

1. 이차방정식 $(x-1)(x+3) = 7$ 의 해는?

① $\frac{-2 \pm \sqrt{11}}{2}$

② $\frac{-1 \pm \sqrt{11}}{2}$

③ $-2 \pm \sqrt{11}$

④ $-1 \pm \sqrt{11}$

⑤ $1 \pm \sqrt{11}$

해설

$$(x-1)(x+3) = 7, \quad x^2 + 2x - 3 - 7 = 0,$$

$$x^2 + 2x - 10 = 0$$

$$\text{근의 공식에 의해 } x = -1 \pm \sqrt{1^2 + 10} = -1 \pm \sqrt{11}$$

2. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 6x + 2k - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $k < -2$

② $-1 < k < 0$

③ $-1 < k < 4$

④ $k < 5$

⑤ $0 < k < 5$

해설

$x^2 - 6x + 2k - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = 9 - 2k + 1 > 0 \quad \therefore 2k < 10 \quad \therefore k < 5$$

3. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하고 판별식을 D 라고 할 때 $|\alpha - \beta|$ 는 다음 중 어느 것과 같은가 ?

① $\frac{\sqrt{D}}{a}$

② $\frac{-\sqrt{D}}{a}$

③ $\frac{\sqrt{D}}{|a|}$

④ $-\frac{\sqrt{D}}{|a|}$

⑤ $-\frac{D}{|a|}$

해설

근의 공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$$\text{즉 } \alpha = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \beta = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \quad (\text{단, } D = b^2 - 4ac)$$

$$\begin{aligned} \therefore |\alpha - \beta| &= \left| \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \right| \\ &= \left| \frac{-b + \sqrt{D} + b + \sqrt{D}}{2a} \right| \\ &= \left| \frac{2\sqrt{D}}{2a} \right| = \frac{\sqrt{D}}{|a|} \end{aligned}$$

4. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 1$$

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) \\ &= 27 - 9 = 18\end{aligned}$$

5. 이차방정식 $x^2 - 2x + a + 1 = 0$ 의 두 근이 서로 다른 부호의 실근을 가질 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < -1$

해설

$$(\text{두 근의 곱}) = a + 1 < 0 \quad \therefore a < -1$$

6. 이차함수 $y = ax^2 + bx - 3$ 이 $x = 2$ 에서 최댓값 5 를 가질 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

이차함수 $y = ax^2 + bx - 3$ 이

$x = 2$ 에서 최댓값 5 를 가지므로

$$y = a(x - 2)^2 + 5 = ax^2 - 4ax + 4a + 5$$

위의 식이 $y = ax^2 + bx - 3$ 과 일치하므로

$$-4a = b, 4a + 5 = -3$$

$$\therefore a = -2, b = 8$$

$$\therefore a + b = 6$$

7. 이차함수 $y = -x^2 + 10x - 13$ 의 최댓값을 m , 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$ 의 최솟값을 n 이라고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = -x^2 + 10x - 13 = -(x - 5)^2 + 12$$

최댓값 $m = 12$

$$y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1 = \frac{1}{2}(x + 1)^2 + \frac{1}{2}$$

$$\text{최솟값 } n = \frac{1}{2}$$

$$\therefore mn = 12 \times \frac{1}{2} = 6$$

8. $-2 \leq x \leq 1$ 에서 이차함수 $f(x) = x^2 + 2x$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

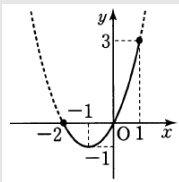
$f(x) = x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1$, $-2 \leq x \leq 1$ 에서
 $y = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같다.

