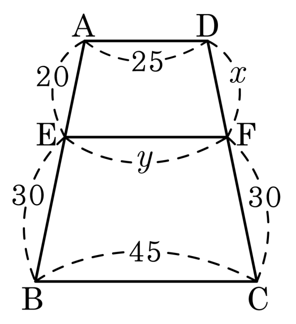
1. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AD}}//\overline{\mathrm{EF}}//\overline{\mathrm{BC}}$ 일 때, x, y 의 값을 각각 구하면?



① $x=30,\ y=33$

② $x=20,\ y=33$

③ $x=30,\ y=30$

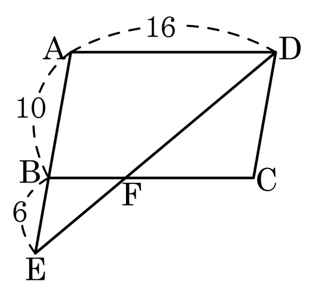
④ $x=20,\ y=30$

⑤ $x=20,\ y=35$

해설

$\overline{\mathrm{EB}}=\overline{\mathrm{FC}}$ 이므로 x 는 $\overline{\mathrm{AE}}$ 와 같은 20 이다.
y 는 $\overline{\mathrm{AE}}:\overline{\mathrm{EB}}=2:3$ 을 이용
점 A 와 점 C 를 연결할 때 $\overline{\mathrm{EF}}$ 와 만나 생긴 교점을 G 라고 하자.
$\overline{\mathrm{AE}}:\overline{\mathrm{AB}}=2:5$, $\overline{\mathrm{AE}}:\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{EG}}:\overline{\mathrm{BC}}$
$2:5=\overline{\mathrm{EG}}:45\ \ \therefore\ \overline{\mathrm{EG}}=18$
$\overline{\mathrm{CF}}:\overline{\mathrm{CD}}=3:5$, $\overline{\mathrm{CF}}:\overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{FG}}:\overline{\mathrm{AD}}$
$3:5=\overline{\mathrm{FG}}:25\ \ \therefore\ \overline{\mathrm{FG}}=15$
$\therefore\ \overline{\mathrm{EF}}=18+15=33$

2. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{DF}$ 의 연장선과의 교점을 E 라고 할 때, $\overline{CF}$ 의 길이는?



① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

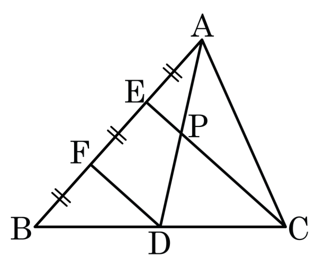
$\triangle BEF \backsim \triangle CDF$ 이므로 $\overline{CF} = x$ 라 하면

$\overline{BE} : \overline{CD} = \overline{BF} : \overline{CF}$

$6 : 10 = (16 - x) : x$

$\therefore\ x = 10$

3. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 E, F 는 $\overline{AB}$ 의 3 등분점이고, $\overline{AD}$ 는 중선이다. $\overline{EP} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이를 구하면?

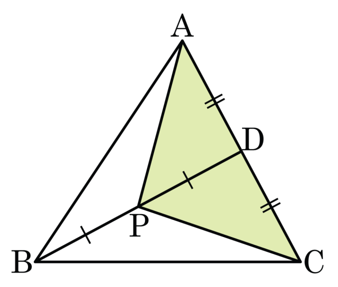


① 6cm ② 9cm ③ 12cm ④ 15cm ⑤ 18cm

해설

$\overline{FD} = 2\overline{EP} = 12(\text{cm})$
$\overline{CE} = 2\overline{FD} = 24(\text{cm})$
$\therefore x = \overline{CE} - \overline{EP} = 24 - 6 = 18(\text{cm})$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\overline{BD}$ 는 $\triangle ABC$ 의 중선이고 $\overline{BP} = \overline{PD}$ 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 24cm^2 일 때, $\triangle APC$ 의 넓이는?

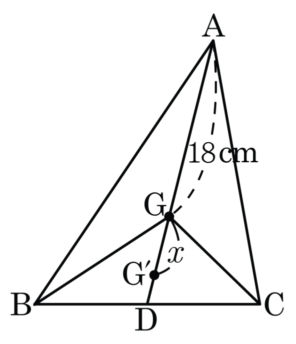


① 8cm^2　② 10cm^2　③ 12cm^2
④ 15cm^2　⑤ 18cm^2

해설

$\triangle ABD = \frac{1}{2}\triangle ABC$, $\triangle APD = \frac{1}{2}\triangle ABD$ 이다. $\triangle APD = \frac{1}{2}\triangle ABD = \frac{1}{4}\triangle ABC = \frac{1}{4} \times 24 = 6\left(\text{cm}^2\right)$ 이므로 $\triangle APC = 2\triangle APD = 12(\text{cm}^2)$ 이다.

