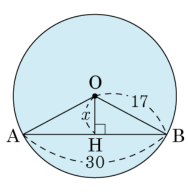
1. 다음 그림의 원 O 에서 x 의 값을 구하여라.



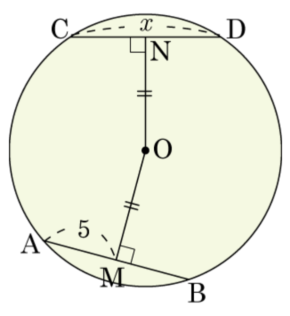
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\overline{\mathrm{BH}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}} = \frac{1}{2} \times 30 = 15$,$\therefore x = \sqrt{17^2 - 15^2} = \sqrt{64} = 8$

2. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



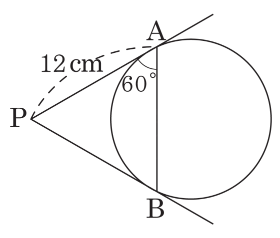
▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 10$

해설

원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 현의 길이는 같으므로 $\therefore x = 5 \times 2 = 10$

3. 다음 그림에서 직선 $\overline{\mathrm{PA}}$, $\overline{\mathrm{PB}}$ 는 원의 접선이고 점A, B 는 접점이다. $\angle\mathrm{PAB} = 60°$ 일 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이는?



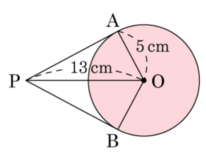
① $12\sqrt{3}$cm ② $6\sqrt{3}$cm ③ 6cm

④ 9cm ⑤ 12cm

해설

$\overline{\mathrm{PA}} = \overline{\mathrm{PB}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{ABC}$ 는 이등변삼각형이다. 그런데 $\angle\mathrm{PAB} = 60°$ 인 이등변삼각형은 정삼각형이므로 $\overline{\mathrm{AB}} = 12\mathrm{cm}$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다. $\overline{PO} = 13\text{cm}, \overline{OA} = 5\text{cm}$ 일 때, □APBO 의 둘레의 길이를 구하여라.

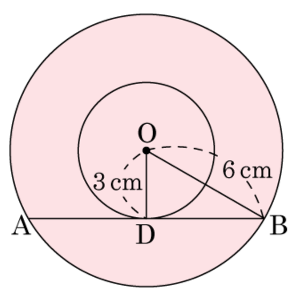


① 12cm ② 17cm ③ 18cm ④ 28cm ⑤ 34cm

해설

$\overline{AP} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12, \overline{AP} = \overline{BP}, \overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로
(사각형APBO의둘레의 길이) $= \overline{AP} + \overline{BP} + \overline{OA} + \overline{OB} = 2 \times 12 + 2 \times 5 = 34\,(\text{cm})$

5. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 의 길이는? (단, $\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이다.)



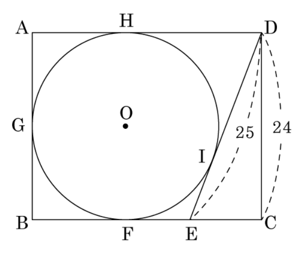
① $3\sqrt{3}$ cm　② $4\sqrt{3}$ cm　③ $6\sqrt{5}$ cm
④ $3\sqrt{5}$ cm　⑤ $6\sqrt{3}$ cm

해설

$\overline{BD} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB} = 2\overline{BD} = 3\sqrt{3} \times 2 = 6\sqrt{3}(\text{cm})$

6. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. $\overline{\mathrm{DE}}$ 가 원의 접선이고, $\overline{\mathrm{DE}} = 25$, $\overline{\mathrm{DC}} = 24$ 일 때, $\overline{\mathrm{BE}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$\overline{\mathrm{DE}} = 25$ 이므로 $\overline{\mathrm{CE}} = \sqrt{25^2 - 24^2} = 7$

$\overline{\mathrm{BE}} = x$ 라 하면

$\overline{\mathrm{AD}} = x + 7$

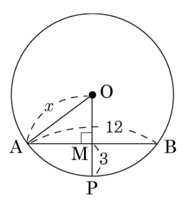
외접사각형의 성질에 의해

$\overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{BE}} + \overline{\mathrm{DA}}$

$24 + 25 = x + x + 7$

$x = 21$

7. 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{OP}$ 이고 $\overline{AB} = 12$, $\overline{MP} = 3$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



