

1. 이차방정식 $x^2 - 16x + a = 0$ 의 해가 $x = 8 \pm \sqrt{59}$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x = 8 \pm \sqrt{64 - a}$$

$$\therefore a = 5$$

2. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 2 = 0$ 의 양의 근을 고르면?

① $x = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$

② $x = \frac{3 + \sqrt{15}}{3}$

③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$

④ $x = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$

⑤ $x = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$

해설

근의 공식(작수 공식)으로 풀면

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 3 \times (-2)}}{3} = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$$

$$\therefore 3 < \sqrt{15} \text{ 이므로 양의 해는 } \frac{3 + \sqrt{15}}{3}$$

3. 다음 이차방정식 중 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 12x + 36 = 0$

② $x^2 = 10x - 25$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3)$

④ $(x + 1)(x - 1) = 2x - 2$

⑤ $x^2 = 4x - 4$

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이 되어야 한다.

① $(x + 6)^2 = 0$

② $(x - 5)^2 = 0$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3) \leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0$

④ $x^2 - 1 = 2x - 2 \leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \leftrightarrow (x - 1)^2 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 0$

4. 이차방정식 $x^2 - mx - n = 0$ 이 중근을 가지기 위한 조건은?

① $m^2 - 4n > 0$

② $m^2 + 4n > 0$

③ $m^2 - 4n = 0$

④ $m^2 + 4n = 0$

⑤ $m^2 - 4n < 0$

해설

$$D = m^2 - 4(-n) = 0$$

$$\therefore m^2 + 4n = 0$$

5. $x^2 - 8x + 4 = 2x - 3a^2$ 가 중근을 갖게 하는 a 의 값은?

① -7

② -5

③ 7

④ 5

⑤ $\pm \sqrt{7}$

해설

$x^2 - 10x + (4 + 3a^2) = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = (-10)^2 - 4(4 + 3a^2) = 0$$

$$\therefore a = \pm \sqrt{7}$$

6. 이차방정식 $x^2 + 2mx + 3m = 0$ 이 중근을 가질 때, m 의 값과 근을 구하여라. (단, $m \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 3$

▷ 정답 : $x = -3$

해설

$x^2 + 2mx + 3m = 0$ 이 완전제곱식이 되어야하므로

$$\left(\frac{2m}{2}\right)^2 = 3m, \quad m(m-3) = 0$$

$\therefore m = 0$ 또는 $m = 3$

그런데 $m \neq 0$ 이므로 $m = 3$

주어진 이차방정식은 $(x+3)^2 = 0$ 이므로

$$x = -3$$

7. 지상으로부터 30m 인 지점에서 1 초에 15m 의 빠르기로 던져올린 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 15t + 30$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 3 초 후의 높이를 구하여라.

▶ 답: m

▷ 정답: 30 m

해설

$h = -5t^2 + 15t + 30$ 에서 $t = 3$ 을 대입하면

$$h = -45 + 45 + 30 = 30$$

따라서 발사 후 3초 후의 높이는 30m이다.

8. 길이가 24cm 인 철사로 넓이가 32cm^2 인 직사각형을 만들려고 한다. 가로 길이가 세로 길이보다 길 때, 이 직사각형의 가로의 길이는?

- ① 8 cm ② 7 cm ③ 6 cm ④ 5 cm ⑤ 4 cm

해설

가로의 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면 세로의 길이는 $(12 - x)\text{cm}$

또, (가로의 길이) > (세로의 길이) 이므로 $x > 12 - x$, 즉 $x > 6$ 이다.

$$x(12 - x) = 32$$

$$(x - 4)(x - 8) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = 8$$

$\therefore x > 6$ 이므로 $x = 8$ 이다.

따라서 가로의 길이는 8cm 이다.

9. 반지름이 r 인 원이 있는데, 이 원의 반지름을 3 만큼 늘였더니 넓이가 36π 가 되었다.

처음 원의 반지름 r 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\pi(r+3)^2 = 36\pi$$

$$r^2 + 6r - 27 = 0$$

$$(r-3)(r+9) = 0$$

$$\therefore r = 3 \quad (\because r > 0)$$

10. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \text{①} = -\frac{c}{a} + \text{①}$$

$$(x + \text{②})^2 = \text{③}$$

$$x = \text{④} \pm \text{⑤}$$

$$\text{①} \quad \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\text{④} \quad -\frac{b}{2a}$$

$$\text{②} \quad \frac{b}{2a}$$

$$\text{⑤} \quad \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{③} \quad \frac{b^2 - 4ac}{2a}$$

해설

$ax^2 + bx + c = 0 \leftarrow$ 양변을 a 로 나눈다.

