

1. 다항식 $A = x^2 - x + 1$, $B = 3x^2 - 2x - 1$ 에 대하여 $X + 2A = B$ 를 만족하는 다항식 X 를 구하면?

- ① $x^2 + 3x + 1$ ② $x^2 - 1$ ③ $x^2 - 3$
④ $x^2 + 1$ ⑤ $2x^2 - x + 1$

해설

$$\begin{aligned} X &= B - 2A \\ &= (3x^2 - 2x - 1) - 2(x^2 - x + 1) \\ &= x^2 - 3 \end{aligned}$$

해설

2. 등식 $2x^2 + 10x - 18 = a(x-2)(x+3) + bx(x-2) + cx(x+3)$ 이 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면,
 $-18 = -6a \quad \therefore a = 3$
양변에 $x = 2$ 를 대입하면
 $10 = 10c \quad \therefore c = 1$
양변에 $x = -3$ 을 대입하면,
 $-30 = 15b, \quad \therefore b = -2$
 $\therefore a - b + c = 3 + 2 + 1 = 6$

3. $(\sqrt{3}-i)^2 \times (\sqrt{12}+2i)^2$ 을 간단히 하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (\sqrt{3}-i)^2 \times (2\sqrt{3}+2i)^2 \\&= 2^2 \times \{(\sqrt{3}-i)(\sqrt{3}+i)\}^2 \\&= 2^2 \times 4^2 = 2^2 \times 2^4 = 2^6 \\&= 64\end{aligned}$$

4. $x = 2 - \sqrt{3}i$, $y = 2 + \sqrt{3}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= (2 - \sqrt{3}i)^2 + (2 + \sqrt{3}i)^2 \\&= 4 - 4\sqrt{3}i - 3 + 4 + 4\sqrt{3}i - 3 \\&= 2\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\&= 4^2 - 2 \cdot 7 \\&= 16 - 14 \\&= 2\end{aligned}$$

5. 이차방정식 $x^2 - 6x + k = 0$ 이 중근을 가질 때, 실수 k 의 값은?

① 1

② 3

③ 6

④ 9

⑤ 36

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 1 \cdot k = 0$$

$$\therefore k = 9$$

6. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖지 않는 것은?

① $y = 2x^2 + 5$

② $y = 6(x + 1)^2$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + 4x + 5$

④ $y = -3(x - 2)^2 + \frac{1}{3}$

⑤ $y = 2\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + 4$

해설

이차항의 계수가 양수일 때, 최솟값을 갖는다.

7. 연립방정식 $ax + by = 8$, $2ax - by = -2$ 의 근이 $x = 1$, $y = 2$ 일 때, a , b 의 값은?

① $a = -2$, $b = -3$

② $a = 3$, $b = 2$

③ $a = 2$, $b = -3$

④ $a = 2$, $b = 3$

⑤ $a = -3$, $b = -2$

해설

$$ax + by = 8, 2ax - by = -2$$

근이 $x = 1, y = 2$ 이므로

$$\begin{cases} a + 2b = 8 \\ 2a - 2b = -2 \end{cases}$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

8. 다항식 $f(x)$ 를 $2x^2 + 3x + 2$ 로 나누었더니 몫이 $3x - 4$ 이고, 나머지가 $2x + 5$ 이었다. 이 때, $f(1)$ 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ &= 6x^3 + 9x^2 + 6x - 8x^2 - 12x - 8 + 2x + 5 \\ &= 6x^3 + x^2 - 4x - 3 \\ \therefore f(1) &= 6 + 1 - 4 - 3 = 0 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ f(1) &= (2 + 3 + 2)(3 - 4) + (2 + 5) = -7 + 7 = 0 \end{aligned}$$

9. $a^2b + b^2c - b^3 - a^2c$ 을 인수분해하면?

① $(a + b)(a - b)(b + c)$

② $(a - b)(b - c)(c + a)$

③ $(a - b)(a + b)(b - c)$

④ $(a - b)(a + b)(c - a)$

⑤ $(a - b)(b + c)(c - a)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2b + b^2c - b^3 - a^2c \\ &= a^2(b - c) - b^2(b - c) \\ &= (a - b)(a + b)(b - c) \end{aligned}$$

10. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2) \\ \therefore a &= -1, b = 2 \\ \therefore ab &= -1 \times 2 = -2\end{aligned}$$

11. 등식 $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x + a)(x + b)(x + c)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

1	1	4	1	-6
		1	5	6
-2	1	5	6	0
		-2	-6	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x - 1)(x + 2)(x + 3)$
 $\therefore a + b + c = 4$

12. 함수 $y = -x^2 + kx$ 의 그래프가 직선 $y = -x + 4$ 에 접할 때, 양수 k 의 값은?

