

1. 다음 그림에서 원 O 의 지름을 \overline{AB} , 점 P 는 접점, 점 B 에서 접선 PT
에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

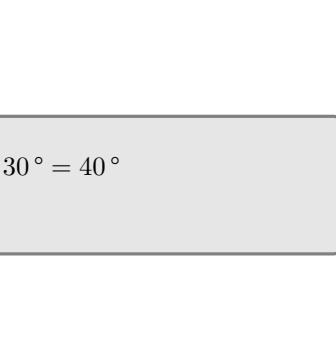


- ① $\angle BAP = \angle PBD$ ② $\overline{AP} = \overline{PD}$
③ $\overline{AB} \cdot \overline{BD} = \overline{BP}^2$ ④ $\triangle APB \cong \triangle BPD$
⑤ $\angle PAB + \angle BPD = 90^\circ$

해설

$$\begin{aligned}\triangle ABP &\sim \triangle PBD \\ \overline{AB} : \overline{BP} &= \overline{BP} : \overline{BD} \\ \therefore \overline{BP}^2 &= \overline{AB} \cdot \overline{BD}\end{aligned}$$

2. 다음 그림에서 \overline{TA} 는 원 O의 접선이다. $\angle CTA = 30^\circ$, $\angle ACB = 70^\circ$ 일 때, $\angle B = ()^\circ$ 에서 ()에 알맞은 수를 구하여라.



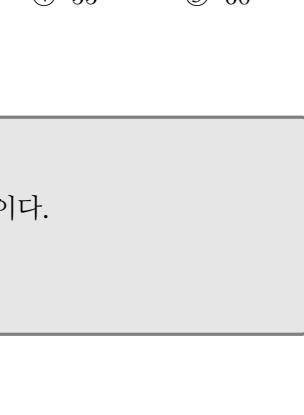
▶ 답:

▷ 정답: 40

해설

$$\begin{aligned}\angle CAT &= \angle ACB - \angle ATC = 70^\circ - 30^\circ = 40^\circ \\ \therefore \angle B &= \angle ABC = \angle CAT = 40^\circ\end{aligned}$$

3. 다음 그림에서 직선 TT' 이 원 O 의 접선이고, 점 P 는 원의 접점일 때, $\angle BPT$ 의 크기는?

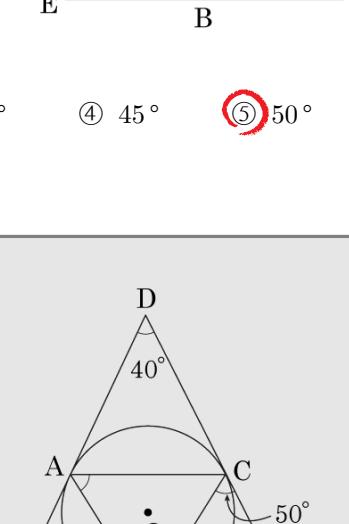


- ① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

점 P 와 점 A 를 이으면
 $\triangle ABP$ 는 각 APB 가 직각인 삼각형이다.
 $\therefore \angle BAP = 45^\circ$
 $\therefore \angle BPT = \angle BAP = 45^\circ$

4. 다음 그림과 같이 $\triangle DEF$ 의 내접원과 $\triangle ABC$ 의 외접원이 같을 때,
 $\angle BAC$ 의 크기는?



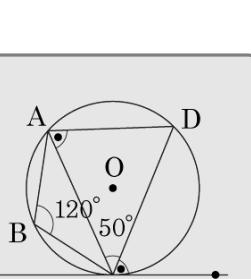
- ① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

$\overline{FB} = \overline{FC}$ 이므로 $\angle FCB = 50^\circ$ 이며 $\angle FCB = \angle BAC$ 이므로 $\angle BAC = 50^\circ$



5. 다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 가 원 O 에 내접 한다. \overline{CT} 가 원 O 의 접선일 때, $\angle DCT$ 의 크기는?



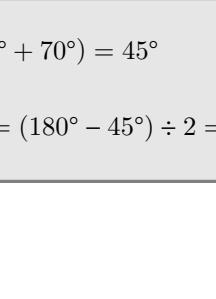
- ① 40° ② 50° ③ 60° ④ 70° ⑤ 80°

해설

내접사각형 $ABCD$ 에서
 $\angle ADC = 60^\circ$ 이므로 $\angle CAD = 70^\circ$
 $\therefore \angle DCT = \angle CAD = 70^\circ$



6. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내접원이 $\triangle DEF$ 의 외접원이다.
 $\angle A = 65^\circ$, $\angle C = 70^\circ$ 일 때, $\angle DEF$ 의 크기는?