즉, $f(-2) = 0$, $f(-1) = -1$, $f(1) = 3$

따라서, $x = 1$ 일 때 최댓값 3,

$x = -1$ 일 때 최솟값 -1 을 가지므로

구하는 합은 $3 - 1 = 2$



9. x 에 대한 일차방정식 $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$$

모든 x 에 대해 성립하려면

$$a^2 - 4a + 3 = 0, \quad a - 1 = 0$$

공통근 : $a = 1$

10. 방정식 $|x - 1| = 2$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -1

해설

i) $x \geq 1$ 일 때

$|x - 1| = x - 1$ 이므로, $x - 1 = 2$

$\therefore x = 3$

ii) $x < 1$ 일 때

$|x - 1| = -x + 1$ 이므로, $-x + 1 = 2$

$\therefore x = -1$

따라서 (i), (ii)에서 $x = 3$ 또는 $x = -1$

11. $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = -\sqrt{2}$

② $x = \sqrt{2}$

③ $x = 0$

④ $x = 4 - \sqrt{2}i$

⑤ $x = 6$

해설

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2})^2 = 0$$

$$\therefore x = \sqrt{2}$$

12. x 에 대한 이차방정식 $kx^2 + (2k+1)x + 6 = 0$ 의 해가 2, α 일 때, $k + \alpha$ 의 값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

해가 2, α 라면 방정식에 2를 대입하면 0이 된다.

$$k \cdot 2^2 + (2k+1)2 + 6 = 0$$

$$4k + 4k + 8 = 0 \text{에서 } k = -1$$

$k = -1$ 을 방정식에 대입하고 α 를 구한다.

$$-x^2 - x + 6 = 0, x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0, x = 2, -3$$

$$\therefore k = -1, \alpha = -3$$

$$\therefore k + \alpha = -4$$

13. 이차방정식 $x^2 + (k - 4)x + k - 1 = 0$ 이 중근을 가지도록 상수 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

판별식을 D 라 하면,

$D = 0$ 일 때 중근을 가지므로

$$D = (k - 4)^2 - 4(k - 1) = k^2 - 12k + 20 = 0 \text{ 에서}$$

$$(k - 2)(k - 10) = 0$$

따라서, $k = 2$, $k = 10$ 이므로 k 의 값은 12이다.

14. 이차방정식 $x^2 + 2(k - a)x + k^2 + a^2 + b - 2 = 0$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 중근을 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{D}{4} = (k - a)^2 - (k^2 + a^2 + b - 2) = 0$$

$$\therefore -2ka - b + 2 = 0$$

이 식은 k 의 값에 관계없이 항상 성립하므로
 k 에 대한 항등식이다.

$$a = 0, b = 2$$

$$\therefore a + b = 2$$

15. 이차방정식 $x^2 + 2x + 3 = 0$ 의 해를 구하기 위해 완전제곱식으로 고쳐 $(x+a)^2 = b$ 를 얻었다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2 + 2x + 3 = 0$ 를 완전제곱식으로 고치면

$$(x^2 + 2x + 1) + 2 = 0, \quad (x+1)^2 = -2$$

$$\therefore a = 1, \quad b = -2$$

$$\therefore a - b = 3$$

16. $x^2 - px + q = 0$ 의 두 근이 α, β 이다. $\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = 2$ 일 때 $p^2 + q^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

두 근의 합이 3이므로 $p = 3$,
두 근의 곱이 2이므로 $q = 2$ 이다.
따라서 $p^2 + q^2 = 9 + 4 = 13$

17. 이차식 $2x^2 - 4x + 3$ 을 복소수 범위에서 인수분해하면?

① $(x - 3)(2x + 1)$

② $2 \left(x - 1 - \frac{\sqrt{2}i}{2} \right) \left(x - 1 + \frac{\sqrt{2}i}{2} \right)$

③ $(x + 3)(2x - 1)$

④ $2 \left(x + 1 - \frac{\sqrt{2}i}{2} \right) \left(x - 1 + \frac{\sqrt{2}i}{2} \right)$

⑤ $2 \left(x - 1 - \frac{\sqrt{2}i}{2} \right) \left(x + 1 + \frac{\sqrt{2}i}{2} \right)$

해설

$$a = 2, b' = -2, c = 3$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 6}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{2}i}{2} = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$$

$$\therefore 2 \left(x - 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}i \right) \left(x - 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}i \right)$$

18. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 - i$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 실수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 0

해설

다른 한 근은 복소수의 켤레근인 $1 + i$ 이므로

두 근의 합: $(1 + i) + (1 - i) = -a \quad \therefore a = -2$

두 근의 곱: $(1 + i)(1 - i) = b \quad \therefore b = 2$

$\therefore a + b = -2 + 2 = 0$

19. 이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표가 6, b 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와
 x 축과의 교점의 x 좌표는

이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 실근이다.

