

1. $\sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} - \sqrt{(3-\sqrt{7})^2}$ 을 간단히 하면?

① 0

② $6 - 2\sqrt{7}$

③ 6

④ $\sqrt{6}$

⑤ $3 + \sqrt{7}$

해설

$\sqrt{7} < 3 = \sqrt{9}$ 이므로

$$\sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} - \sqrt{(3-\sqrt{7})^2}$$

$$= |\sqrt{7}-3| - |3-\sqrt{7}|$$

$$= -(\sqrt{7}-3) - (3-\sqrt{7})$$

$$= -\sqrt{7} + 3 - 3 + \sqrt{7} = 0$$

2. 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{6}\text{cm}$, $\sqrt{8}\text{cm}$ 인 정사각형 두 개가 있다. 이 두 정사각형의 넓이를 합하여 하나의 큰 정사각형으로 만들 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\sqrt{14}\text{cm}$

해설

$$(\sqrt{6})^2 + (\sqrt{8})^2 = 6 + 8 = 14$$

큰 정사각형의 한 변의 길이는 14의 양의 제곱근
따라서 $\sqrt{14}\text{cm}$ 이다.

3. 이차방정식 $2(x-2)(x+3) = (x+5)^2 - 4$ 의 두 근의 합을 구하면?

① -8

② -5

③ 0

④ 3

⑤ 8

해설

$$2(x-2)(x+3) = (x+5)^2 - 4$$

$$2(x^2 + x - 6) = x^2 + 10x + 25 - 4$$

$$x^2 - 8x - 33 = 0, (x-11)(x+3) = 0$$

$$x = 11 \text{ 또는 } x = -3$$

$$\therefore (\text{구하는 값}) = 11 + (-3) = 8$$

4. 이차방정식 $(x - a)^2 = b$ 가 해를 가질 조건을 고르면?

① $a \leq 0$

② $b > 0$

③ $b < 0$

④ $b \geq 0$

⑤ $a > 0$

해설

$b > 0$ 이면 서로 다른 두 실근

$b = 0$ 이면 중근

따라서 $b \geq 0$ 이다.

5. 1부터 n 까지의 자연수만의 합은 다음과 같다. 이때, 합이 78이 되려면 1부터 n 까지의 수를 더해야 한다고 할 때, n 을 구하여라.

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 78 \text{ 이므로}$$

$$n^2 + n - 156 = 0$$

$$(n-12)(n+13) = 0$$

$$n > 0 \text{ 이므로 } n = 12 \text{ 이다.}$$

6. 다음 중 이차함수인 것을 보기에서 모두 골라라.

보기

㉠ $y = -x(x+2) + 1$

㉡ $y = (x+1)^2 - x^2$

㉢ $y = 0 \cdot x^2 - 3x + 1$

㉣ $y = \frac{1}{2}x - 1$

㉤ $y = -2x^2$

㉥ $y = -\frac{3}{x^2}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉤

해설

㉡ $y = (x+1)^2 - x^2 = 2x + 1$ (일차함수)

㉢ $y = 0 \times x^2 - 3x + 1 = -3x + 1$ (일차함수)

㉣ $y = \frac{1}{2}x - 1$ (일차함수)

㉥ $y = -\frac{3}{x^2}$ (분수함수)

7. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

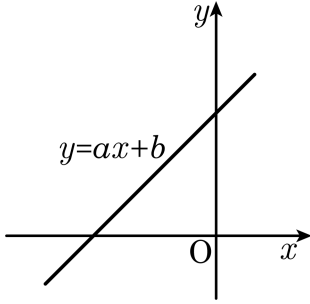
해설

$$y = 3(x - 2)^2 + 5 = 3x^2 - 12x + 17$$

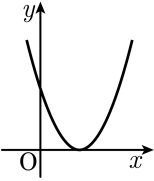
$$a = 3, b = -12, c = 17$$

$$\therefore a + b + c = 3 - 12 + 17 = 8$$

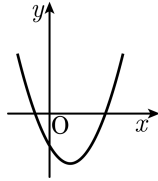
8. 다음 보기는 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 다음 중 이차함수 $y = bx^2 - ax - ab$ 의 그래프는?



