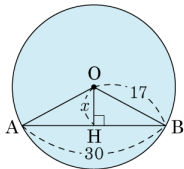


1. 다음 그림의 원 O 에서 x 의 값을 구하여라.



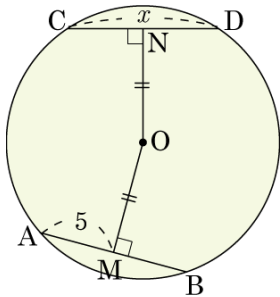
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\overline{BH} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 30 = 15, \therefore x = \sqrt{17^2 - 15^2} = \sqrt{64} = 8$$

2. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



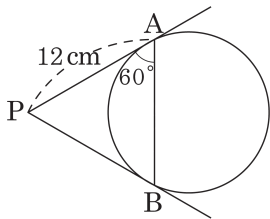
▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 10$

해설

원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 현의 길이는 같으므로 $\therefore x = 5 \times 2 = 10$

3. 다음 그림에서 직선 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\angle PAB = 60^\circ$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $12\sqrt{3}\text{cm}$

② $6\sqrt{3}\text{cm}$

③ 6cm

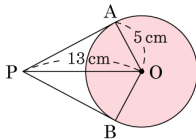
④ 9cm

⑤ 12cm

해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle PAB$ 는 이등변삼각형이다. 그런데 $\angle PAB = 60^\circ$ 인 이등변삼각형은 정삼각형이므로 $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다. $\overline{PO} = 13\text{cm}$, $\overline{OA} = 5\text{cm}$ 일 때, $\square APBO$ 의 둘레의 길이를 구하여라.

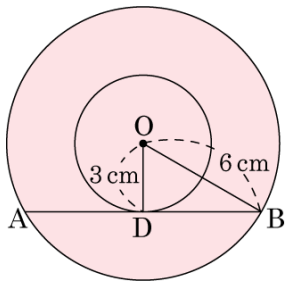


- ① 12cm ② 17cm ③ 18cm ④ 28cm ⑤ 34cm

해설

$\overline{AP} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$, $\overline{AP} = \overline{BP}$, $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로
 (사각형 $APBO$ 의 둘레의 길이) $= \overline{AP} + \overline{BP} + \overline{OA} + \overline{OB} = 2 \times 12 + 2 \times 5 = 34 (\text{cm})$

5. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 의 길이는? (단, $\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이다.)



① $3\sqrt{3}$ cm

② $4\sqrt{3}$ cm

③ $6\sqrt{5}$ cm

④ $3\sqrt{5}$ cm

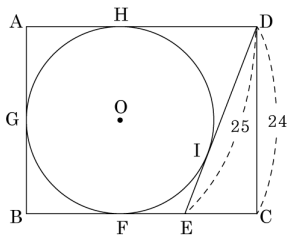
⑤ $6\sqrt{3}$ cm

해설

$$\overline{BD} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{BD} = 3\sqrt{3} \times 2 = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

6. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. $\overline{DE} = 25$, $\overline{DC} = 24$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$\overline{DE} = 25 \text{ 이므로 } \overline{CE} = \sqrt{25^2 - 24^2} = 7$$

$\overline{BE} = x$ 라 하면

$$\overline{AD} = x + 7$$

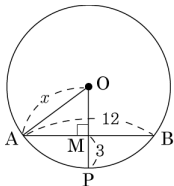
외접사각형의 성질에 의해

$$\overline{AB} + \overline{DE} = \overline{BE} + \overline{DA}$$

$$24 + 25 = x + x + 7$$

$$x = 21$$

7. 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{OP}$ 이고 $\overline{AB} = 12$, $\overline{MP} = 3$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



① 2

② 4

③ 5.5

④ 6

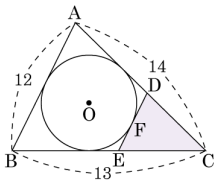
⑤ 7.5

해설

$$x^2 = (x - 3)^2 + 6^2$$

$$\therefore x = 7.5$$

8. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 점 F가 원 O의 접점일 때, $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

