

1. 다음은 $A = 2a^2 - 4ab, B = a^2b - 2a$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ A 에서 $2a$ 는 각 항의 공통인 인수이다.
- ㉡ B 의 인수는 a 와 $ab - 2$ 로 모두 2 개이다.
- ㉢ A 와 B 의 공통인 인수는 a^2 이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$A = 2a^2 - 4ab = 2a(a - 2b)$$

$$B = a^2b - 2a = a(ab - 2)$$

㉡ B 의 인수는 $a(ab - 2)$ 도 포함한다.

㉢ A 와 B 의 공통인 인수는 a 이다.

2. $(x+4)(x-4) - 6x = (x+a)(x+b)$ 일 때, a, b 의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned}(x+4)(x-4) - 6x &= x^2 - 6x - 16 \\ &= (x+2)(x-8) \\ &= (x+a)(x+b)\end{aligned}$$

a 와 b 의 차는 $2 - (-8) = 10$ 이다.

3. 다음 두 식 $8x^2 - 2$, $4x^2 - 4x + 1$ 의 공통인 인수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x - 1$

해설

$$8x^2 - 2 = 2(4x^2 - 1) = 2(2x + 1)(2x - 1)$$

$$4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$$

4. $2x^2 + ax + b$ 을 인수분해하면 $(2x + 1)(x + 1)$ 이 된다. 이때, $a + b$ 을 구하면?

① -5

② 5

③ 7

④ -4

⑤ 4

해설

$$(2x + 1)(x + 1) = 2x^2 + 3x + 1$$

$$a = 3, b = 1 \quad \therefore a + b = 4$$

5. $x^2 - 9 + xy - 3y$ 를 인수분해하면?

① $(x + 3)(x + 3 + y)$

② $(x + 3)(x + 3 - y)$

③ $(x - 3)(x - 3 - y)$

④ $(x - 3)(x + 3 + y)$

⑤ $(x + 3)(x - 3 + y)$

해설

$$(x + 3)(x - 3) + y(x - 3) = (x - 3)(x + 3 + y)$$

6. 이차방정식 $x^2 + 2x = -2(x + 2)$ 을 풀어라. (단, x 는 중근)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -2$

해설

$$x^2 + 2x = -2x - 4$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ (중근)}$$

7. $a > 0, b > 0$ 일 때 옳은 것은?

① $\sqrt{a^2b} = ab$

② $-\sqrt{ab^2} = b\sqrt{a}$

③ $-a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$

④ $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{ab}}{a}$

⑤ $\sqrt{\frac{b^2}{a}} = \frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$

② $-\sqrt{ab^2} = -b\sqrt{a}$

③ $-a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2b}$

④ $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{a}$

8. $a > 0$ 일 때, 다음 계산에서 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\sqrt{64a^2} - \sqrt{a^2} = 7a$

② $\sqrt{(11a)^2} + \sqrt{(-11a)^2} = 0$

③ $-\sqrt{169a^2} - \sqrt{(-3a)^2} = -10a$

④ $(-\sqrt{3a})^2 - (-\sqrt{7a})^2 = 10a$

⑤ $(-\sqrt{2a})^2 + (-\sqrt{a^2}) = a$

해설

② $\sqrt{(11a)^2} + \sqrt{(-11a)^2} = 11a + 11a = 22a$

③ $-\sqrt{169a^2} - \sqrt{(-3a)^2} = -13a - 3a = -16a$

④ $(-\sqrt{3a})^2 - (-\sqrt{7a})^2 = 3a - 7a = -4a$

9. $x : y = \sqrt{3} : \sqrt{5}$ 일 때, $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 - y^2}$ 의 값은?