5. 점 G 는 △ABC 의 무게중심이고 점 G′ 는 △GBC 의 무게중심이다. $\overline{AG} = 18\text{cm}$ 일 때, x 를 구하면?

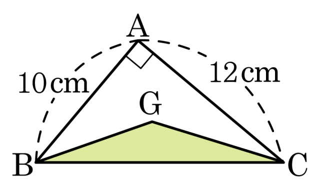


① 3cm ② 6cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 12cm

해설

$\overline{GD} = \frac{1}{2}\overline{AG} = 9(\text{cm})$, $x = \frac{2}{3}\overline{GD} = 6(\text{cm})$

6. $\angle A$ 의 크기가 90 °인 $\triangle ABC$의 무게중심을 G라 하자. $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 12\,\text{cm}$일 때, $\triangle GBC$의 넓이를 구하면?

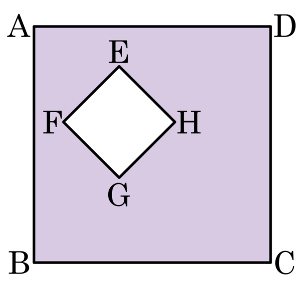


① 10 cm^2 ② 20 cm^2 ③ 30 cm^2
④ 40 cm^2 ⑤ 60 cm^2

해설

$\triangle GBC = \dfrac{1}{3}\triangle ABC = \dfrac{1}{3} \times \left(\dfrac{1}{2} \times 12 \times 10\right) = 20(\text{cm}^2)$

7. 다음 그림과 같이 정사각형 ABCD 의 내부에 정사각형 EFGH 가 있다. 두 정사각형의 한 변의 길이의 비가 $3:1$ 일 때, 정사각형 EFGH 와 색칠한 부분의 넓이의 비는?

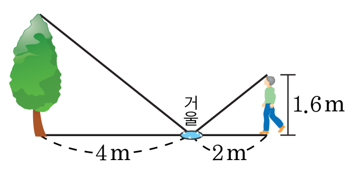


① $1:3$ ② $1:4$ ③ $1:6$ ④ $1:8$ ⑤ $1:9$

해설

넓이의 비는 닮음비의 제곱의 비이므로 $\square\mathrm{EFGH} : \square\mathrm{ABCD} = 1^2 : 3^2 = 1:9$ 이다.
따라서 $\square\mathrm{EFGH}$: (색칠한 부분의 넓이) $= 1:8$ 이다.

8. 지성이는 운동장에 거울을 놓고 4 m 떨어진 지점에 있는 나무를 거울에 비춰보았다. 거울에서 서 있는 곳까지의 거리가 2 m , 지성이의 키가 1.6 m 일 때, 나무의 높이는?



① 2 m　② 3.2 m　③ 4 m　④ 4.5 m　⑤ 6 m

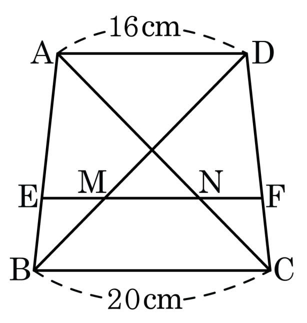
해설

나무의 높이를 x 라 하면

$x : 1.6 = 4 : 2$

$2x = 6.4 \quad \therefore x = 3.2\,(\mathrm{m})$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{EF}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AE} : \overline{EB} = 2 : 1$ 일 때, $\overline{MN}$ 의 길이는?