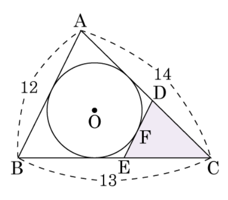
① 2 ② 4 ③ 5.5 ④ 6 ⑤ 7.5

해설

$x^2 = (x-3)^2 + 6^2$

$\therefore\ x = 7.5$

8. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$의 내접원이고, 점 F가 원 O의 접점일 때, $\triangle CDE$의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

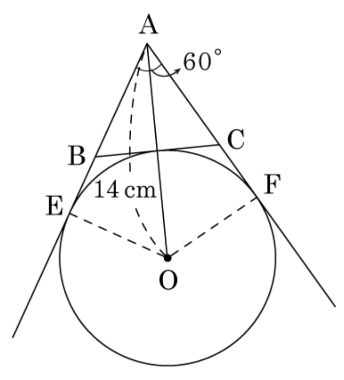
해설

원 O와 $\overline{AC}, \overline{BC}$ 와의 교점을 T, T′ 라 하고, $\overline{CT} = \overline{CT'} = x$ 라 하면

$(13 - x) + (14 - x) = 2, \quad \therefore \ x = \dfrac{15}{2}$

($\therefore$ $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이)$= \overline{CT} + \overline{CT'} = 2x = 2 \times \dfrac{15}{2} = 15$

9. 점 E , 점 F 가 원 O 와 $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AF}$ 의 접점이고, 선분 BC 가 원 O 와 내접할 때, △ABC 의 둘레의 길이는?



① $10\sqrt{3}$cm ② $12\sqrt{3}$cm ③ $14\sqrt{3}$cm

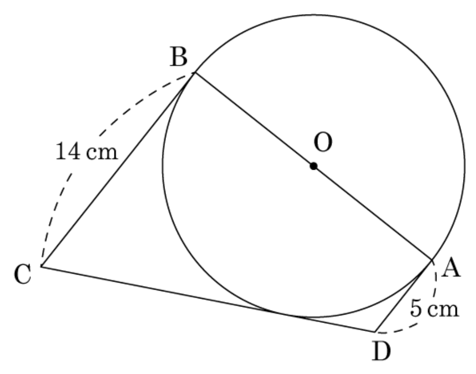
④ $16\sqrt{3}$cm ⑤ $17\sqrt{3}$cm

해설

$\overline{AE} = \overline{AF} = 7\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{AE} + \overline{AF} = 14\sqrt{3}(\text{cm})$

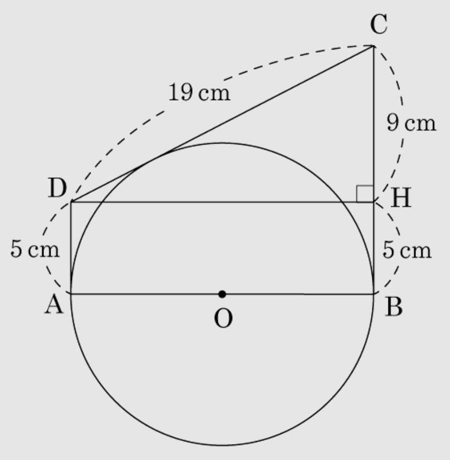
10. 다음 그림에서 원 O 는 $\overline{AD}$, $\overline{DC}$, $\overline{BC}$ 와 각각 접해있다. $\overline{AD}$ 의 길이가 5 cm , $\overline{BC}$ 가 14 cm 일 때, 원 O 의 지름의 길이는?



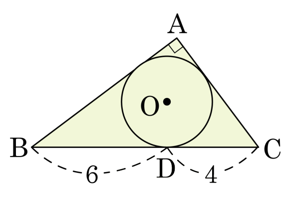
① $2\sqrt{70}$ cm ② $3\sqrt{70}$ cm ③ $4\sqrt{70}$ cm
④ $5\sqrt{70}$ cm ⑤ $6\sqrt{70}$ cm

해설

점 D 에서 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{DH} = \overline{AB}$ 이다.
$\overline{AB} = \overline{DH} = \sqrt{19^2 - 9^2} = \sqrt{280} = 2\sqrt{70}$ (cm)



11. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이다. $\triangle$ABC 의 넓이는? (단, $\overline{\mathrm{BD}} = 6$, $\overline{\mathrm{CD}} = 4$)

