

1. 다항식 $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ 을 전개하면?

① $a^2 - b^2$

② $a^3 - b^3$

③ $a^3 + b^3$

④ $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

⑤ $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

해설

공식 : $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

2. $(x+1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ 의 값을 구하면?

① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

해설

양변에 $x = 1$ 을 대입하면,
 $(1+1)^5 = a_0 + a_1 + \cdots + a_5$ 이므로
 $\therefore 2^5 = 32$

3. $(x-2)+3yi=0$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.(단, $i=\sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x-2=0, 3y=0$$

$$x=2, y=0 \rightarrow x+y=2$$

4. 이차방정식 $x^2 - 2x + a + 1 = 0$ 의 두 근이 서로 다른 부호의 실근을 가질 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < -1$

해설

(두 근의 곱) = $a + 1 < 0 \quad \therefore a < -1$

5. $-2 \leq x \leq 3$ 에서 $y = x^2 - 2x - 2$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

- ① 3 ② 7 ③ -2 ④ 0 ⑤ 1

해설

$y = (x - 1)^2 - 3$ 이고 꼭짓점의 x 좌표가 주어진 x 의 범위에 포함되므로

$x = 1$ 에서 최솟값을 $x = -2$ 에서 최댓값을 갖는다.

(최댓값) $= (-2)^2 - 2(-2) - 2 = 6$

(최솟값) $= -3$

6. $-2 \leq x \leq 3$ 일 때, $3x - 1$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$-2 \leq x \leq 3$ 에서 $-6 \leq 3x \leq 9$, $-7 \leq 3x - 1 \leq 8$
따라서, 최댓값은 8이고 최솟값은 -7 이므로 두 값의 합은 1이다.

7. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 5x+3 < 18 \\ -3x+2 < 0 \end{cases}$ 의 해가 아닌 것은?

- ① 1 ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{cases} 5x+3 < 18 \\ -3x+2 < 0 \end{cases} \text{ 을 풀면 } \begin{cases} x < 3 \\ x > \frac{2}{3} \end{cases} \text{ 이므로}$$

$$\frac{2}{3} < x < 3$$

8. 다항식 $8x^3 - 1$ 을 $4x^2 + 2x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때 $Q(x)$ 의 상수항의 계수는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} 8x^3 - 1 &= (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) \\ \therefore Q(x) &= 2x - 1 \\ \therefore \text{상수항은 } &-1 \end{aligned}$$

9. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2) \\ \therefore a &= -1, b = 2 \\ \therefore ab &= -1 \times 2 = -2\end{aligned}$$

10. $(a+1)(a^2-a+1) = a^3+1$ 을 이용하여 $\frac{1999^3+1}{1998 \times 1999+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2000

해설

$a = 1999$ 라 하면

$$1998 \times 1999 + 1 = (a-1)a + 1 = a^2 - a + 1$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1999^3+1}{1998 \times 1999+1} &= \frac{a^3+1}{a^2-a+1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1} \\ &= a+1 = 2000 \end{aligned}$$

11. 제곱해서 $5 - 12i$ 가 되는 복소수는?

① $\pm(2 + 3i)$

② $\pm(2 - 3i)$

③ $\pm(3 - 2i)$

④ $\pm(3 + 3i)$

⑤ $\pm(3 + 3i)$

해설

구하려는 복소수를 $a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면

$(a + bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi$ 에서

$a^2 - b^2 + 2abi = 5 - 12i$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$a^2 - b^2 = 5, 2ab = -12$ 에서

$ab = -6, b = -\frac{6}{a}$ 이므로

$a^2 - \left(-\frac{6}{a}\right)^2 = 5, a^2 - \frac{36}{a^2} = 5$

양변에 a^2 을 곱하면

$a^4 - 5a^2 - 36 = 0, (a^2 - 9)(a^2 + 4) = 0$

따라서 $a^2 = 9$ 또는 $a^2 = -4$ 이므로

$a = \pm 3$ 또는 $a = \pm 2i$

그런데 a 는 실수이므로 $a = \pm 3$ 이고, $b = \mp 2$ 이다.

따라서 구하는 복소수는 $\pm(3 - 2i)$ 이다.

12. 이차함수 $y = x^2 - 6x - 10$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

$y = x^2 - 6x - 10 = (x - 3)^2 - 19$
 $x = 3$ 일 때, 최솟값은 -19 이다.

13. 다음 중 방정식 $x^4 - 3x^3 + 5x^2 - x - 10 = 0$ 의 근이 아닌 것은?

① -1

② 1

③ 2

④ $1 + 2i$

⑤ $1 - 2i$

해설

조립제법을 이용하여 주어진 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 3x^3 + 5x^2 - x - 10 = 0$$

$$(x + 1)(x^3 - 4x^2 + 9x - 10) = 0$$

$$(x + 1)(x - 2)(x^2 - 2x + 5) = 0$$

$$(x + 1)(x - 2)(x - 1 - 2i)(x - 1 + 2i) = 0$$

$$\therefore x = -1, 2, 1 + 2i, 1 - 2i$$

따라서 근이 아닌 것은 1 이다.

14. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록

하는 a 값은?

① $a = -1$

② $a = 1$

③ $a = \pm 1$

④ $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수

⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는

a 의 값은 $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

15. 대각선의 길이가 28이고, 모든 모서리의 길이의 합이 176 인 직육면체의 겉넓이를 구하려 할 때, 다음 중에서 사용되는 식은?