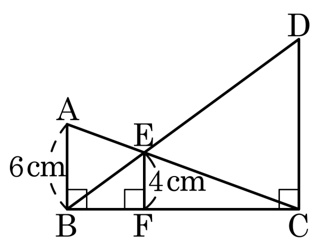


① 8cm ② 9cm ③ 10cm ④ 11cm ⑤ 12cm

해설

i) $\triangle BEM$, $\triangle BAD$ 에서 $\angle B$ 는 공통, $\angle BEM = \angle BAD$
따라서 $\triangle BEM \backsim \triangle BAD$ (AA 닮음)
닮음비로 $\overline{EM} : \overline{AD} = \overline{BE} : \overline{BA} \Leftrightarrow \overline{EM} : 16 = 1 : 3$
$\therefore\ \overline{EM} = \frac{16}{3}\text{cm}$
ii) $\triangle AEN$, $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 는 공통, $\angle AEN = \angle ABC$
따라서 $\triangle AEN \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)
닮음비로 $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EN} : \overline{BC} \Leftrightarrow 2 : 3 = \overline{EN} : 20$
$\therefore\ \overline{EN} = \frac{40}{3}\text{cm}$
$\therefore\ \overline{MN} = \overline{EN} - \overline{EM} = \frac{40}{3} - \frac{16}{3} = 8(\text{cm})$

10. 다음 그림에서 $\overline{AB}$, $\overline{EF}$, $\overline{DC}$는 모두 $\overline{BC}$에 수직이다. 이때, $\overline{DC}$의 길이는?

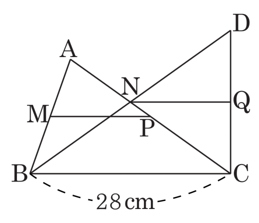


① 10　② 11　③ 12　④ 13　⑤ 14

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle EFC$에 대하여 $\angle ABC = \angle EFC$, $\angle ECF$는 공통이므로 두 삼각형은 닮은 도형이고 닮음비는 $6 : 4 = 3 : 2$이다.
$\overline{BC} : \overline{FC} = 3 : 2$이므로 $\overline{BF} : \overline{FC} = 1 : 2$, $\overline{BC} : \overline{BF} = 3 : 1$이다.
$\triangle BCD$와 $\triangle BFE$에 대하여 $\angle B$는 공통, $\angle BFE = \angle BCD$이므로 두 삼각형은 닮은 도형이고 닮음비는 $3 : 1$이다.
$\therefore\ x = 4 \times 3 = 12$

11. 오른쪽 그림에서 M, N은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BD}$의 중점이고, $\overline{MP}//\overline{BC}$, $\overline{NQ}//\overline{BC}$이다. $\overline{BC}=28\,\text{cm}$일 때, $\overline{MP}+\overline{NQ}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 28 cm

해설

삼각형의 중점연결 정리에 의하여

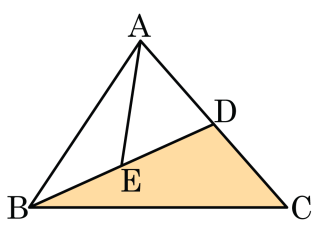
$\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 28=14(\text{cm})$

삼각형의 중점연결 정리에 의하여

$\overline{NQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 28=14(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{MP}+\overline{NQ}=14+14=28(\text{cm})$

12. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$, $\overline{BE} = \overline{DE}$ 이다. $\triangle ABE = 15\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle BCD$ 의 넓이를 구하여라.



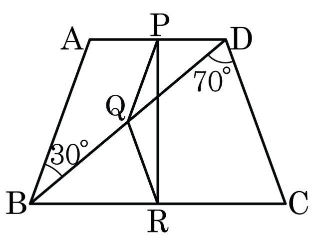
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $30\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABE = \triangle AED = 15\,\text{cm}^2$ 이고 $\triangle ABD = \triangle BCD$ 이므로 $\triangle BCD = 30\,\text{cm}^2$ 이다.

13. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BC}$의 중점을 각각 P, Q, R이라 하고, $\angle ABD = 30°$, $\angle BDC = 70°$일 때, $\angle QPR$의 크기는?



① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

중점연결정리에 의해

$\overline{PQ} \,/\!/\, \overline{AB}$, $\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{QR} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{QR} = \frac{1}{2}\overline{DC}$

$\angle ABD = \angle PQD = 30°$ (동위각)

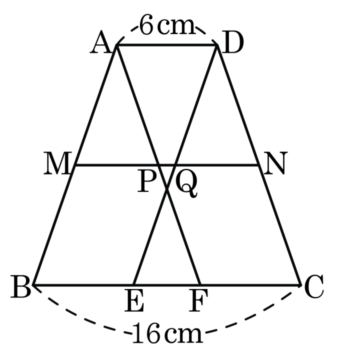
$\angle BDC = \angle BQR = 70°$ (동위각)

$\angle RQD = 110°$, $\angle PQR = 140°$

등변사다리꼴에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$이므로

$\angle QPR = \frac{180° - 140°}{2} = 20°$이다.