$x^2 - 8x + a = 0$ 에 $x = 6$ 을 대입하면

$36 - 48 + a = 0$ 에서 $a = 12$

따라서 $x^2 - 8x + 12 = 0$ 에서 $(x - 2)(x - 6) = 0$

$x = 2$ 또는 $x = 6$

$\therefore b = 2 \therefore a + b = 14$

20. 이차함수 $y = x^2 + (k - 3)x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않을 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $-1 < k < 7$

② $-1 < k < 8$

③ $0 < k < 9$

④ $1 < k < 9$

⑤ $1 < k < 10$

해설

주어진 이차함수의 그래프가

x 축과 만나지 않으려면

이차방정식 $x^2 + (k - 3)x + k = 0$ 이

실근을 갖지 않아야 하므로

$$D = (k - 3)^2 - 4k < 0$$

$$k^2 - 10k + 9 < 0, (k - 1)(k - 9) < 0$$

$$\therefore 1 < k < 9$$

21. 직선 $y = 3x + 2$ 와 포물선 $y = x^2 + mx + 3$ 이 두 점에서 만나기 위한 실수 m 의 범위를 구하면?

① $m < -1, m > 3$

② $m < 1, m > 5$

③ $-1 < m < 3$

④ $-1 < m < 5$

⑤ $1 < m < 5$

해설

$y = 3x + 2, y = x^2 + mx + 3$ 에서 y 를 소거하면

$$x^2 + (m - 3)x + 1 = 0, D = (m - 3)^2 - 4 > 0$$

$$m^2 - 6m + 5 > 0, (m - 1)(m - 5) > 0$$

$$\therefore m < 1, m > 5$$

22. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

① 2

② 5

③ 8

④ 10

⑤ 13

해설

$$x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6 = 0 \text{에서}$$

$$\frac{D}{4} = a^2 - (-2b^2 - 4a + 4b - 6) = 0$$

$$\therefore (a + 2)^2 + 2(b - 1)^2 = 0$$

이 때, a, b 가 실수이므로 $a + 2 = 0, b - 1 = 0$

따라서 $a = -2, b = 1$ 이므로

$$a^2 + b^2 = 5$$

23. x 의 범위가 $1 \leq x \leq 2$ 일 때, 함수 $y = x^2 - x - 1$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$$y = x^2 - x - 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} \text{ 이므로}$$

꼭짓점의 x 좌표 $\frac{1}{2}$ 이 x 의 범위에 포함되지 않는다.

$x = 1$ 일 때, $y = -1$ (최솟값),

$x = 2$ 일 때, $y = 1$ (최댓값)

따라서 최댓값과 최솟값의 곱은 -1 이다.

24. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11

② 21

③ 25

④ 81

⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18 - x)$ 이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

25. 다음 중에서 성립하지 않는 것은?

① $a^2 \geq 0$

② $a^2 + b^2 \geq 0$

③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$

④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$

⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$

해설

① $a^2 \geq 0$ (항상 성립)

② $a^2 + b^2 \geq 0$ (항상 성립)

③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ (항상 성립)

④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$ (항상 성립)

⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$

(반례: $a > 0, b < 0$ 이면 $a > b$ 이지만 $ab < 0$ 이다.)

26. $-1 < x < 3$ 일 때, $A = 2x - 3$ 의 범위는?

① $1 < A < 3$

② $-1 < A < 3$

③ $-3 < A < 5$

④ $-5 < A < 3$

⑤ $3 < A < 5$

해설

$-1 < x < 3$ 에서 양변에 2를 곱하고 3을 빼면

$$-2 - 3 < 2x - 3 < 6 - 3$$

$$\therefore -5 < 2x - 3 < 3$$

27. 다음 부등식의 해가 없을 때, 상수 m 의 값의 합은?

$$m^2x - 1 > m(x - 1)$$

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$m^2x - 1 > m(x - 1)$ 에서

$$m^2x - 1 > mx - m$$

$$\therefore (m^2 - m)x > 1 - m \cdots \textcircled{㉠}$$

㉠의 해가 없어야 하므로

$$m^2 - m = 0, 1 - m \geq 0$$

$$m^2 - m = 0 \text{에서 } m(m - 1) = 0$$

$$\therefore m = 0 \text{ 또는 } 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$1 - m \geq 0 \text{에서 } m \leq 1 \cdots \textcircled{㉢}$$

따라서 ㉡, ㉢에서 $m = 0$ 또는 $m = 1$

28. x 에 대한 부등식 $(a+b)x + a - 2b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 일 때, x 에 대한 부등식 $(b-3a)x + a + 2b > 0$ 의 해는?