- ① $(x-a)(x-b)(x-c) = x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$
- ② $\frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2] = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$
- ③ $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
- ④ $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$
- ⑤ $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) = a^3+b^3+c^3-3abc$

해설

직육면체의 대각선의 길이가 28 이므로
가로를 a , 세로를 b , 높이를 c 라고 했을 때
 $(a^2 + b^2) + c^2 = 28^2$
모든 모서리의 길이의 합이 176 이므로
 $a + b + c = 44$
따라서 ③번과 같은 식을 사용하여 겉넓이를 구할 수 있다.

16. 최고차항의 계수가 1인 두 다항식의 곱이 $x^3 - x^2 - 8x + 12$ 이고, 최대공약수가 $x - 2$ 일 때, 두 다항식의 합을 구하면?

- ① $x^2 + 2x + 6$ ② $x^2 + 2x - 8$ ③ $x^2 + 4x - 8$
④ $x^2 + 4x + 8$ ⑤ $x^2 + 4x - 5$

해설

최대공약수가 $x - 2$ 이므로
구하는 두 다항식을 $a(x - 2)$, $b(x - 2)$ (단, a , b 는 서로 소인 다항식)로 놓을 수 있다.
그런데, 두 다항식의 곱이 $x^3 - x^2 - 8x + 12$ 이므로
 $a(x - 2)b(x - 2) = x^3 - x^2 - 8x + 12$
 $\therefore ab(x - 2)^2 = (x - 2)^2(x + 3)$
 $\therefore ab = x + 3$
 $\therefore a = 1, b = x + 3$ 또는 $a = x + 3, b = 1$
따라서 두 다항식은 $x - 2$, $(x - 2)(x + 3)$ 이다.
 $\therefore x - 2 + x^2 + x - 6 = x^2 + 2x - 8$

17. 포물선 $y = x^2 + 2ax + b$ 가 x 축과는 접하고 직선 $y = 4x$ 와는 서로 만나지 않을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > -1$

② $a < -1$

③ $a > 0$

④ $a < 1$

⑤ $a > 1$

해설

포물선 $y = x^2 + 2ax + b$ 가 x 축과는 접하므로
이차방정식 $y = x^2 + 2ax + b = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = a^2 - b = 0 \quad \therefore b = a^2 \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

또, 포물선 $y = x^2 + 2ax + b$ 가 직선 $y = 4x$ 와 서로 만나지 않으려면

이차방정식 $x^2 + 2ax + b = 4x$,

즉 $x^2 + 2(a-2)x + b = 0$ 의 판별식을 D' 이라 할 때

$$\frac{D'}{4} = (a-2)^2 - b < 0 \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

①을 ②에 대입하면 $(a-2)^2 - a^2 < 0$, $-4a + 4 < 0$

$\therefore a > 1$

18. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 는 한 점 $(-5, 3)$ 을 지나고, $x = m$ 일 때 최솟값 $3m$ 을 갖는다. m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = -11$

▷ 정답 : $m = -2$

해설

$y = x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(m, 3m)$ 이므로

$y = (x - m)^2 + 3m$ 에 $(-5, 3)$ 을 대입한다.

$$3 = (-5 - m)^2 + 3m$$

$$m^2 + 10m + 25 + 3m = 3$$

$$m^2 + 13m + 22 = 0$$

$$(m + 11)(m + 2) = 0$$

따라서 $m = -11$ 또는 $m = -2$ 이다.

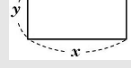
19. 가로, 세로의 길이가 각각 x cm, y cm 인 직사각형이 있다. 둘레의 길이가 34 cm 일 때, 이 직사각형의 가로, 세로의 길이를 구하여라. (단, 단위 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 x cm, y cm 라 하면



$$x = y + 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또, 이 직사각형의 둘레는 $2(x + y)$ 이므로

$$2(x + y) = 34 \text{ 즉, } x + y = 17 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$y + 5 + y = 17, \quad 2y = 12$$

$$\therefore y = 6$$

$$y = 6 \text{ 을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } x = 11$$

$$\therefore xy = 11 \times 6 = 66$$

20. $a = (3 + 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \cdots (3^{1024} + 1)$ 이라고 할 때 곱셈 공식을 이용하여 a 의 값을 지수의 형태로 나타내면 $\frac{1}{k}(3^l + m)$ 이다. 이 때, $k + l + m$ 의 값을 구하면?

- ① 2046 ② 2047 ③ 2048 ④ 2049 ⑤ 2050

해설

$$\begin{aligned} a &= (3 + 1)(3^2 + 1) \cdots (3^{1024} + 1) \\ \text{양변에 } (3 - 1) \text{ 을 곱하면} \\ (3 - 1)a &= (3 - 1)(3 + 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1) \cdots (3^{1024} + 1) \\ 2a &= (3^2 - 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1) \cdots (3^{1024} + 1) \\ &= (3^4 - 1)(3^4 + 1) \cdots (3^{1024} + 1) \\ &= (3^8 - 1) \cdots (3^{1024} + 1) \\ &\vdots \\ &= (3^{2048} - 1) \\ \text{양변을 2로 나누면} \\ a &= \frac{1}{2}(3^{2048} - 1) \\ \therefore k &= 2, l = 2048, m = -1 \\ \therefore k + l + m &= 2049 \end{aligned}$$