$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \leftarrow$ 양변에 $\left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2}$ 을 더한다.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$\therefore$ ③이 잘못되었다.

11. 이차방정식 $3x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 근을 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 라고 할 때, $A + B$ 의 값은?

① 2

② 5

③ 9

④ 24

⑤ 32

해설

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 12}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{7}}{3}$$

$$A = -2, B = 7$$

$$\therefore A + B = 5$$

12. 이차방정식 $\frac{(x-2)(x+1)}{2} = \frac{x(x+1)}{3}$ 의 두 근 중 작은 근을 α 라고 할 때, α^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

양변에 6을 곱하여 정리하면

$$3(x-2)(x+1) = 2x(x+1)$$

$$3(x^2 - x - 2) = 2x^2 + 2x$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(x-6)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = 6 \text{ 또는 } x = -1$$

$$\alpha = -1 \text{ 이므로 } \alpha^2 = 1$$

13. $(a+b)^2 - 20(a+b) + 96 = 0$ 을 만족하는 두 수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값이 될 수 있는 수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$a+b=t$ 로 놓으면

$$t^2 - 20t + 96 = 0$$

$$(t-8)(t-12) = 0$$

$$t=8 \text{ 또는 } t=12$$

$$\therefore 8+12=20$$

14. 다음 이차방정식의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? (단, $\alpha > \beta$)

$$(x-3)^2 - 4(x-3) = 5$$

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$x-3=t \text{로 치환하면 } t^2 - 4t - 5 = 0$$

$$(t+1)(t-5) = 0$$

$$t = 5 \text{ 또는 } t = -1$$

$$\therefore x = 8 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore \alpha - \beta = 8 - 2 = 6$$

15. 이차방정식 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 의 근의 개수를 a 개, $\frac{1}{4}x^2 - 2x + 4 = 0$ 의 근의 개수를 b 개라 할 때, a, b 를 근으로 하는 $x^2 + px + q = 0$ 의 근의 개수를 구하면?

① 2 개

② 1 개

③ 0 개

④ 무수히 많다.

⑤ 근의 개수를 구할 수 없다.

해설

$x^2 - 4x - 12 = 0$ 에서 $(-4)^2 + 4 \times 12 > 0$ 이므로 $a = 2$ 이다.

$\frac{1}{4}x^2 - 2x + 4 = 0$ 에서 $(-2)^2 - 4 \times \frac{1}{4} \times 4 = 0$ 이므로 $b = 1$ 이다.

2, 1 을 근으로 하는 방정식을 구하면 $(x - 2)(x - 1) = 0$, $x^2 - 3x + 2 = 0$ 이고 근의 개수는 $(-3)^2 - 4 \times 2 \times 1 > 0$ 이므로 2 개다.

16. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는 어느 것인가?

① $x^2 + 3x - 2 = 0$

② $3x^2 + 2x + 10 = 0$

③ $3x^2 - 6x + 1 = 0$

④ $x^2 + 2x - 4 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 3$

해설

② $\frac{D}{4} = 1 - 3 \times 10 < 0$: 근이 없다.

나머지는 근이 2개이다.

17. 이차방정식 $x^2 - 2x - k = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(1 - k)x^2 - kx - 6 = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 3

해설

$$D = (-2)^2 - 4 \times (-k) = 4 + 4k = 0$$

$$\therefore k = -1$$

$$2x^2 + x - 6 = 0, (2x - 3)(x + 2) = 0$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ 또는 } x = -2$$

$$\therefore \text{두 근의 합은 } -\frac{1}{2}$$

18. 이차방정식 $2x^2 - (a+1)x + 8 = 0$ 이 중근을 가질 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$D = (a+1)^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0$$

$$a^2 + 2a + 1 - 64 = 0, a^2 + 2a - 63 = 0$$

$$(a-7)(a+9) = 0$$

$$\therefore a = 7 (\because a > 0)$$

19. 이차방정식 $x^2 - 2x + 3 - a = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{D}{4} = 1 - (3 - a) = 0$$

$$\therefore a = 2$$

20. 이차방정식 $mx^2 + (2m + 3)x + m + 7 = 0$ 의 근이 없을 때, 상수 m 의 값의 범위는?