① $x < -10$

② $x < -5$

③ $x > -5$

④ $x < 5$

⑤ $x > 5$

해설

$$(a+b)x + a - 2b > 0 \text{에서 } (a+b)x > -a + 2b \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\textcircled{㉠} \text{의 해가 } x < 1 \text{ 이려면 } a + b < 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \text{이 양변을 } a+b \text{로 나누면 } x < \frac{-a+2b}{a+b} \text{ 이므로}$$

$$\frac{-a+2b}{a+b} = 1, \quad -a+2b = a+b$$

$$\therefore 2a = b \cdots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉢} \text{을 } \textcircled{㉡} \text{에 대입하면 } a + 2a = 3a < 0 \therefore a < 0$$

$$\textcircled{㉢} \text{을 부등식 } (b-3a)x + a + 2b > 0 \text{에 대입하면}$$

$$(2a-3a)x + a + 4a > 0, \quad -ax > -5a \therefore x > 5$$

29. $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수를 나타낸다. $0 \leq x < 2$ 일 때, $4[x]x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 해를 α 라 하면 2α 의 값은?

① $\sqrt{2} - 1$

② $\sqrt{2} + 1$

③ $\sqrt{3} + 2$

④ $\sqrt{3} - 1$

⑤ $\sqrt{3} - 2$

해설

(i) $0 \leq x < 1$ 일 때, $[x] = 0$ 이므로
 $-4x - 1 = 0$

$\therefore x = -\frac{1}{4}$ (부적합)

(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때, $[x] = 1$ 이므로
 $4x^2 - 4x - 1 = 0$

$\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$

$1 \leq x < 2$ 이므로 $x = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}$

$\therefore 2\alpha = \sqrt{2} + 1$

30. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta = 6$ 이 성립한다.
이 때, 방정식 $f(5x - 7) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = a(x - \alpha)(x - \beta) = 0, \quad (a \neq 0) \text{에서}$$

$$f(5x - 7) = a(5x - 7 - \alpha)(5x - 7 - \beta) = 0$$

$$\therefore 5x = 7 + \alpha, \quad 5x = 7 + \beta$$

$$x = \frac{7 + \alpha}{5}, \quad \frac{7 + \beta}{5}$$

따라서, 구하는 두 근의 합은

$$\frac{14 + \alpha + \beta}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

31. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 을 풀 때, a 를 잘못 보아 두 근 $\frac{1}{2}$, 4를 얻었고, b 를 잘못 보아 -2, 5를 얻었다. 이 때, 옳은 두 근은?

① $x = -1$ 또는 $x = -2$

② $x = -1$ 또는 $x = 2$

③ $x = 0$ 또는 $x = 2$

④ $x = 1$ 또는 $x = 2$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = 3$

해설

이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 에서

(i) 처음에는 x 의 계수 a 를 잘못 보고,

상수항 b 를 바르게 보았으므로, 두 근 $\frac{1}{2}$, 4의 곱은 옳다.

따라서 $b = 2$

(ii) 두 번째는 상수항 b 를 잘못 보고, x 의 계수 a 를 바르게 보았으므로

두 근 -2, 5의 합은 옳다.

따라서 $a = 3$,

$\therefore$ 주어진 이차방정식은

$$x^2 - 3x + 2 = 0, (x-1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$

32. 두 이차함수 $y = x^2 - ax + b$ 와 $y = x^2 - bx + a$ 의 그래프의 교점이 x 축 위에 있도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a \neq b$)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

교점의 x 좌표를 p 라 하면

$$p^2 - ap + b = p^2 - bp + a$$

$$(a - b)p + a - b = 0$$

$$(a - b)(p + 1) = 0$$

$$a \neq b \text{ 이므로 } p = -1$$

그런데 교점이 x 축 위에 있으므로

교점의 y 좌표는 0 이다.

$$\therefore 1 + a + b = 0$$

$$\therefore a + b = -1$$

33. 이차함수 $y = -2x^2 - 4ax + 8a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$y = -2x^2 - 4ax + 8a = -2(x + a)^2 + 2a^2 + 8a$$

$$\therefore M = 2a^2 + 8a = 2(a + 2)^2 - 8$$

따라서 M 의 최솟값은 -8 이다.