14. 다음 사다리꼴 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 중점이고 $\overline{AB}//\overline{DE}$, $\overline{AF}//\overline{DC}$ 이다. $\overline{AD}=6\text{cm}$, $\overline{BC}=16\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 1 cm

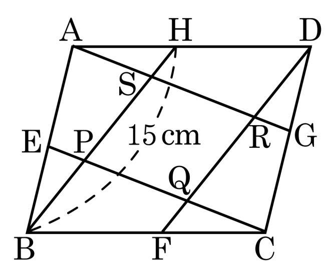
해설

$\overline{MN}=\dfrac{6+16}{2}=11$

$\overline{MQ}=\overline{PN}=\overline{AD}=6(\text{cm})$

$\overline{PQ}=6+6-11=1(\text{cm})$

15. 다음 그림에서 점 E, F, G, H 는 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점이다. $\overline{BH} = 15\text{cm}$ 일 때, $\overline{QF}$ 의 길이는?

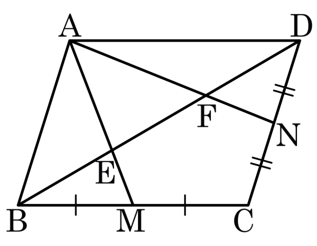


① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

$\overline{HS} = x\,\text{cm}$ 로 두면 $\triangle ARD$ 와 $\triangle CPB$ 에 대하여 $\overline{AD} = \overline{CB}$ (평행사변형의 대변)
$\angle BCE = \angle GEC = \angle EGA = \angle DAG$ (엇각)
$\angle CBP = \angle ADR$ (평행사변형 □HDFB 에서의 대각)
$\triangle ARD \equiv \triangle CPB$ (ASA 합동) 이므로 $\overline{RD} = \overline{PB}$
삼각형의 중점연결정리에 의해 $\overline{DR} = 2\overline{HS} = 2x = \overline{PB}$
또한 $\triangle BSA$ 에서도 중점연결정리에 의해 $\overline{BP} = \overline{PS} = 2x$
따라서 $\overline{BP} + \overline{PS} + \overline{SH} = 5x = 15 \therefore\ x = 3$
$\therefore \overline{QF} = \overline{HS} = 3(\text{cm})$

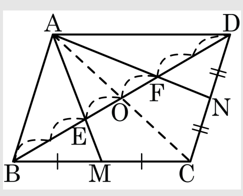
16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 변 BC , CD 의 중점을 각각 M, N 이라 하고, 대각선 BD 와 $\overline{\mathrm{AM}}$, $\overline{\mathrm{AN}}$ 과의 교점을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{\mathrm{BE}} : \overline{\mathrm{EF}} : \overline{\mathrm{FD}}$ 는?



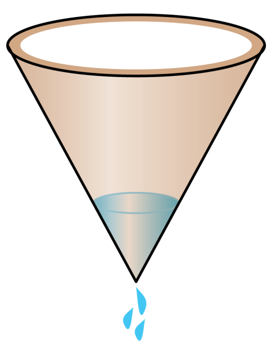
① 1 : 1 : 1　　② 1 : 2 : 1　　③ 1 : 2 : 2
④ 2 : 1 : 1　　⑤ 2 : 3 : 2

해설

대각선 AC 와 BD 의 교점을 O 라 하면 △ABC 에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \frac{2}{3}\overline{\mathrm{BO}}$, $\overline{\mathrm{EO}} = \frac{1}{3}\overline{\mathrm{BO}}$ △ACD 에서 $\overline{\mathrm{FD}} = \frac{2}{3}\overline{\mathrm{DO}}$, $\overline{\mathrm{FO}} = \frac{1}{3}\overline{\mathrm{DO}}$ 이고, $\overline{\mathrm{BO}} = \overline{\mathrm{OD}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{EF}} = \overline{\mathrm{EO}} + \overline{\mathrm{FO}} = \frac{2}{3}\overline{\mathrm{BO}}$ 이다. 따라서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{EF}} = \overline{\mathrm{FD}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{BE}} : \overline{\mathrm{EF}} : \overline{\mathrm{FD}} = 1 : 1 : 1$ 이다.



17. 다음 그림과 같은 깔대기에서 일정한 속도로 물을 버리고 있다. 전체 높이의 $\frac{1}{4}$ 만큼 남았을 때의 물의 양이 10 L 라면 지금까지 버린 물의 양을 구하여라.



