

1. 다음 방정식의 모든 근의 합을 구하여라.

$x^3 - 13x + 12 = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

1		1	0	-13	12
			1	1	-12
		1	1	-12	0

$f(x) = x^3 - 13x + 12$ 라고 하면 $f(1) = 0$ 이므로
 $(x - 1)(x^2 + x - 12) = 0$
 $(x - 1)(x + 4)(x - 3) = 0$
 $\therefore x = -4$ 또는 $x = 1$ 또는 $x = 3$
 $\therefore -4 + 1 + 3 = 0$

2. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)} \quad (\text{단, } a \neq b \neq c)$$

- ① -1
- ② 1
- ③ $-\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{1}{2}$
- ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} (\text{준 식}) &= \frac{a^2(c-b) + b^2(a-c) + c^2(b-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{(c-b)a^2 - (c^2 - b^2)a + bc(c-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{(c-b)(a-b)(a-c)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 1 \end{aligned}$$

3. 삼차방정식 $x^3 = 1$ 의 한 허근을 w 라 할 때, $-\frac{w+1}{w^2} + \frac{1+w^2}{w}$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ -1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x^3 &= 1, \\x^3 - 1 &= (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0 \\w &\text{는 } x^2 + x + 1 = 0 \text{의 한 근이 된다.} \\ \text{즉, } w^3 &= 1, \quad w^2 + w + 1 = 0 \\ -\frac{w+1}{w^2} + \frac{1+w^2}{w} & \\ &= \frac{w^2}{w^2} + -\frac{w}{w} \\ &= 1 - 1 = 0\end{aligned}$$

4. x 보다 작거나 같은 정수 중에서 최대의 정수를 $[x]$, x 보다 크거나 같은 정수 중에서 최소의 정수를 (x) 로 나타낼 때, 방정식 $[x] + (x) = 7$ 을 만족하는 x 의 값을 모두 구하면?

① $\frac{7}{2}$

② $3 \leq x \leq 4$

③ $3 \leq x < 4$

④ $3 < x \leq 4$

⑤ $3 < x < 4$

해설

$$[x] = \begin{cases} k & (x \text{가 정수 } k \text{일 때}) \\ k & (k < x < k+1 \text{일 때}) \end{cases}$$

$$(x) = \begin{cases} k & (x \text{가 정수 } k \text{일 때}) \\ k+1 & (k < x < k+1 \text{일 때}) \end{cases}$$

따라서, $[x] + (x) = 7$ 이고

$[x]$, (x) 는 정수이므로

$$[x] = 3, (x) = 4 \quad (\because [x] \leq (x))$$

$$\therefore 3 < x < 4$$

5. 점 $(1, -1)$ 에서 직선 $ax + by = 0 (a \neq 0, b \neq 0)$ 까지의 거리가 $\sqrt{2}$ 일 때, 상수 a, b 의 관계를 바르게 설명한 것은?
- ① $a - b = 0$ ② $a - b = \sqrt{2}$ ③ $a + b = 0$
④ $ab = 0$ ⑤ $ab = \sqrt{2}$

해설

$$\frac{|a \times 1 + b \times (-1)|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|a - b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{2}$$
$$|a - b| = \sqrt{2} \sqrt{a^2 + b^2}$$

양변을 제곱하면 $a^2 - 2ab + b^2 = 2a^2 + 2b^2$
 $a^2 + 2ab + b^2 = 0, (a + b)^2 = 0$
따라서 $a + b = 0$