34. 두 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 + 4x + y - 2 = 0$ 을 만족시킬 때, y 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + 4x + (y^2 + y - 2) = 0$ 에서 x 가 실수이므로

$$\frac{D}{4} = 4 - y^2 - y + 2 \geq 0$$

$$(y + 3)(y - 2) \leq 0$$

$$\therefore -3 \leq y \leq 2$$

따라서 y 의 최댓값은 2, 최솟값은 -3 이다.

35. 가로 길이가 5cm, 세로 길이가 9cm 인 직사각형의 가로 길이를 x cm 만큼 늘이고, 세로 길이를 x cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었다. 새로운 직사각형의 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 2.5

④ 3

⑤ 3.5

해설

새로운 사각형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= (5+x)(9-x) \\ &= -x^2 + 4x + 45 \\ &= -(x-2)^2 + 49 \end{aligned}$$

따라서 $x=2$ 일 때 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값 49cm^2 를 가진다.

36. 둘레의 길이가 16cm 인 철사를 구부려서 부채꼴모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

① 16

② 20

③ 36

④ 55

⑤ 64

해설

부채꼴의 반지름을 a , 넓이를 b 라 하면

$$\begin{aligned} b &= \frac{1}{2} \times a \times (16 - 2a) = a(8 - a) \\ &= -a^2 + 8a \\ &= -(a^2 - 8a + 16 - 16) \\ &= -(a - 4)^2 + 16 \end{aligned}$$

이 그래프가 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

꼭짓점은 $(4, 16)$ 이므로 반지름 $a = 4$ 일 때, 부채꼴의 넓이 $b = 16$ 으로 최대가 된다.

따라서 $ab = 64$ 이다.

37. 너비가 40 cm 인 철판의 양쪽을 접어 단면이 직사각형인 물받이를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 최대가 될 때, 높이를 구하면?

① 10

② 8

③ 6

④ 4

⑤ 2

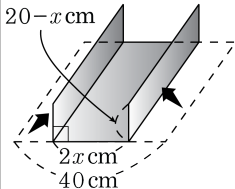
해설

직사각형의 가로를 $2x$ 라 하면 세로는 $20 - x$ 이다.

단면의 넓이는

$$2x(20-x) = -2x^2 + 40x = -2(x^2 - 20x + 200) + 100 = -2(x-10)^2 + 200$$

$\therefore x = 10$ 일 때 넓이가 최대이다.



38. 둘레의 길이가 40 cm 인 부채꼴의 넓이가 최대가 될 때, 반지름의 길이 및 최대 넓이 S 를 구하여라.

▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 100 cm²

해설

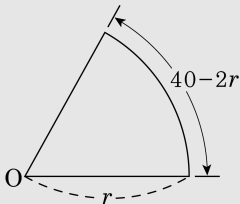
부채꼴의 반지름의 길이를 r cm 라 하면

$$S = \frac{1}{2} \times r \times (40 - 2r) = r(20 - r)$$

$$= -r^2 + 20r = -(r - 10)^2 + 100$$

한편 $r > 0$ 이고 $40 - 2r > 0$ 이므로 $0 < r < 20$

따라서 $y = 10$ 일 때 최대 넓이는 100m^2 이다.



39. 지면으로부터 초속 20m 로 위로 던진 공의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 20x$ 인 관계가 성립한다. 이 공이 가장 높이 올라갔을 때의 지면으로부터의 높이를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : 20 m

해설

$y = -5x^2 + 20x$ 에서 $y = -5(x - 2)^2 + 20$ 이다.
따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 20m 이다.

40. 지면으로부터 15m 높이에서 초속 40m 로 쏘아 올린 모형 로켓의 x 초 후의 지면으로부터의 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 40x + 15$ 인 관계가 성립한다. 이 로켓이 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 답: m

▷ 정답: 4초

▷ 정답: 95m

해설

$y = -5x^2 + 40x + 15$ 에서 $y = -5(x - 4)^2 + 95$ 이다.
따라서 $x = 4$ 일 때, y 는 최댓값 95 를 갖는다.