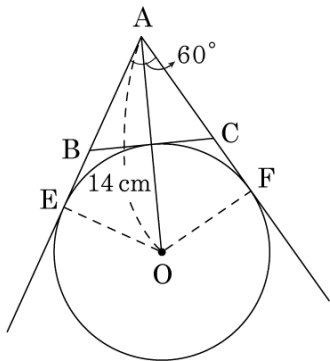
해설

원 O와 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 와의 교점을 T, T' 라 하고, $\overline{CT} = \overline{CT'} = x$ 라 하면

$$(13 - x) + (14 - x) = 2, \quad \therefore x = \frac{15}{2}$$

$$(\therefore \triangle CDE \text{의 둘레의 길이}) = \overline{CT} + \overline{CT'} = 2x = 2 \times \frac{15}{2} = 15$$

9. 점 E, 점 F가 원 O와 $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AF}$ 의 접점이고, 선분 BC가 원 O와 내접할 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



① $10\sqrt{3}\text{cm}$

② $12\sqrt{3}\text{cm}$

③ $14\sqrt{3}\text{cm}$

④ $16\sqrt{3}\text{cm}$

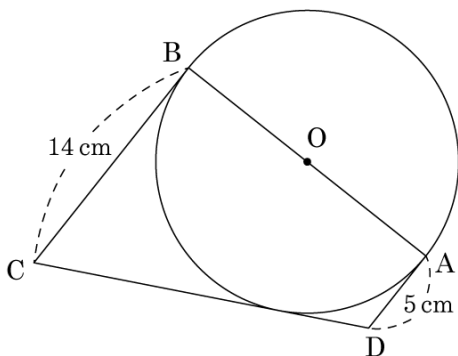
⑤ $17\sqrt{3}\text{cm}$

해설

$$\overline{AE} = \overline{AF} = 7\sqrt{3}\text{cm}, \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CF} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{AE} + \overline{AF} = 14\sqrt{3}(\text{cm})$$

10. 다음 그림에서 원 O 는 $\overline{AD}$, $\overline{DC}$, $\overline{BC}$ 와 각각 접해있다. $\overline{AD}$ 의 길이가 5 cm, $\overline{BC}$ 가 14 cm 일 때, 원 O 의 지름의 길이는?

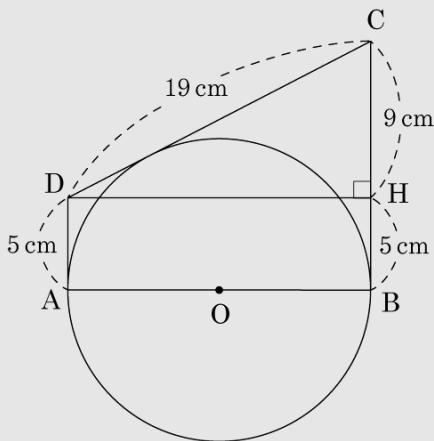


- ① $2\sqrt{70}$ cm ② $3\sqrt{70}$ cm ③ $4\sqrt{70}$ cm
 ④ $5\sqrt{70}$ cm ⑤ $6\sqrt{70}$ cm

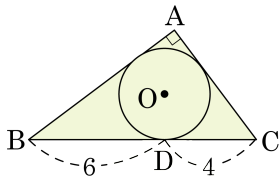
해설

점 D 에서 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{DH} = \overline{AB}$ 이다.

$$\overline{AB} = \overline{DH} = \sqrt{19^2 - 9^2} = \sqrt{280} = 2\sqrt{70} \text{ (cm)}$$



11. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이다. $\triangle ABC$ 의 넓이는? (단, $\overline{BD} = 6$, $\overline{CD} = 4$)