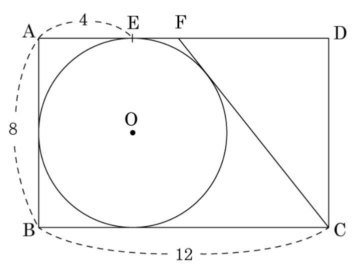


① 12 ② 24 ③ 30 ④ 36 ⑤ 48

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면
$\overline{\mathrm{AB}} = 6 + r$, $\overline{\mathrm{AC}} = 4 + r$ 이고
$\overline{\mathrm{BC}}^2 = \overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{AC}}^2$ 이므로
$10^2 = (6+r)^2 + (4+r)^2$
$100 = 36 + 12r + r^2 + 16 + 8r + r^2$
$2r^2 + 20r - 48 = 0$
$r^2 + 10r - 24 = 0$
$(r+12)(r-2) = 0$
$r > 0$ 이므로 $r = 2$
$\therefore \overline{\mathrm{AB}} = 8,\ \overline{\mathrm{AC}} = 6$
$\therefore \triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AB}} \times \overline{\mathrm{AC}} = \dfrac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$

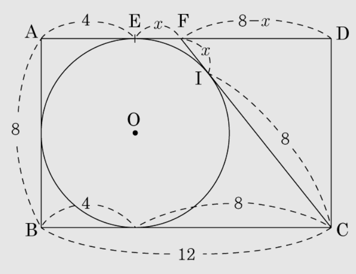
12. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. $\overline{\mathrm{DE}}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{\mathrm{EF}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

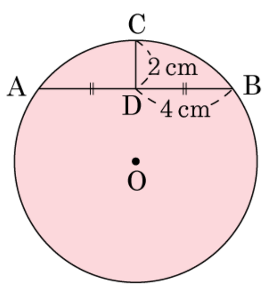
▷ 정답 : 2

해설



$\overline{\mathrm{AE}} = 4$ 이므로
$\overline{\mathrm{FI}} = \overline{\mathrm{EF}} = x$ 로 놓으면 $\overline{\mathrm{CF}} = 8 - x$
$\therefore (8 + x)^2 = 8^2 + (8 - x)^2$
$32x = 64$
$x = 2$
따라서 $\overline{\mathrm{EF}} = 2$

13. 다음 그림과 같이 호 AB 는 원 O 의 일부분이고, $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BD}}$, $\overline{\mathrm{AB}} \perp \overline{\mathrm{CD}}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이는?



① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm ④ 7 cm ⑤ 8 cm

해설

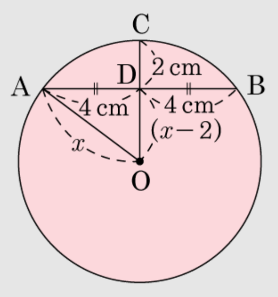
원 O 의 반지름의 길이를 x cm 라 하면

$x^2 = 4^2 + (x-2)^2$

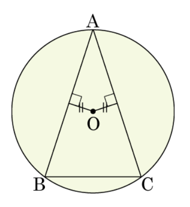
$x^2 = 16 + x^2 - 4x + 4$

$4x = 20$

$\therefore x = 5(\mathrm{cm})$



14. 다음 그림의 원 O 에서 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BC}} = 5\pi, \angle\mathrm{BAC} = 20^\circ$ 일 때, 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{\mathrm{ABC}}$ 의 길이는?

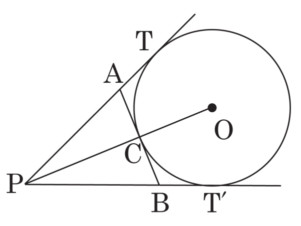


① 18π ② 22π ③ 25π ④ 30π ⑤ 32π

해설

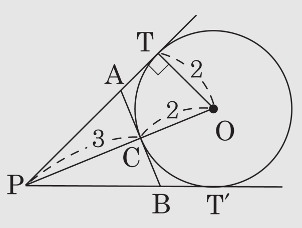
원의 중심에서 현이 이르는 거리가 같으면 두 현의 길이가 같으므로 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 인 이등변 삼각형이다.
$\angle\mathrm{A} = 20^\circ$ 이므로 $\angle\mathrm{ABC} = 80^\circ$
또한 원주각의 크기에 호의 길이는 비례하므로
5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BC}} = \angle\mathrm{ACB} : \angle\mathrm{BAC}$
5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}} : 5\pi = 80^\circ : 20^\circ$
$\therefore$ 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}} = 20\pi$
5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{\mathrm{ABC}}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ + 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ 이므로
$\therefore$ 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{\mathrm{ABC}} = 20\pi + 5\pi = 25\pi$