① $-1 + \frac{\sqrt{15}}{2}$

② $-2 + \frac{\sqrt{15}}{2}$

③ $-3 + \frac{\sqrt{15}}{2}$

④ $-4 + \frac{\sqrt{15}}{2}$

⑤ $-5 + \frac{\sqrt{15}}{2}$

해설

$$x : y = \sqrt{3} : \sqrt{5}, \quad x = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}y$$

$$\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 - y^2} = \frac{\frac{3}{5}y^2 - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}y^2 + y^2}{\frac{3}{5}y^2 - y^2}$$

$$= \frac{\frac{8}{5}y^2 - \frac{\sqrt{15}}{5}y^2}{-\frac{2}{5}y^2}$$

$$= -4 + \frac{\sqrt{15}}{2}$$

10. 직선 $ax - y = -6$ 가 점 $(a + 1, 2a^2)$ 을 지나고 제 3사분면을 지나지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$ax - y = -6$ 에 점 $(a + 1, 2a^2)$ 을 대입

$$a(a + 1) - 2a^2 = -6$$

$$a^2 + a - 2a^2 + 6 = 0, a^2 - a - 6 = 0$$

$$(a - 3)(a + 2) = 0$$

$$a = 3 \text{ 또는 } a = -2$$

$ax - 2y = -6$ 가 제 3사분면을 지나지 않으려면 $a < 0$ 이므로

$$a = -2$$

11. 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 x 의 값이 -1 에서 5 까지 증가할 때, y 의 값은 24 만큼 감소한다. 다음 중 이 그래프 위에 있는 점은?

보기

㉠ $(2, -4)$

㉡ $(-4, -16)$

㉢ $(3, 9)$

㉤ $(-4, -32)$

㉦ $(4, -2)$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉤ ③ ㉡, ㉤ ④ ㉢, ㉦ ⑤ ㉤, ㉦

해설

원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수를 $f(x) = ax^2$ 이라 하자.

$f(x) = ax^2$ 에 대하여 $f(-1) = a$, $f(5) = 25a$ 이므로 $25a - a = -24$, $24a = -24$, $a = -1$ 이다.

$$\therefore f(x) = -x^2$$

$$\textcircled{1} f(2) = -1 \times (2)^2 = -4 \quad \therefore (2, -4)$$

$$\textcircled{2} f(-4) = -1 \times (-4)^2 = -16 \quad \therefore (-4, -16)$$

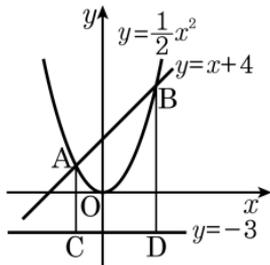
따라서 주어진 그래프 위의 점은 ㉠, ㉡이다.

12. 이차함수 $y = -3(x + 1)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?
- ① $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 포물선이다.
 - ② 꼭짓점의 좌표는 $(0, -1)$ 이다.
 - ③ 점 $(2, 27)$ 을 지난다.
 - ④ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
 - ⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

- ① $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 포물선이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$ 이다.
- ③ 점 $(2, -27)$ 을 지난다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

13. 다음 그림에서 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2$ 과 직선 $y = x + 4$ 이 만나는 두 점 A, B 에서 직선 $y = -3$ 에 내린 수선의 발을 C, D 라 할 때, 사각형 ABDC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$$\frac{1}{2}x^2 = x + 4$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

$$x = -2 \text{ 또는 } x = 4$$

A(-2, 2), B(4, 8) 이므로 $\overline{CA} = 5$, $\overline{DB} = 11$, $\overline{CD} = 6$ 이다.

따라서 사각형 ABDC 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (5 + 11) \times 6 = 48$ 이다.

14. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점의 좌표가 $(0, 2)$ 이고 점 $(1, -2)$ 와 $(-1, 4)$ 를 지날 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(1, -2)$ 를 지나므로 $-2 = a + b + c$ 이다.