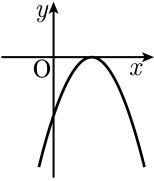
①



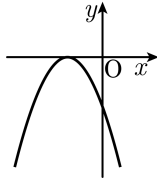
②



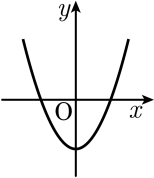
③



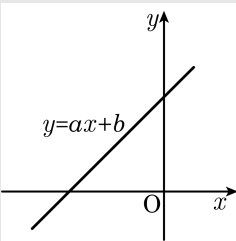
④



⑤



해설



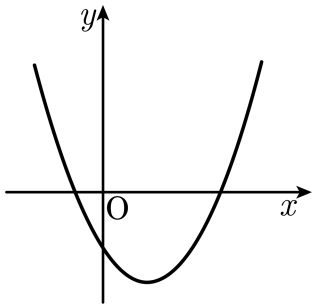
의 그래프는 오른쪽 위로 향하므로 기울

기도 양수이고 y 절편이 양수이다.

따라서 $a > 0$, $b > 0$ 이므로 $y = bx^2 - ax - ab$ 에서 $b > 0$ 이므로 아래로 볼록하고,

$\frac{a}{b} > 0$ 이므로 축이 y 축의 오른쪽에 있고, $-ab < 0$ 이므로 y 절편이 음수인 그래프이다.

9. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b, c 의 부호는?



① $a > 0, b > 0, c > 0$

② $a > 0, b > 0, c < 0$

③ $a > 0, b < 0, c < 0$

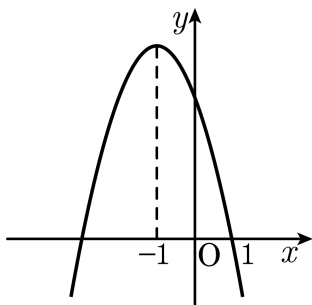
④ $a < 0, b > 0, c > 0$

⑤ $a < 0, b < 0, c < 0$

해설

$a > 0, c < 0$ 이고 $ab < 0$ 이므로 $b < 0$ 이다.

10. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $ab < 0$

㉡ $ac < 0$

㉢ $a - b + c > 0$

㉣ $a + b + c < 0$

㉤ $4a - 2b + c > 0$

㉥ $\frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c > 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

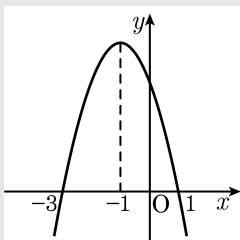
㉠ 축이 y 축 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$ 이다.

㉡ $a < 0, c > 0$ 이므로 $ac < 0$ 이다.

㉢ $f(-1) = a - b + c > 0$

㉣ $f(1) = a + b + c < 0$

㉤ $x = -1$ 을 대칭축으로 가지므로 또 다른 x 절편은 -3 이다.



$\therefore f(-2) = 4a - 2b + c > 0$

㉥ $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c > 0$

11. 이차방정식 $x^2 - 6x + m - 1 = 0$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2 - 6x + m - 1 = 0$ 이 중근을 가져야 하므로 $m - 1 = 9$ 이다.

$\therefore m = 10$

12. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프는 점 $(2, a)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① 0

② 5

③ 10

④ 15

⑤ 20

해설

i) $y = 5x^2$ 이 $(2, a)$ 를 지나므로,

$$a = 5 \times 2^2 = 20$$

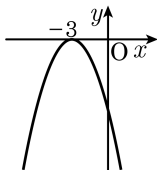
ii) $y = 5x^2$ 과 x 축에 대칭인 그래프는

$$y = -5x^2 \text{ 이므로, } b = -5$$

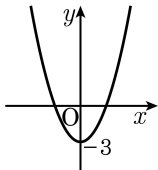
$$\therefore a + b = 20 - 5 = 15$$

13. 다음 중 $y = -\frac{2}{3}(x-3)^2$ 의 그래프는?

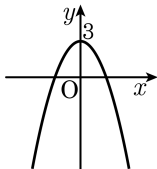
①



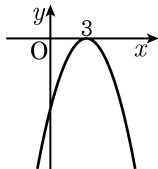
②



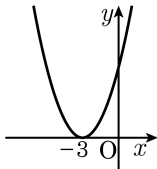
③



④



⑤



해설

x^2 의 계수 $-\frac{2}{3}$ 는 음수이므로 위로 볼록, 꼭짓점의 좌표는 $(3, 0)$ 이다.

14. 이차함수 $y = 5(x-3)^2 - 2$ 의 그래프를 x 축, y 축의 방향으로 각각 -2 , 4 만큼 평행이동한 그래프가 점 $(a, 7)$ 을 지날 때, 양수 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

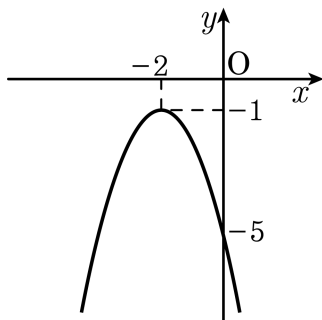
$y = 5(x-3)^2 - 2$ 의 그래프를 x 축, y 축의 방향으로 각각 -2 , 4 만큼 평행이동하면

$y = 5(x-3+2)^2 - 2 + 4$, $y = 5(x-1)^2 + 2$ 이고

점 $(a, 7)$ 을 지나므로 대입하면

$7 = 5(a-1)^2 + 2$, $1 = (a-1)^2$, $a-1 = \pm 1$ 이다. $a > 0$ 이므로 $a = 2$ 이다.