- ① 65° ② 65.5° ③ 66° ④ 67.5° ⑤ 68.5°

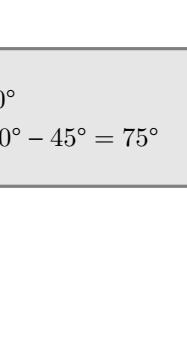
해설

$$\angle FBD = 180^\circ - (65^\circ + 70^\circ) = 45^\circ$$

$\overline{BF} = \overline{BD}$ 이므로

$$\therefore \angle DEF = \angle BDF = (180^\circ - 45^\circ) \div 2 = 67.5^\circ$$

7. 다음 그림에서 직선 AT 가 원 O 의 접선일 때, $\angle ABD$ 의 크기는?

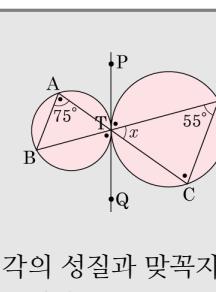


- ① 60° ② 65° ③ 70° ④ 75° ⑤ 80°

해설

$$\angle BAT = \angle ACB = 60^\circ$$
$$\therefore \angle ABD = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ$$

8. 다음 그림에서 두 원이 점 T에서 서로 접하고 $\angle BAT = 75^\circ$, $\angle CDT = 55^\circ$ 일 때, $\angle CTD$ 의 크기는?



- ① 45° ② 50° ③ 55° ④ 65° ⑤ 75°

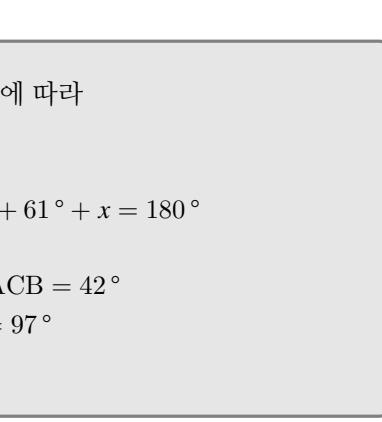
해설



접선과 현이 이루는 각의 성질과 맞꼭지각의 성질에 따라
 $\angle DCT = 75^\circ$, $\triangle DCT$ 에서 $\therefore x = 180^\circ - 75^\circ - 55^\circ = 50^\circ$

9. 다음 그림에서 직선 l 이 원 O 의 접선일 때, $\angle y - \angle x$ 의 값은?

- ① 40°
 ② 45°
 ③ 50°
 ④ 55°
 ⑤ 60°



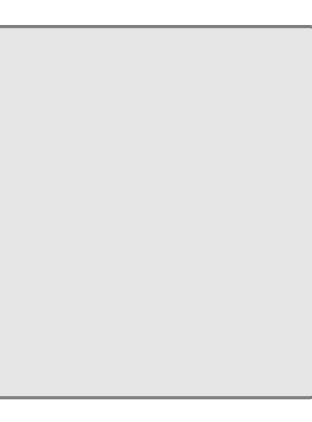
해설

접선과 현이 이루는 각의 성질에 따라
 $\angle BAC = \angle CBT = 41^\circ$
 내접사각형의 성질에 따라
 $\angle BAD + \angle BCD = 36^\circ + 41^\circ + 61^\circ + x = 180^\circ$
 $\therefore \angle x = 42^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 41^\circ$, $\angle ACB = 42^\circ$
 $\therefore \angle y = 180^\circ - (41^\circ + 42^\circ) = 97^\circ$
 $\therefore \angle y - \angle x = 97^\circ - 42^\circ = 55^\circ$

10. 다음 그림에서 직선 TT' 이 원 O 의 접선일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?

- ① 50° ② 60° ③ 70°

- ④ 80° ⑤ 90°



해설

$$\angle x = 30^\circ$$

$$\angle ACP = 30^\circ (\because \overleftrightarrow{TT'} \parallel \overline{AC})$$

$\triangle ACP$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle APC = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$$

$\square ABCP$ 는 내접사각형이므로

$$\angle APC + \angle ABC = 180^\circ$$

$$\angle y = 180^\circ - \angle APC = 60^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 90^\circ$$

11. 다음 그림에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

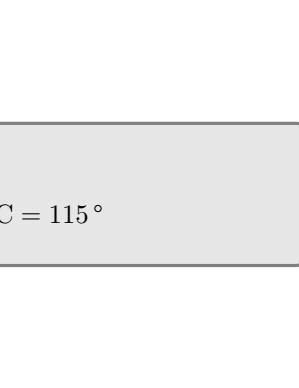
① $\angle OAP = \angle OCP = 90^\circ$

② $\angle ACP = 65^\circ$

③ $\angle P = 50^\circ$

④ $\triangle ACP$ 는 이등변삼각형이다.

