

1. 이차방정식 $x^2 - 16x + a = 0$ 의 해가 $x = 8 \pm \sqrt{59}$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x = 8 \pm \sqrt{64 - a}$$

$$\therefore a = 5$$

2. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 2 = 0$ 의 양의 근을 고르면?

① $x = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$ ② $x = \frac{3 + \sqrt{15}}{3}$ ③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$
④ $x = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$ ⑤ $x = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$

해설

근의 공식(짜수 공식)으로 풀면

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 3 \times (-2)}}{3} = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$$

$$\therefore 3 < \sqrt{15} \text{ 이므로 양의 해는 } \frac{3 + \sqrt{15}}{3}$$

3. 다음 이차방정식 중 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 12x + 36 = 0$

② $x^2 = 10x - 25$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3)$

④ $(x + 1)(x - 1) = 2x - 2$

⑤ $x^2 = 4x - 4$

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이 되어야 한다.

① $(x + 6)^2 = 0$

② $(x - 5)^2 = 0$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3) \leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0$

④ $x^2 - 1 = 2x - 2 \leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \leftrightarrow (x - 1)^2 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 0$

4. 이차방정식 $x^2 - mx - n = 0$ 이 증근을 가지기 위한 조건은?

① $m^2 - 4n > 0$ ② $m^2 + 4n > 0$ ③ $m^2 - 4n = 0$

④ $m^2 + 4n = 0$ ⑤ $m^2 - 4n < 0$

해설

$$D = m^2 - 4(-n) = 0$$

$$\therefore m^2 + 4n = 0$$

5. $x^2 - 8x + 4 = 2x - 3a^2$ 가 중근을 갖게 하는 a 의 값은?

- ① -7 ② -5 ③ 7 ④ 5 ⑤ $\pm\sqrt{7}$

해설

$$x^2 - 10x + (4 + 3a^2) = 0 \text{ 이 중근을 가지려면}$$

$$D = (-10)^2 - 4(4 + 3a^2) = 0$$

$$\therefore a = \pm\sqrt{7}$$

6. 이차방정식 $x^2 + 2mx + 3m = 0$ 이 중근을 가질 때, m 의 값과 근을 구하여라. (단, $m \neq 0$)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $m = 3$

▷ 정답: $x = -3$

해설

$x^2 + 2mx + 3m = 0$ 이 완전제곱식이 되어야하므로

$$\left(\frac{2m}{2}\right)^2 = 3m, \quad m(m-3) = 0$$

$\therefore m = 0$ 또는 $m = 3$

그런데 $m \neq 0$ 이므로 $m = 3$

주어진 이차방정식은 $(x+3)^2 = 0$ 이므로

$$x = -3$$

8. 길이가 24cm 인 철사로 넓이가 32cm^2 인 직사각형을 만들려고 한다. 가로 길이가 세로 길이보다 길 때, 이 직사각형의 가로 길이는?

- ① 8cm ② 7cm ③ 6cm ④ 5cm ⑤ 4cm

해설

가로 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면 세로 길이는 $(12-x)\text{cm}$
또, (가로 길이) > (세로 길이) 이므로 $x > 12-x$, 즉 $x > 6$ 이다.

$$x(12-x) = 32$$

$$(x-4)(x-8) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = 8$$

$\therefore x > 6$ 이므로 $x = 8$ 이다.

따라서 가로 길이는 8cm이다.

9. 반지름이 r 인 원이 있는데, 이 원의 반지름을 3 만큼 늘였더니 넓이가 36π 가 되었다.

처음 원의 반지름 r 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}\pi(r+3)^2 &= 36\pi \\ r^2 + 6r - 27 &= 0 \\ (r-3)(r+9) &= 0 \\ \therefore r &= 3 \quad (\because r > 0)\end{aligned}$$

10. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \text{①} &= -\frac{c}{a} + \text{①} \\
 (x + \text{②})^2 &= \text{③} \\
 x &= \text{④} \pm \text{⑤}
 \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$
 ④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\
 \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\
 x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 \therefore \text{③이 잘못되었다.}
 \end{aligned}$$

11. 이차방정식 $3x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 근을 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 라고 할 때, $A + B$ 의 값은?