점 $(0, 2)$ 를 지나므로 $c = 2$

점 $(-1, 4)$ 를 지나므로 $a - b + c = 4$

$\therefore a = -1, b = -3, c = 2$

15. 수직선 위의 두 점 $A(\sqrt{48})$, $B(\sqrt{192})$ 사이의 점 $M(\sqrt{x})$ 에 대하여 $\overline{AM} : \overline{MB} = 1 : 3$ 이라 할 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = 75$

해설

$$\overline{AM} = \sqrt{x} - \sqrt{48} = \sqrt{x} - 4\sqrt{3}$$

$$\overline{MB} = \sqrt{192} - \sqrt{x} = 8\sqrt{3} - \sqrt{x}$$

$$\overline{AM} : \overline{MB} = 1 : 3 \text{ 이므로}$$

$$(\sqrt{x} - 4\sqrt{3}) : (8\sqrt{3} - \sqrt{x}) = 1 : 3$$

$$8\sqrt{3} - \sqrt{x} = 3\sqrt{x} - 12\sqrt{3}$$

$$20\sqrt{3} = 4\sqrt{x}$$

양변을 제곱하면

$$1200 = 16x$$

$$\therefore x = 75$$

16. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 을 철수는 상수항을 잘못보고 풀어서 근이 $-3, 7$ 이 나왔고, 영희는 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 근이 $2, -6$ 이 나왔다. 올바른 이차방정식의 근을 구했을 때 두 근의 곱은?

① 4

② 8

③ -8

④ 12

⑤ -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로 근과 계수와의 관계에서

$$a = -3 + 7 = 4$$

영희는 일차항의 계수를 잘못 보았으므로

$$b = 2 \times (-6) = -12$$

따라서 $x^2 - 4x - 12 = 0$, $(x + 2)(x - 6) = 0$, $x = -2$ 또는 $x = 6$

\therefore 두 근의 곱은 -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로

$(x + 3)(x - 7) = 0$, $x^2 - 4x - 21 = 0$ 에서 일차항의 계수는 -4

영희는 일차항의 계수를 잘못보았으므로

$(x - 2)(x + 6) = 0$, $x^2 + 4x - 12 = 0$ 에서 상수항은 -12

따라서 올바른 방정식은 $x^2 - 4x - 12 = 0$ $(x - 6)(x + 2) = 0$, $x = 6, -2$

\therefore 두 근의 곱은 -12

17. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 3$ 의 그래프의 축과 직선 $x = -2$ 는 y 축에 대해 서로 대칭일 때, $\frac{a^2}{b^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{1}{16}$

해설

$$y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + 3 = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + 3 \text{ 이므로 대칭축은}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ 이다.}$$

이 축이 $x = -2$ 와 y 축에 대해 대칭이므로 대칭축은 $x = 2$ 이다.

$$-\frac{b}{2a} = 2, \frac{b}{a} = -4, \frac{a}{b} = -\frac{1}{4}$$

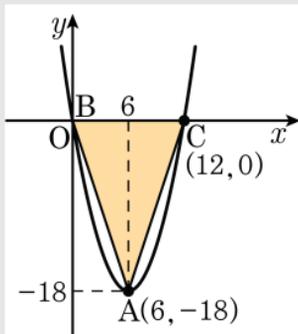
$$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b} \right)^2 = \frac{1}{16}$$

18. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x$ 의 꼭짓점을 A , y 축과 만나는 점을 B , 점 B 의 포물선의 축에 대하여 대칭인 점을 C 라 할 때 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 108

해설



$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 18 = 108$$

19. $\sqrt{59+a} = b$ 라 할 때, b 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a 와 그 때의 b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

59 보다 큰 제곱수는 64, 81, 100, ... 이므로

$$59 + a = 64, 81, 100 \dots$$

$$\therefore a = 5, 22, 41, \dots$$

따라서 가장 작은 자연수 $a = 5$, $b = \sqrt{59+5} = 8$ 이다.

$$\therefore a + b = 5 + 8 = 13$$

20. 원가가 2000 원인 인형이 있다. $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인기간에 정가의 $3a\%$ 를 받고 팔았더니 560 원의 손해를 보았다. 이 때, a 의 값을 구하면?

① 10

② 20

③ 30

④ 40

⑤ 50

해설

$$\text{정가} : 2000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \text{ 원}$$

$$2000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \frac{3a}{100} + 560 = 2000$$

$$60a + \frac{3}{5}a^2 + 560 = 2000$$

$$a^2 + 100a - 2400 = 0$$

$$(a - 20)(a + 120) = 0$$

$$\therefore a = 20 \quad (a > 0)$$