1. 다항식 $A = x^2 - x + 1$, $B = 3x^2 - 2x - 1$에 대하여 $X + 2A = B$를 만족하는 다항식 X를 구하면?

① $x^2 + 3x + 1$ ② $x^2 - 1$ ③ $x^2 - 3$

④ $x^2 + 1$ ⑤ $2x^2 - x + 1$

해설

$$\begin{aligned} X &= B - 2A \\ &= (3x^2 - 2x - 1) - 2(x^2 - x + 1) \\ &= x^2 - 3 \end{aligned}$$

해설

2. 등식 $2x^2 + 10x - 18 = a(x-2)(x+3) + bx(x-2) + cx(x+3)$ 이 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면,

$-18 = -6a \quad \therefore\ a = 3$

양변에 $x = 2$ 를 대입하면

$10 = 10c \ \therefore\ c = 1$

양변에 $x = -3$ 을 대입하면,

$-30 = 15b, \ \therefore\ b = -2$

$\therefore\ a - b + c = 3 + 2 + 1 = 6$

3. $(\sqrt{3}-i)^2 \times (\sqrt{12}+2i)^2$ 을 간단히 하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준 식}) &= (\sqrt{3}-i)^2 \times (2\sqrt{3}+2i)^2 \\
&= 2^2 \times \left\{(\sqrt{3}-i)(\sqrt{3}+i)\right\}^2 \\
&= 2^2 \times 4^2 = 2^2 \times 2^4 = 2^6 \\
&= 64
\end{aligned}
$$

4. $x = 2 - \sqrt{3}i$, $y = 2 + \sqrt{3}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (2 - \sqrt{3}i)^2 + (2 + \sqrt{3}i)^2 \\ &= 4 - 4\sqrt{3}i - 3 + 4 + 4\sqrt{3}i - 3 \\ &= 2 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\ &= 4^2 - 2 \cdot 7 \\ &= 16 - 14 \\ &= 2 \end{aligned}$$

5. 이차방정식 $x^2-6x+k=0$이 중근을 가질 때, 실수 k의 값은?

① 1　　② 3　　③ 6　　④ 9　　⑤ 36

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지므로

$$\frac{D}{4}=(-3)^2-1\cdot k=0$$

$\therefore\ k=9$

6. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖지 않는 것은?

① $y = 2x^2 + 5$

② $y = 6(x+1)^2$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + 4x + 5$

④ $y = -3(x-2)^2 + \frac{1}{3}$

⑤ $y = 2\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + 4$

해설

이차항의 계수가 양수일 때, 최솟값을 갖는다.

7. 연립방정식 $ax+by=8,\ \ 2ax-by=-2$의 근이 $x=1,\ \ y=2$일 때, $a,\ b$의 값은?

① $a=-2,\ b=-3$

② $a=3,\ b=2$

③ $a=2,\ b=-3$

④ $a=2,\ b=3$

⑤ $a=-3,\ b=-2$

해설

$ax+by=8$, $2ax-by=-2$

근이 $x=1, y=2$이므로

$$\begin{cases} a+2b=8 \\ 2a-2b=-2 \end{cases}$$

$\therefore\ a=2, b=3$

8. 다항식 $f(x)$를 $2x^2+3x+2$로 나누었더니 몫이 $3x-4$이고, 나머지가 $2x+5$이었다. 이 때, $f(1)$의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$f(x)=(2x^2+3x+2)(3x-4)+(2x+5)$$
$$=6x^3+9x^2+6x-8x^2-12x-8+2x+5$$
$$=6x^3+x^2-4x-3$$
$$\therefore\ f(1)=6+1-4-3=0$$

해설

$$f(x)=(2x^2+3x+2)(3x-4)+(2x+5)$$
$$f(1)=(2+3+2)(3-4)+(2+5)=-7+7=0$$

9. $a^2b+b^2c-b^3-a^2c$을 인수분해하면?

① $(a+b)(a-b)(b+c)$

② $(a-b)(b-c)(c+a)$

③ $(a-b)(a+b)(b-c)$

④ $(a-b)(a+b)(c-a)$

⑤ $(a-b)(b+c)(c-a)$

해설

$$a^2b+b^2c-b^3-a^2c$$
$$=a^2(b-c)-b^2(b-c)$$
$$=(a-b)(a+b)(b-c)$$

10. $x^4+3x^2+4=(x^2+x+2)(x^2+ax+b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2+2)^2-x^2 \\ &= (x^2+x+2)(x^2-x+2)\end{aligned}$$

$\therefore\ a=-1,\ b=2$

$\therefore ab=-1\times 2=-2$

11. 등식 $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x+a)(x+b)(x+c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

1	1	4	1	-6
		1	5	6
-2	1	5	6	0
		-2	-6	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x-1)(x+2)(x+3)$

$\therefore a+b+c = 4$

12. 함수 $y=-x^2+kx$의 그래프가 직선 $y=-x+4$에 접할 때, 양수 k의 값은?

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$y=-x^2+kx$가 $y=-x+4$에 접하려면

$4-x=-x^2+kx \quad \Rightarrow \quad x^2-(k+1)x+4=0$의 판별식은 $D=0$ 이어야 한다.