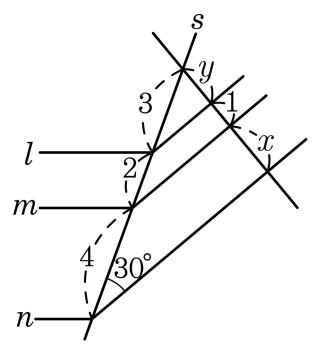
▶ 답 : ________ L

▷ 정답 : 630 L

해설

닮음비가 1 : 4 이므로 부피의 비는 1 : 64,
버린 물의 양을 x L 라 할 때
$1 : 63 = 10 : x \;\; \therefore x = 630$
$\therefore$ 630 L

18. 다음 그림과 같이 서로 평행한 직선 l, m, n 이 직선 s와 만나 $30°$로 일정하게 꺾였다.
x, y 를 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

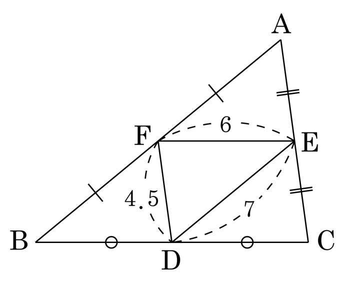
▷ 정답 : $y = \frac{3}{2}$

해설

$1 : x = 2 : 4$ 이므로 $x = 2$

$y : 1 = 3 : 2$ 이므로 $y = \frac{3}{2}$

19. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 D, E, F는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AB}$의 중점이다. 이 때, $\triangle ABC$의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AB}$

이므로 $\overline{AB} = 2\overline{DE} = 2 \times 7 = 14$

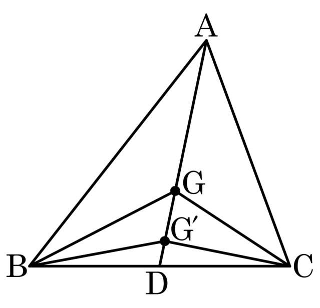
$\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{BC}$이므로 $\overline{BC} = 2\overline{EF} = 2 \times 6 = 12$

$\overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{AC}$이므로 $\overline{AC} = 2\overline{DF} = 2 \times 4.5 = 9$

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 14 + 12 + 9 = 35$

20. 다음 그림에서 점 G 와 G′ 은 각각 $\triangle\mathrm{ABC}$ 와 $\triangle\mathrm{GBC}$ 의 무게중심이고, $\overline{\mathrm{G'D}} = 3$ 일 때, $\overline{\mathrm{AG}}$ 의 길이를 구하여라.



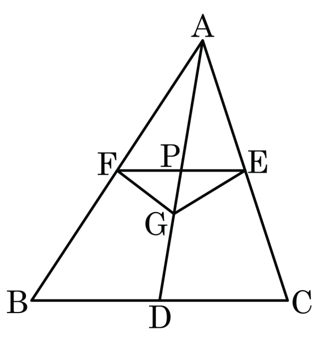
▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

점 G 와 G′ 은 각각 $\triangle\mathrm{ABC}$ 와 $\triangle\mathrm{GBC}$ 의 무게중심이므로 $\overline{\mathrm{GG}}' : \overline{\mathrm{G'D}} = 2 : 1$, $\overline{\mathrm{AG}} : \overline{\mathrm{GD}} = 2 : 1$ 이다. $\overline{\mathrm{GG}}' = 2\overline{\mathrm{G'D}}$, $\overline{\mathrm{AG}} = 6\overline{\mathrm{G'D}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{AG}} : \overline{\mathrm{GG}}' : \overline{\mathrm{G'D}} = 6 : 2 : 1$ 이다. 따라서 $\overline{\mathrm{G'D}} = 3$ 이므로 $\overline{\mathrm{AG}} = 18$ 이다.

21. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다. 점 F, E 는 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이고 $\overline{AP} = \overline{DP}$ 이고 $\triangle ABC = 18\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle FGE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

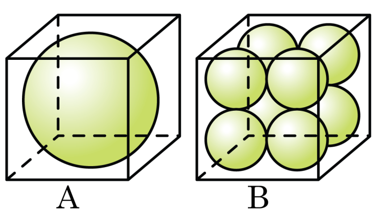
▷ 정답 : $\frac{3}{2}\ \text{cm}^2$

해설

$\overline{AP} : \overline{PG} : \overline{GD} = 3 : 1 : 2$

$$\begin{aligned}\triangle FGE &= \frac{1}{4}\square AFGE \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}\triangle ABC \\ &= \frac{1}{12} \times 18 = \frac{3}{2}(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

22. 정육면체 모양의 두 상자 A, B 안에 아래 그림과 같이 크기와 모양이 같은 구슬로 가득 채웠을 때, 큰 구슬의 겉넓이가 $3a$ 일 때, B 상자 안 구슬들의 겉넓이를 a 에 관하여 나타내면?