15. 다음 이차함수 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?



- ① 이차함수 그래프의 식은 $y = -(x - 2)^2 - 1$ 이다.
- ② 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ③ 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ④ 점 $(1, -10)$ 을 지난다.
- ⑤ y 의 값의 범위는 $y \leq -5$ 이다

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, -1)$ 이므로

$$y = a(x + 2)^2 - 1$$

$(0, -5)$ 를 지나므로

$$-5 = 4a - 1$$

$$a = -1$$

$$\therefore y = -(x + 2)^2 - 1$$

따라서 점 $(1, -10)$ 을 지난다.

16. $y = -2x^2 + 4x + k - 1$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 값의 범위를 구하면?

① $k < -1$

② $-1 < k < 1$

③ $k \leq -1$

④ $k > -1$

⑤ $0 \leq k \leq 1$

해설

$$y = -2x^2 + 4x + k - 1$$

$$y = -2(x - 1)^2 + k + 1$$

꼭짓점이 $(1, k + 1)$ 인 위로 볼록한 그래프이므로 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나려면

$$\therefore k + 1 > 0, k > -1$$

17. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

- ① $\sqrt{a} + b$ ② $\frac{b}{a}$ ③ $a^2 - b^2$
④ ab ⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

18. 다음 중 수직선에 나타낼 때, 가장 오른쪽에 있는 수는?

$$3 + \sqrt{3}, 2\sqrt{3} - 1, 1 + \sqrt{2}, \sqrt{3} - 2, 6 - \sqrt{3}$$

① $3 + \sqrt{3}$

② $2\sqrt{3} - 1$

③ $1 + \sqrt{2}$

④ $\sqrt{3} - 2$

⑤ $6 - \sqrt{3}$

해설

① $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$

$$3 + \sqrt{1} < 3 + \sqrt{3} < 3 + \sqrt{4}$$

$$\therefore 4 < 3 + \sqrt{3} < 5$$

② $2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1$

$$\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$$

$$\sqrt{9} - 1 < \sqrt{12} - 1 < \sqrt{16} - 1$$

$$\therefore 2 < \sqrt{12} - 1 < 3$$

③ $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$

$$1 + \sqrt{1} < 1 + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{4}$$

$$\therefore 2 < 1 + \sqrt{2} < 3$$

④ $\sqrt{3} - 2 = \sqrt{3} - \sqrt{4} < 0$

음수이므로 제일 왼쪽에 있다.

⑤ $-\sqrt{4} < -\sqrt{3} < -\sqrt{1}$

$$6 - \sqrt{4} < 6 - \sqrt{3} < 6 - \sqrt{1}$$

$$\therefore 4 < 6 - \sqrt{3} < 5$$

①과 ⑤를 비교해 보면

$$3 + \sqrt{3} - (6 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} - 3 = \sqrt{12} - \sqrt{9} > 0$$

$$\therefore 3 + \sqrt{3} > 6 - \sqrt{3}$$

19. 부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 만족하는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 근일 때, $\frac{a+b}{ab}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{11}{30}$

해설

부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 풀면 다음과 같다.

$$6 \leq 3x < 10$$

$$2 \leq x < \frac{10}{3}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = 5, b = 6$$

$$\therefore \frac{a+b}{ab} = \frac{11}{30}$$

20. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a + 2, b + 2$ 를 두 근으로 갖는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 35 = 0$

② $x^2 + 2x - 35 = 0$

③ $x^2 - 12x + 35 = 0$

④ $x^2 + 12x + 35 = 0$

⑤ $x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x - 5)(x - 3) = 0$$

$$a = 5, b = 3$$

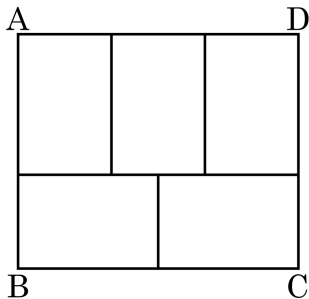
$$\therefore a + 2 = 7, b + 2 = 5$$

따라서 5, 7을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$(x - 7)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x^2 - 12x + 35 = 0$$

21. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 를 5개의 똑같은 직사각형으로 나누었다. 직사각형 ABCD 의 넓이가 300cm^2 일 때, 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $22\sqrt{10}$ cm

해설

작은 직사각형 한 개의 넓이 : $\frac{300}{5} = 60 (\text{cm}^2)$

작은 직사각형의 짧은 변의 길이를 x 라고 하면 긴 변의 길이는 $\frac{3}{2}x$ 이다.

$$\frac{3}{2}x \times x = 60, x^2 = 40, x = 2\sqrt{10} (\text{cm})$$

$$\overline{AD} = 3x, \overline{AB} = \frac{3}{2}x + x = \frac{5}{2}x$$

따라서 둘레의 길이는 $\left(3x + \frac{5}{2}x\right) \times 2 = 11x = 22\sqrt{10} (\text{cm})$ 이다.

22. 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수 중에 큰 것을 a , 작은 것을 b 라고 하자. $0 < \sqrt{|b-a|} < 2$ 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답: 12 개

해설

a, b 는 주사위 눈의 수이므로 $1 \leq a, b \leq 6$

큰 것이 a 이므로 $b - a < 0$

$\therefore -4 < b - a < 0$, $b - a = -3, -2, -1$

$b - a = -3$ 일 때,

$(a, b) = (4, 1), (5, 2), (6, 3)$

$b - a = -2$ 일 때,

$(a, b) = (3, 1), (4, 2), (5, 3), (6, 4)$

$b - a = -1$ 일 때,

$(a, b) = (2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 5)$

23. 연립방정식 $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \end{cases}$ 를 풀면?

① $x = \frac{17}{7}\sqrt{3}, y = \frac{18}{7}\sqrt{2}$

③ $x = \frac{17}{7}\sqrt{2}, y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

⑤ $x = \frac{17}{7}\sqrt{3}, y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

② $x = \frac{18}{7}\sqrt{2}, y = \frac{17}{7}\sqrt{3}$

④ $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}, y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$

해설

$$\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \cdots \textcircled{A} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A} \times 2\sqrt{2} + \textcircled{B} \times \sqrt{3}$ 을 하면

$$\begin{array}{rcl} 4x + 2\sqrt{6}y & = & 20\sqrt{3} \\ +) 3x - 2\sqrt{6}y & = & -2\sqrt{3} \\ \hline 7x & = & 18\sqrt{3} \end{array}$$

$$\therefore x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$$

$\textcircled{B}$ 에 $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$ 을 대입하면

$$\frac{54}{7} - 2\sqrt{2}y = -2, \quad \sqrt{2}y = \frac{34}{7}$$

$$y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$$

24. 세 이차방정식 $px^2+qx+1=0$, $qx^2+2(p+1)x+q=0$, $px^2+2qx+r=0$ 의 실근의 개수는 각각 a, b, c 이다. $a^2+b^2+c^2=2a+2b+2c-3$ 일 때, $p^2+q^2+r^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$a^2+b^2+c^2=2a+2b+2c-3$ 에서
 $(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=0$ 이므로 $a=1, b=1, c=1$
 즉, $px^2+qx+1=0$, $qx^2+2(p+1)x+q=0$, $px^2+2qx+r=0$
 이 모두 중근을 가지므로

$$D=q^2-4p=0, q^2=4p \cdots \textcircled{㉠}$$

$$D=(p+1)^2-q^2=0, p^2+2p+1-q^2=0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$D=q^2-pr=0, q^2=pr \cdots \textcircled{㉢}$$

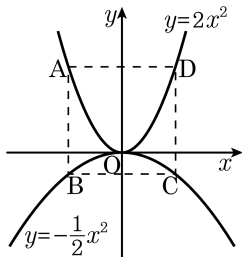
㉠과 ㉡에 의하여

$$p^2+2p+1-4p=0, (p-1)^2=0$$

$$\therefore p=1, q=\pm 2, r=4$$

$$\therefore p^2+q^2+r^2=1+4+16=21$$

25. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = 2x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있는 네 점 A, B, C, D가 정사각형을 이룰 때, 점 D의 x 좌표는?



① $\frac{2}{3}$

② 1

③ $\frac{4}{3}$

④ $\frac{5}{3}$

⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점 D의 좌표를 $(a, 2a^2)$ 이라 하면

$$B\left(-a, -\frac{1}{2}a^2\right), C\left(a, -\frac{1}{2}a^2\right)$$

$\overline{DC} = \overline{BC}$ 이므로

$$2a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 2a, 5a^2 = 4a$$

$$\therefore a = \frac{4}{5} (\because a \neq 0)$$