ $-2y$

⑤ $2x - 2y$

해설

$$\begin{aligned} x - y < 0, xy < 0 &\Rightarrow x < 0, y > 0 \\ \sqrt{x^2 - 2xy + y^2} + \sqrt{x^2} - |y| \\ &= \sqrt{(x - y)^2} + |x| - |y| \\ &= |x - y| + |x| - |y| \\ &= -(x - y) - x - y = -2x \end{aligned}$$

10. $\sqrt{12-6\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $a+\frac{1}{b}$ 의 값은?

- ① $1+\sqrt{3}$
- ② $2+\sqrt{3}$
- ③ $2+2\sqrt{3}$
- ④ $3+\sqrt{3}$
- ⑤ $3+2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{12-6\sqrt{3}} &= \sqrt{12-2\sqrt{9\times 3}} \\ &= 3-\sqrt{3} = 1.\times\dots\end{aligned}$$

$$a=1, b=2-\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}a+\frac{1}{b} &= 1+\frac{1}{2-\sqrt{3}} \\ &= 1+2+\sqrt{3} = 3+\sqrt{3}\end{aligned}$$

11. 자연수로 이루어진 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, \dots, 2n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 $2(n-1)$ 과, $2n$ 을 포함하지 않은 부분집합의 개수가 32 일 때, n 의 값을 구하면?

① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로

$2^{n-2} = 32 = 2^5$ 이다.

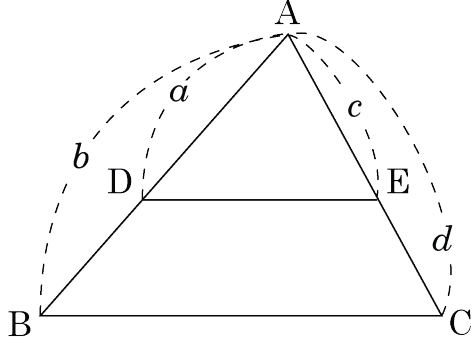
$\therefore n - 2 = 5$

$\therefore n = 7$

원소의 개수가 7 개이므로 $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$, $n = 14$

이다.

12. 다음 그림과 같이 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 인 삼각형 ABC가 있다. $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$, $\overline{AE} = c$, $\overline{AC} = d$ 일 때, 다음 중 a, b, c, d 사이의 관계로 옳지 않은 것을 모두 고르면? (단, $a \neq b, c \neq d$)



① $\frac{a}{c} = \frac{b-a}{d-c}$

③ $a(d-c) = c(b-a)$

⑤ $\frac{b-a}{a} = \frac{d}{c}$

② $ac - bd = 0$

④ $\frac{b-a}{a} = \frac{d-c}{c}$

해설

$a : b = c : d$ 이므로, $a : (b-a) = c : (d-a)$

13. 두 곡선 $y = \sqrt{x+1} + 1$, $x = \sqrt{y+1} + 1$ 의 교점을 P라고 할 때, 선분 OP의 길이를 구하면? (단, O는 원점)

① $3\sqrt{2}$ ② $6\sqrt{2}$ ③ $9\sqrt{2}$ ④ $6\sqrt{3}$ ⑤ $9\sqrt{3}$

해설

두 함수가 서로 역함수 관계이므로 곡선의 교점은 $y = \sqrt{x+1} + 1$ 와 $y = x$ 의 교점과 같다.

$$\sqrt{x+1} + 1 = x \text{에서}$$

$$x + 1 = (x - 1)^2$$

$$x = 0, 3$$

$$x \geq 1 \text{이므로 } x = 3$$

$$\therefore P(3, 3)$$

$$OP = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$$

14. 임의의 실수 x, y 에 대하여 항상 $x^2 + 2xy + y^2 + 4x + ay + b > 0$ 이 성립할 때, a 의 값과 b 의 최소 정수값의 합을 구하면?

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

해설

x 에 대하여 정리하면 $x^2 + 2(y+2)x + y^2 + ay + b > 0 \cdots \textcircled{A}$

$\textcircled{A}$ 이 임의의 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로

$$\frac{D}{4} = (y+2)^2 - (y^2 + ay + b) < 0$$

$$\therefore (4-a)y + 4-b < 0 \cdots \textcircled{B}$$

또, $\textcircled{B}$ 이 임의의 실수 y 에 대하여 성립해야 하므로

$$4-a=0, \quad 4-b<0$$

$$\therefore a=4, \quad b>4$$

$a=4, \quad b$ 의 최소정수는 5

$$\therefore a + (b \text{의 최소정수값}) = 9$$

15. 같은 크기의 두 시험관에 X, Y 두 물질이 가득 섞여 있다. 한 시험관에는 X, Y 두 물질이 $a : b$ 로 섞여 있고, 다른 한 시험관에는 X, Y 두 물질이 $c : d$ 로 섞여 있다. 이들 두 시험관의 물질을 완전히 섞었을 때, $\frac{(\text{X물질의 양})}{(\text{Y물질의 양})}$ 의 값은?

- ① $\frac{c(a+b)+a(c+d)}{d(a+b)+b(c+d)}$ ② $\frac{a(a+b)+c(c+d)}{b(a+b)+b(c+d)}$
 ③ $\frac{a(a+b)+b(c+d)}{c(a+b)+d(c+d)}$ ④ $\frac{b(a+b)+a(c+d)}{c(a+b)+a(c+d)}$
 ⑤ $\frac{d(a+b)+c(c+d)}{b(a+b)+a(c+d)}$

해설

두 물질 X, Y가 가득 섞여 있는 시험관의 부피를 x 라 하면
 두 물질 X, Y의 비가 $a : b$ 인 시험관에서

X물질의 양은 $\frac{a}{a+b}x$, Y물질의 양은 $\frac{b}{a+b}x$

또, 두 물질 X, Y의 비가 $c : d$ 인 시험관에서

X물질의 양은 $\frac{c}{c+d}x$, Y물질의 양은 $\frac{d}{c+d}x$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{(\text{X물질의 양})}{(\text{Y물질의 양})} &= \frac{\left(\frac{a}{a+b} + \frac{c}{c+d}\right)x}{\left(\frac{b}{a+b} + \frac{d}{c+d}\right)x} \\ &= \frac{c(a+b)+a(c+d)}{d(a+b)+b(c+d)} \end{aligned}$$