⑤ $\angle ADC$ 의 크기는 120° 이다.



해설

□ABCD는 내접사각형이므로

$$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ \quad \therefore \angle ADC = 115^\circ$$

12. 다음 그림에서 점 O는 원의 중심, 직선 AC는 원의 접선이다. $\angle BAC = 120^\circ$ 일 때, $\overline{CD} : \overline{DB}$ 를 간단한 비로 바르게 나타낸 것은?

① 3 : 2 ② 1 : 2 ③ 4 : 5

④ 6 : 4 ⑤ 3 : 8



해설

$$\angle BAD = 90^\circ \text{ 이므로 } \angle DAC = 30^\circ$$

$$\therefore \angle ABD = 30^\circ, \angle ADB = 60^\circ$$

$$\angle ADB = \angle DAC + \angle ACD \text{ 에서}$$

$$60^\circ = 30^\circ + \angle ACD$$

$$\therefore \angle ACD = 30^\circ, \overline{DC} = \overline{DA}$$

$$\therefore \overline{CD} : \overline{DB} = \overline{DA} : \overline{DB} = 1 : 2$$

13. 다음과 같이 원 O의 접선 \overline{PT} 와 \overline{AT} 가 같을 때, $4\angle x$ 의 크기는?



- ① 30° ② 60° ③ 90° ④ 120° ⑤ 150°

해설

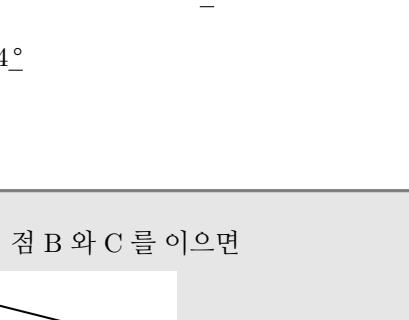
$$2\angle x + \angle x = 90^\circ$$

$$3\angle x = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 30^\circ$$

$$\therefore 4\angle x = 120^\circ$$

14. 다음 그림에서 직선 CP 는 원 O 의 접선이다. $\angle CAP = 38^\circ$ 일 때,
 $\angle BPC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답:

${}^\circ$

▷ 정답: 14°

해설

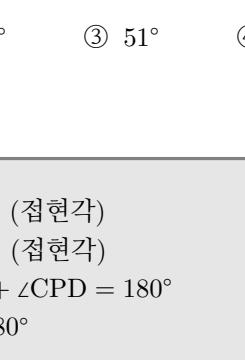
그림과 같이 점 B 와 C 를 이으면



$\angle ABC = 52^\circ$, $\angle PCB = 52^\circ$, $\angle PCB = \angle CAB = 38^\circ$

$\triangle CBP$ 에서 $\angle BPC = 52^\circ - 38^\circ = 14^\circ$

15. 다음 그림에서 $\angle BAP = 60^\circ$, $\angle CDP = 65^\circ$ 이고 직선 EF 는 두 원의 공통접선이다. $\angle DPC$ 의 크기는? (단, P 는 공통접점이다.)

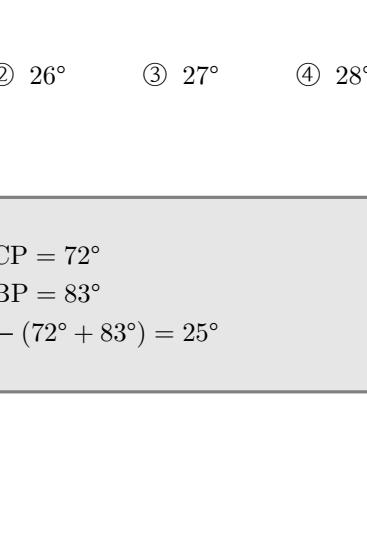


- ① 55° ② 53° ③ 51° ④ 49° ⑤ 47°

해설

$$\begin{aligned}\angle A &= \angle BPF = 60^\circ \text{ (접현각)} \\ \angle D &= \angle CPF = 65^\circ \text{ (접현각)} \\ \therefore \angle BPF + \angle CPF + \angle CPD &= 180^\circ \\ 60^\circ + 65^\circ + x &= 180^\circ \\ \therefore x &= 55^\circ\end{aligned}$$

16. 직선 ST 가 두 원 O 와 O' 의 접선이고 접점 P 를 지나는 두 직선이 원과 점 A, B, C, D 에서 만날 때, $\angle x$ 의 크기로 옳은 것은?