$D=(k+1)^2-16=0 \quad \Rightarrow \quad k+1=\pm 4$

$\therefore k=3 \ (\because k>0)$

13. 다음 방정식의 모든 근의 합을 구하여라.

$$x^3 - 13x + 12 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & 0 & -13 & 12 \\ & & 1 & 1 & -12 \\ \hline & 1 & 1 & -12 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x) = x^3 - 13x + 12$라고 하면 $f(1) = 0$이므로

$(x-1)(x^2 + x - 12) = 0$

$(x-1)(x+4)(x-3) = 0$

$\therefore\ x = -4$ 또는 $x = 1$ 또는 $x = 3$

$\therefore\ -4 + 1 + 3 = 0$

14. $x^3 - 1 = 0$의 한 허근을 ω라 할 때, $\omega^3 + \overline{\omega}^3$의 값을 구하면? (단, $\overline{\omega}$는 ω의 켤레복소수이다.)

① -1　　② 0　　③ 1　　④ 2　　⑤ 3

해설

$x^3 - 1 = (x-1)(x^2+x+1) = 0$

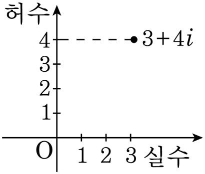
$x = 1$ 또는 $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

$\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$를 ω라 하면

$\overline{\omega} = \dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

$\therefore\ \omega^3 = 1,\ \overline{\omega}^3 = 1,\ \omega^3 + \overline{\omega}^3 = 2$

15. 복소수 $z=a+bi$ (a, b는 실수)를 실수의 순서쌍 $(a,\ b)$로 나타내어 좌표평면 위에 표시할 수 있다. 예를 들어 $3+4i$를 $(3,\ 4)$로 나타내면 다음 그림과 같이 표시할 수 있다. $z=1+i$일 때, 0, z, z^2 이 나타내는 점을 각각 A, B, C 라 할 때, $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인가? (단, 가장 정확하게 표시한 것을 하나만 고른다.)



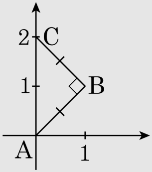
① 정삼각형　　② 이등변삼각형

③ 직각삼각형　　④ 직각이등변삼각형

⑤ 답 없음

해설

$z = 1+i \quad z^2 = 2i \Rightarrow \quad B(1,\ 1),\ C(0,\ 2)$



$\Rightarrow$ 직각이등변삼각형

※ 이와 같이 복소수의 실수부와 허수부를 순서쌍으로 좌표평면에 나타내는 것을 복소평면이라 한다.

16. $f(x) = \left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)^{100}$ 일 때, $f\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right) + f\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)$ 의 값은?

① $1-i$　　② 0　　③ $-1-i$

④ 2　　⑤ $1+i$

해설

$\dfrac{1+i}{1-i} = i$, $\dfrac{1-i}{1+i} = -i$ 이므로

$f\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right) + f\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)$

$= f(i) + f(-i)$

$= \left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)^{100} + \left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{100}$

$= (-i)^{100} + (i)^{100} = 2$

※$i^4 = 1$ 이므로 $i^{4k} = 1$

17. 두 복소수 $\alpha = a - 2i, \beta = 5 + bi$에 대하여 $\alpha - \overline{\beta} = \overline{3+2i}$를 만족하는 실수를 a, b라고 할 때, $a+b$의 값은?

① 2 ② 4 ③ −4 ④ 8 ⑤ −8

해설

$\alpha = a - 2i$

$\overline{\beta} = \overline{5+bi} = 5 - bi$

$\alpha - \overline{\beta} = a - 2i - (5 - bi) = \overline{3+2i}$

$(a-5) + (b-2)i = 3 - 2i$

$$\begin{cases} a - 5 = 3 & \therefore \quad a = 8 \\ b - 2 = -2, & \therefore \quad b = 0 \end{cases}$$

18. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 2a$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = x^2 + 2ax + 2a = (x + a)^2 - a^2 + 2a$

$\therefore m = -a^2 + 2a = -(a - 1)^2 + 1$

따라서 m 의 최댓값은 1 이다.

19. x가 실수일 때 $\dfrac{x^2 - x + 4}{x^2 + x + 1}$의 값이 취할 수 있는 정수의 개수는?

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

$\dfrac{x^2 - x + 4}{x^2 + x + 1} = k$라 두면

$x^2 - x + 4 = k(x^2 + x + 1)$

$(k-1)x^2 + (k+1)x + k - 4 = 0$

x가 실수이므로 실근이다.

따라서, 판별식 $D = (k+1)^2 - 4(k-1)(k-4) \geq 0$

$3k^2 - 22k + 15 \leq 0$

$\therefore \dfrac{11 - 2\sqrt{19}}{3} \leq k \leq \dfrac{11 + 2\sqrt{19}}{3}$

k는 정수이므로 대강의 범위를 구해보면

$0.\times\times \leq k \leq 6.\times\times$에서

$k = 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$ 의 6개이다.

20. x에 대한 이차방정식 $x^2+2x-3=m(x+2)$ 가 $1<x<2$에서 적어도 한 개의 실근을 가질 때, 정수 m의 개수는?

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$$\begin{cases} y=x^2=2x-3 \cdots\cdots ㉠ \\ y=m(x+2) \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

이라 하면 직선 ㉡은 m의 값에 관계없이 항상 점 $(-2,\ 0)$을 지난다.

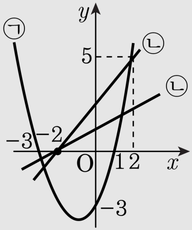
이 때, 교점의 x좌표가 1 과 2사이에 존재해야 하므로

(i) 직선 ㉡이 점 $(1,\ 0)$을 지날 때

$3m=0 \quad \therefore m=0$

(ii) 직선 ㉡이 점 $(2,\ 5)$를 지날 때

$4m=5 \quad \therefore m=\frac{5}{4}$



(i), (ii)에서 $0<m<\frac{5}{4}$

따라서, 정수 m의 값은 1하나뿐이다.