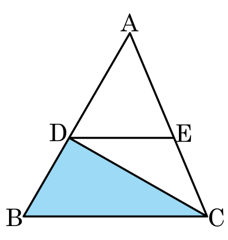


① $\frac{3}{2}a$　② $2a$　③ $4a$　④ $6a$　⑤ $\frac{9}{2}a$

해설

큰 구슬과 작은 구슬의 닮음비는 $2 : 1$ 이므로 넓이 비는 $4 : 1$ 이다. 큰 구슬 한 개의 겉넓이를 $3a$, 작은 구슬 한 개의 겉넓이를 x 라 하면 $4 : 1 = 3a : x$ 이고, $x = \frac{3}{4}a$ 이다. 따라서 B 상자 안 구슬의 겉넓이는 $\frac{3}{4}a \times 8 = 6a$ 이다.

23. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 이고 $\overline{AD} : \overline{DB} = 5 : 3$이다. $\triangle ADE$의 넓이가 $5\,cm^2$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $\frac{24}{5}$ cm^2

해설

$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$

(넓이의 비) $= 5^2 : 8^2$

$5 : \triangle ABC = 25 : 64$

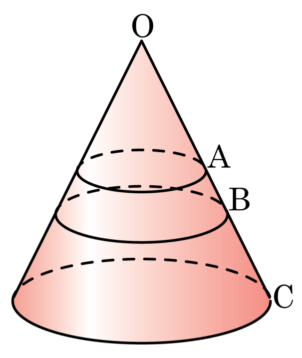
$\triangle ABC = \frac{64}{5}(cm^2)$

$\square DBCE = \frac{39}{64}\triangle ABC = \frac{39}{64} \times \frac{64}{5} = \frac{39}{5}(cm^2)$

$\triangle CED : \triangle DBC = 5 : 8$ 이므로

$\triangle DBC = \frac{8}{13}\square DBCE = \frac{8}{13} \times \frac{39}{5} = \frac{24}{5}(cm^2)$

24. 다음 그림은 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자른 것이다. $\overline{OA}$: $\overline{AB}$: $\overline{BC} = 3 : 1 : 2$ 이고, 가운데 원뿔대의 부피가 $74\,cm^3$ 일 때, 처음 원뿔의 부피를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad cm^3}$

▷ 정답 : $432\,\underline{cm^3}$

해설

$\overline{OA} : \overline{OB} : \overline{OC} = 3 : 4 : 6$

$3^3 : 4^3 : 6^3 = 27 : 64 : 216$

잘려진 입체도형의 부피의 비는

$27 : (64-27) : (216-64) = 27 : 37 : 152$

처음 원뿔의 부피를 x라 하면

$37 : 216 = 74 : x,\quad x = 432(cm^3)$

25. 실제 거리가 $0.2\,\mathrm{km}$ 인 두 지점 사이의 거리가 $2\,\mathrm{cm}$ 로 그려지는 지도가 있다. 이 지도에서 가로의 길이와 세로의 길이가 각각 $2\,\mathrm{cm}$, $4\,\mathrm{cm}$ 인 직사각형 모양의 땅의 실제 넓이는 몇 m^2 인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $80000\,\mathrm{m}^2$

해설

(축도에서의길이) $=$ (실제길이) $\times$ (축척) 에서

축척은 $\dfrac{2\mathrm{cm}}{0.2\mathrm{km}} = \dfrac{2\mathrm{cm}}{2000\mathrm{cm}} = \dfrac{1}{1000}$

즉, 지도에서의 거리와 실제 거리의 비는 $1 : 10000$ 이므로

지도에서의 넓이와 실제 넓이의 비는 $1^2 : 10000^2$

이 때, 지도에서 땅의 넓이는 $2 \times 4 = 8(\mathrm{cm}^2)$ 이므로 땅의 실제 넓이를 $x\,\mathrm{cm}^2$ 라 하면

$8 : x = 1^2 : 10000^2$

$x = 800000000(\mathrm{cm}^2)$

따라서 땅의 실제 넓이는 $80000\,\mathrm{m}^2$ 이다.