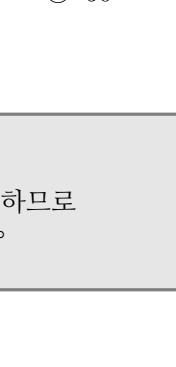


- ① 25° ② 26° ③ 27° ④ 28° ⑤ 29°

해설

$$\begin{aligned}\angle APS &= \angle ACP = 72^\circ \\ \angle SPD &= \angle DBP = 83^\circ \\ \therefore \angle x &= 180^\circ - (72^\circ + 83^\circ) = 25^\circ\end{aligned}$$

17. 다음 그림에서 직선 PT 는 두 원에 공통으로 접하는 직선이고
 $\angle BTP = 60^\circ$, $\square ABCD$ 는 원에 내접하는 사각형일 때, $\angle ABT$ 의 크기는?

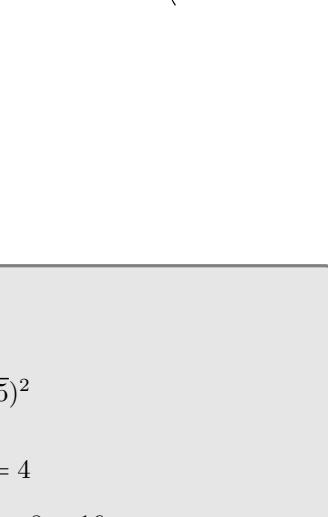


- ① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

$\angle CDT = 60^\circ$
 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로
 $\angle ABT = \angle CDT = 60^\circ$

18. 다음 그림에서 점 P는 반지름이 5인 원 O의 접점이고, $\overline{BC} \perp \overline{PC}$, $\overline{BP} = 4\sqrt{5}$ 일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이를 구하여라.



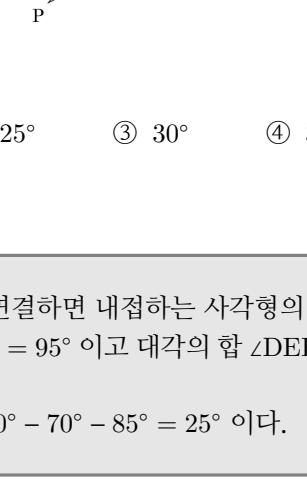
▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$$\begin{aligned}\triangle APB &\sim \triangle PCB \\ \overline{AB} : \overline{BP} &= \overline{BP} : \overline{BC} \\ \overline{AB} \times \overline{BC} &= \overline{BP}^2, 10 \times \overline{BC} = (4\sqrt{5})^2 \\ \therefore \overline{BC} &= 8 \\ \overline{PC} &= \sqrt{\overline{BP}^2 - \overline{BC}^2} = \sqrt{80 - 64} = 4 \\ \therefore \triangle PBC &= \frac{1}{2} \times \overline{PC} \times \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16\end{aligned}$$

19. 다음 그림에서 두 원은 두 점 C, D 에서 만나고, $\angle EFC = 70^\circ$, $\angle BAD = 95^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 20° ② 25° ③ 30° ④ 35° ⑤ 40°

해설

보조선 CD 를 연결하면 내접하는 사각형의 성질에 의해
 $\angle DAB = \angle DCF = 95^\circ$ 이고 대각의 합 $\angle DEF = 180^\circ - \angle DCF = 85^\circ$ 이다.

따라서 $\angle x = 180^\circ - 70^\circ - 85^\circ = 25^\circ$ 이다.

20. 다음 그림에서 \overrightarrow{PA} 는 원의 접선이고, $\angle BAD = \angle CAD$ 이다. $\angle APB = 20^\circ$, $\angle ACB = 50^\circ$ 일 때, $\angle ADP$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°

▷ 정답 : 80 °

해설

$$\angle PAB = \angle ACB = 50^\circ$$

$\triangle APB$ 에서

$$\angle ABC = \angle APB + \angle PAB = 20^\circ + 50^\circ = 70^\circ$$

$\triangle ABC$ 에서

$$\angle BAC = 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB)$$

$$= 180^\circ - (70^\circ + 50^\circ) = 60^\circ$$

$$\angle DAC = \frac{1}{2} \angle BAC = 30^\circ$$

$$\therefore \angle ADP = \angle DAC + \angle ACB = 30^\circ + 50^\circ = 80^\circ$$