15. 다음 그림에서 원 O 는 $\overline{AB}$ 와 점 C 에서 접하고, $\overline{PA}$ 와 $\overline{PB}$ 의 연장선과 두 점 T, T′ 에서 각각 접한다. $\overline{PC} = 3\text{cm}$, $\overline{CO} = 2\text{cm}$ 일 때, $\overline{PT} + \overline{PT'}$ 의 값은?



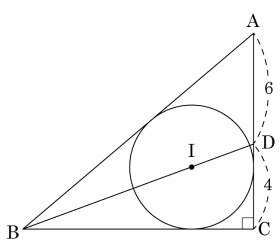
① $\dfrac{\sqrt{21}}{2}\text{cm}$　② $\sqrt{21}\text{cm}$　③ $2\sqrt{21}\text{cm}$
④ $\sqrt{29}\text{cm}$　⑤ $2\sqrt{29}\text{cm}$

해설



$\triangle POT$ 에서 $\overline{OP} = 5\text{cm}, \overline{OT} = 2\text{cm}$ 이므로
$\overline{PT} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}\text{cm}$
$\overline{PT} = \overline{PT'}$　$\therefore \overline{PT} + \overline{PT'} = \sqrt{21} \times 2 = 2\sqrt{21}\text{cm}$

16. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내심을 I 라 하고, $\overline{BI}$ 의 연장선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AD} = 6, \overline{CD} = 4$ 이다. 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $5 - \sqrt{5}$

해설

$\overline{BD}$ 가 $\angle ABC$ 의 이등분선이므로 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{CD} = 6 : 4 = 3 : 2$

$\overline{AB} = 3a, \overline{BC} = 2a$ 로 놓으면

$9a^2 = 4a^2 + 100$

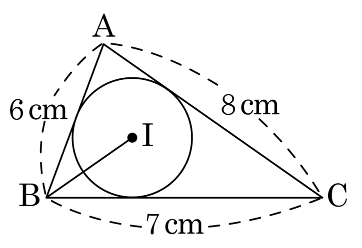
$5a^2 = 100$

$a = 2\sqrt{5} (\because a > 0)$

$\frac{1}{2} \times 10 \times 4\sqrt{5} = \frac{1}{2} \times r \times (10 + 10\sqrt{5})$

$\therefore r = 5 - \sqrt{5}$

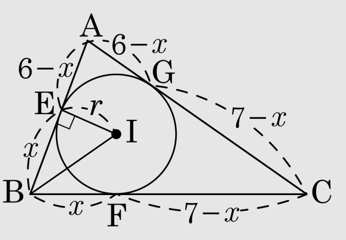
17. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\text{cm}$, $\overline{CA} = 8\text{cm}$ 인 $\triangle ABC$ 에 원 I 가 내접할 때, $\overline{BI}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{10}$

해설



위의 그림과 같이 $\triangle ABC$ 와 내접원 I 의 접점을 각각 E, F, G 라 한다. 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원의 중심이므로 $\overline{IE} = r$, $\overline{BE} = x$ 라 하면 $\overline{BF} = \overline{BE} = x$, $\overline{CG} = \overline{CF} = 7 - x$, $\overline{AG} = \overline{AE} = 6 - x$

$\overline{AC} = (6 - x) + (7 - x) = 8 \therefore x = \frac{5}{2}$

헤론의 공식에 의해 $s = \frac{6 + 7 + 8}{2} = \frac{21}{2}$ 이므로

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \sqrt{s(s-6)(s-7)(s-8)} \\ &= \sqrt{\frac{21}{2} \times \frac{9}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{5}{2}} \\ &= \frac{21\sqrt{15}}{4}\end{aligned}$$

내접원 I 의 반지름이 r 이므로

$\frac{r}{2}(6 + 7 + 8) = \frac{21\sqrt{15}}{4}$

$\therefore r = \frac{\sqrt{15}}{2}$

직각삼각형 BIE 에서 $\overline{BI}^2 = \left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 10$

$\therefore \overline{BI} = \sqrt{10} (\because \overline{BI} > 0)$