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$y = -x^2 + kx$ 가 $y = -x + 4$ 에 접하려면
 $4 - x = -x^2 + kx \Rightarrow x^2 - (k+1)x + 4 = 0$ 의 판별식은 $D = 0$ 이어야 한다.
 $D = (k+1)^2 - 16 = 0 \Rightarrow k+1 = \pm 4$
 $\therefore k = 3$ ($\because k > 0$)

13. 다음 방정식의 모든 근의 합을 구하여라.

$x^3 - 13x + 12 = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

1		1	0	-13	12
			1	1	-12
		1	1	-12	0

$f(x) = x^3 - 13x + 12$ 라고 하면 $f(1) = 0$ 이므로
 $(x - 1)(x^2 + x - 12) = 0$
 $(x - 1)(x + 4)(x - 3) = 0$
 $\therefore x = -4$ 또는 $x = 1$ 또는 $x = 3$
 $\therefore -4 + 1 + 3 = 0$

14. $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\omega^3 + \bar{\omega}^3$ 의 값을 구하면? (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켈레복소수이다.)

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{를 } \omega \text{라 하면}$$

$$\bar{\omega} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \omega^3 = 1, \bar{\omega}^3 = 1, \omega^3 + \bar{\omega}^3 = 2$$

16. $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{100}$ 일 때, $f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) + f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$ 의 값은?

① $1-i$

② 0

③ $-1-i$

④ 2

⑤ $1+i$

해설

$$\frac{1+i}{1-i} = i, \frac{1-i}{1+i} = -i \text{ 이므로}$$

$$f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) + f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$$

$$= f(i) + f(-i)$$

$$= \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{100} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{100}$$

$$= (-i)^{100} + (i)^{100} = 2$$

$$\because i^4 = 1 \text{ 이므로 } i^{4k} = 1$$

17. 두 복소수 $\alpha = a - 2i, \beta = 5 + bi$ 에 대하여 $\alpha - \bar{\beta} = \overline{3 + 2i}$ 를 만족하는 실수를 a, b 라고 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ -4

④ 8

⑤ -8

해설

$$\alpha = a - 2i$$

$$\bar{\beta} = \overline{5 + bi} = 5 - bi$$

$$\alpha - \bar{\beta} = a - 2i - (5 - bi) = \overline{3 + 2i}$$

$$(a - 5) + (b - 2)i = 3 - 2i$$

$$\begin{cases} a - 5 = 3 & \therefore a = 8 \\ b - 2 = -2, & \therefore b = 0 \end{cases}$$

18. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 2a$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = x^2 + 2ax + 2a = (x + a)^2 - a^2 + 2a$$

$$\therefore m = -a^2 + 2a = -(a - 1)^2 + 1$$

따라서 m 의 최댓값은 1이다.

19. x 가 실수일 때 $\frac{x^2-x+4}{x^2+x+1}$ 의 값이 취할 수 있는 정수의 개수는?

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

$\frac{x^2-x+4}{x^2+x+1}=k$ 라 두면
 $x^2-x+4=k(x^2+x+1)$
 $(k-1)x^2+(k+1)x+k-4=0$
 x 가 실수이므로 실근이다.
따라서, 판별식 $D=(k+1)^2-4(k-1)(k-4)\geq 0$
 $3k^2-22k+15\leq 0$
 $\therefore \frac{11-2\sqrt{19}}{3}\leq k\leq \frac{11+2\sqrt{19}}{3}$
 k 는 정수이므로 대강의 범위를 구해보면
 $0.\times\times\leq k\leq 6.\times\times$ 에서
 $k=1, 2, 3, 4, 5, 6$ 의 6개이다.

20. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2x - 3 = m(x + 2)$ 가 $1 < x < 2$ 에서 적어도 한 개의 실근을 가질 때, 정수 m 의 개수는?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$$\begin{cases} y = x^2 = 2x - 3 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ y = m(x + 2) \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

이라 하면 직선 $\textcircled{2}$ 은 m 의 값에 관계없이 항상 점 $(-2, 0)$ 을 지난다.

이 때, 교점의 x 좌표가 1 과 2 사이에 존재해야 하므로

(i) 직선 $\textcircled{2}$ 이

점 $(1, 0)$ 을 지날 때

$$3m = 0 \quad \therefore m = 0$$

(ii) 직선 $\textcircled{2}$ 이 점 $(2, 5)$ 를 지날 때

$$4m = 5 \quad \therefore m = \frac{5}{4}$$

(i), (ii)에서 $0 < m < \frac{5}{4}$

따라서, 정수 m 의 값은 1 하나뿐이다.