① $m > \frac{9}{16}$

② $m \geq \frac{9}{16}$

③ $m = \frac{9}{16}$

④ $m \leq \frac{9}{16}$

⑤ $m < \frac{9}{16}$

해설

$$D = (2m + 3)^2 - 4m(m + 7) < 0$$

$$4m^2 + 12m + 9 - 4m^2 - 28m = -16m + 9 < 0$$

$$\therefore m > \frac{9}{16}$$

21. 연속하는 두 홀수의 곱이 99 일 때, 이 두 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 11

해설

두 홀수를 $x, x+2$ (x 는 홀수)라 하면

$x \times (x+2) = 99$ 이므로

$$x^2 + 2x - 99 = 0$$

$$(x-9)(x+11) = 0$$

따라서 $x = 9$ (x 는 홀수)이다.

두 홀수는 9, 11 이다.

해설

연속하는 두 홀수를 $2x-1, 2x+1$ (x 는 자연수)라 하면

$(2x+1) \times (2x-1) = 99$ 이므로

$$4x^2 - 100 = 0$$

$$x^2 - 25 = 0$$

$$(x-5)(x+5) = 0$$

따라서 $x = 5$ (x 는 자연수)이다.

두 홀수는 9, 11 이다.

22. 이차방정식 $-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x - 1)(2x + 3)$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? (단, $\alpha < \beta$)

① $\frac{10}{3}$

② $-\frac{8}{3}$

③ -1

④ 3

⑤ $-\frac{13}{8}$

해설

$$-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x - 1)(2x + 3),$$

$$-x + \frac{2}{5}(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x - 1)(2x + 3)$$

양변에 15를 곱하여 정리하면

$$-15x + 6(x^2 + 1) = -5(x - 1)(2x + 3)$$

$$16x^2 - 10x - 9 = 0$$

근의 공식을 이용하여 근을 구하면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{16} = \frac{5 \pm 13}{16}$$

$$\therefore x = \frac{9}{8} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha < \beta \text{ 이므로 } \alpha = -\frac{1}{2}, \beta = \frac{9}{8}$$

$$\therefore \alpha - \beta = -\frac{13}{8}$$

23. 1에서 n 까지의 자연수의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 190이 되려면 1에서 얼마까지 더하면 되는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 190, n(n+1) = 380,$$

$$n^2 + n - 380 = 0,$$

$$(n+20)(n-19) = 0,$$

$$n = -20 \text{ 또는 } n = 19,$$

따라서 n 은 자연수이므로 $n = 19$ 이다.

24. 사랑이는 초콜릿 91 개를 사서 반 친구들에게 똑같이 나누어 주었더니, 한 사람이 가진 초콜릿의 수가 반 친구들의 수보다 6 개가 적었다고 한다. 반 친구들의 수는 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 13명

해설

반 친구들을 x 라고 하면,

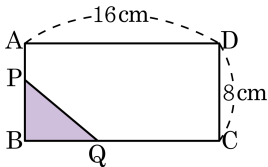
$$x(x - 6) = 91 \text{ 이므로}$$

$$x^2 - 6x - 91 = 0$$

$$(x + 7)(x - 13) = 0$$

따라서 $x = 13$ (x 는 자연수)이다.

25. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 16 cm, 8 cm 인 직사각형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 점 A 에서 B 까지 매초 1 cm 의 속력으로 움직이고, 점 Q 는 $\overline{BC}$ 위를 점 B 에서 점 C 까지 매초 2 cm 의 속력으로 움직인다. 두 점 P, Q 가 각각 점 A, B 를 동시에 출발할 때 몇 초후에 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 15 cm^2 가 되는지 모두 구하여라.



▶ 답 : 초

▶ 답 : 초

▷ 정답 : 3초

▷ 정답 : 5초

해설

x 초 후, $\overline{BP}$, $\overline{BQ}$ 의 길이를 구하면

$$\overline{BP} = 8 - x, \overline{BQ} = 2x$$

$$\triangle PBQ = 2x(8 - x) \times \frac{1}{2} = 15$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$\therefore (x - 3)(x - 5) = 0$$

따라서 $x = 3$ 또는 $x = 5$ 이다.