- ① 2 ② 5 ③ 9 ④ 24 ⑤ 32

해설

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 12}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{7}}{3}$$

$$A = -2, B = 7$$

$$\therefore A + B = 5$$

12. 이차방정식 $\frac{(x-2)(x+1)}{2} = \frac{x(x+1)}{3}$ 의 두 근 중 작은 근을 α 라고 할 때, α^2 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

양변에 6을 곱하여 정리하면

$$3(x-2)(x+1) = 2x(x+1)$$

$$3(x^2 - x - 2) = 2x^2 + 2x$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(x-6)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = 6 \text{ 또는 } x = -1$$

$$\alpha = -1 \text{ 이므로 } \alpha^2 = 1$$

13. $(a+b)^2 - 20(a+b) + 96 = 0$ 을 만족하는 두 수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값이 될 수 있는 수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$\begin{aligned} a+b &= t \text{로 놓으면} \\ t^2 - 20t + 96 &= 0 \\ (t-8)(t-12) &= 0 \\ t &= 8 \text{ 또는 } t = 12 \\ \therefore 8 + 12 &= 20 \end{aligned}$$

14. 다음 이차방정식의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? (단, $\alpha > \beta$)

$$(x-3)^2 - 4(x-3) = 5$$

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} x-3 &= t \text{로 치환하면 } t^2 - 4t - 5 = 0 \\ (t+1)(t-5) &= 0 \\ t &= 5 \text{ 또는 } t = -1 \\ \therefore x &= 8 \text{ 또는 } x = 2 \\ \therefore \alpha - \beta &= 8 - 2 = 6 \end{aligned}$$

16. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는 어느 것인가?

① $x^2 + 3x - 2 = 0$

② $3x^2 + 2x + 10 = 0$

③ $3x^2 - 6x + 1 = 0$

④ $x^2 + 2x - 4 = 0$

⑤ $(x-2)^2 = 3$

해설

② $\frac{D}{4} = 1 - 3 \times 10 < 0$: 근이 없다.

나머지는 근이 2개이다.

17. 이차방정식 $x^2 - 2x - k = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(1-k)x^2 - kx - 6 = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 3

해설

$$D = (-2)^2 - 4 \times (-k) = 4 + 4k = 0$$

$$\therefore k = -1$$

$$2x^2 + x - 6 = 0, (2x - 3)(x + 2) = 0$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ 또는 } x = -2$$

$$\therefore \text{두 근의 합은 } -\frac{1}{2}$$

18. 이차방정식 $2x^2 - (a+1)x + 8 = 0$ 이 중근을 가질 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} D &= (a+1)^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0 \\ a^2 + 2a + 1 - 64 &= 0, a^2 + 2a - 63 = 0 \\ (a-7)(a+9) &= 0 \\ \therefore a &= 7 (\because a > 0) \end{aligned}$$

19. 이차방정식 $x^2 - 2x + 3 - a = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{D}{4} = 1 - (3 - a) = 0$$

$$\therefore a = 2$$

20. 이차방정식 $mx^2 + (2m+3)x + m+7 = 0$ 의 근이 없을 때, 상수 m 의 값의 범위는?

① $m > \frac{9}{16}$

② $m \geq \frac{9}{16}$

③ $m = \frac{9}{16}$

④ $m \leq \frac{9}{16}$

⑤ $m < \frac{9}{16}$

해설

$$D = (2m+3)^2 - 4m(m+7) < 0$$

$$4m^2 + 12m + 9 - 4m^2 - 28m = -16m + 9 < 0$$

$$\therefore m > \frac{9}{16}$$

21. 연속하는 두 홀수의 곱이 99 일 때, 이 두 수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 9

▷ 정답: 11

해설

두 홀수를 $x, x+2$ (x 는 홀수)라 하면
 $x \times (x+2) = 99$ 이므로
 $x^2 + 2x - 99 = 0$
 $(x-9)(x+11) = 0$
따라서 $x = 9$ (x 는 홀수)이다.
두 홀수는 9, 11 이다.

해설

연속하는 두 홀수를 $2x-1, 2x+1$ (x 는 자연수)라 하면
 $(2x+1) \times (2x-1) = 99$ 이므로
 $4x^2 - 100 = 0$
 $x^2 - 25 = 0$
 $(x-5)(x+5) = 0$
따라서 $x = 5$ (x 는 자연수)이다.
두 홀수는 9, 11 이다.

22. 이차방정식 $-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? (단, $\alpha < \beta$)

- ① $\frac{10}{3}$ ② $-\frac{8}{3}$ ③ -1 ④ 3 ⑤ $-\frac{13}{8}$

해설

$$-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3),$$

$$-x + \frac{2}{5}(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$$

양변에 15를 곱하여 정리하면

$$-15x + 6(x^2 + 1) = -5(x-1)(2x+3)$$

$$16x^2 - 10x - 9 = 0$$

근의 공식을 이용하여 근을 구하면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{16} = \frac{5 \pm 13}{16}$$

$$\therefore x = \frac{9}{8} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha < \beta \text{ 이므로 } \alpha = -\frac{1}{2}, \beta = \frac{9}{8}$$

$$\therefore \alpha - \beta = -\frac{13}{8}$$

23. 1에서 n 까지의 자연수의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 190이 되려면 1에서 얼마까지 더하면 되는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 190, n(n+1) = 380,$$

$$n^2 + n - 380 = 0,$$

$$(n+20)(n-19) = 0,$$

$$n = -20 \text{ 또는 } n = 19,$$

따라서 n 은 자연수이므로 $n = 19$ 이다.