① 12

② 24

③ 30

④ 36

⑤ 48

해설

원 O의 반지름의 길이를 r 라 하면

$\overline{AB} = 6 + r$, $\overline{AC} = 4 + r$ 이고

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 이므로

$$10^2 = (6 + r)^2 + (4 + r)^2$$

$$100 = 36 + 12r + r^2 + 16 + 8r + r^2$$

$$2r^2 + 20r - 48 = 0$$

$$r^2 + 10r - 24 = 0$$

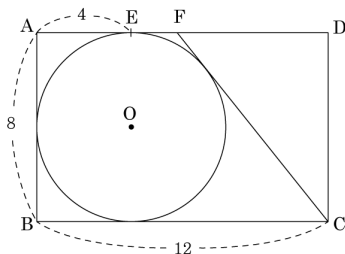
$$(r + 12)(r - 2) = 0$$

$$r > 0 \text{ 이므로 } r = 2$$

$$\therefore \overline{AB} = 8, \overline{AC} = 6$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$$

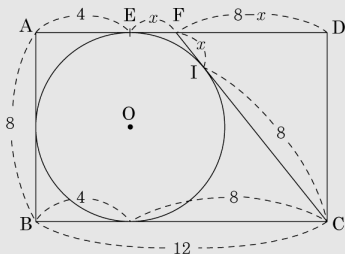
12. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다.
DE 가 원 O 의 접선일 때, EF 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설



$\overline{AE} = 4$ 이므로

$\overline{FI} = \overline{EF} = x$ 로 놓으면 $\overline{CF} = 8 - x$

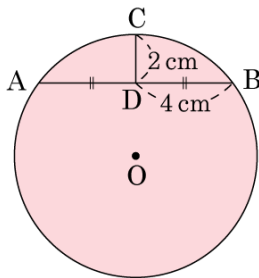
$$\therefore (8 + x)^2 = 8^2 + (8 - x)^2$$

$$32x = 64$$

$$x = 2$$

따라서 $\overline{EF} = 2$

13. 다음 그림과 같이 호 AB는 원 O의 일부분이고, $\overline{AD} = \overline{BD}$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이는?



① 4 cm

② 5 cm

③ 6 cm

④ 7 cm

⑤ 8 cm

해설

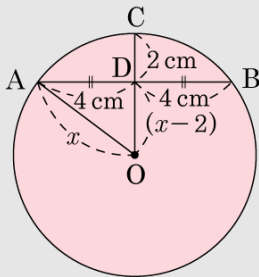
원 O의 반지름의 길이를 x cm라 하면

$$x^2 = 4^2 + (x - 2)^2$$

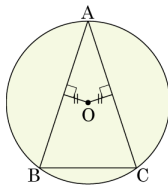
$$x^2 = 16 + x^2 - 4x + 4$$

$$4x = 20$$

$$\therefore x = 5(\text{cm})$$



14. 다음 그림의 원 O 에서 $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5\pi, \angle BAC = 20^\circ$ 일 때,
 $5.0\text{pt}\widehat{24.88\text{pt}}_{ABC}$ 의 길이는?



① 18π

② 22π

③ 25π

④ 30π

⑤ 32π

해설

원의 중심에서 현이 이르는 거리가 같으면 두 현의 길이가 같으므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변 삼각형이다.

$\angle A = 20^\circ$ 이므로 $\angle ABC = 80^\circ$

또한 원주각의 크기에 호의 길이는 비례하므로

$$5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5.0\text{pt}\widehat{BC} = \angle ACB : \angle BAC$$

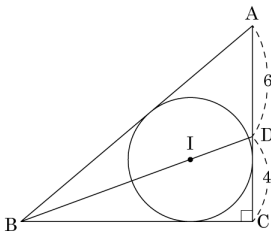
$$5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5\pi = 80^\circ : 20^\circ$$

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{AB} = 20\pi$$

$$5.0\text{pt}\widehat{24.88\text{pt}}_{ABC} = 5.0\text{pt}\widehat{AB} + 5.0\text{pt}\widehat{BC} \text{ 이므로}$$

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{24.88\text{pt}}_{ABC} = 20\pi + 5\pi = 25\pi$$

16. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내심을 I 라 하고, $\overline{BI}$ 의 연장선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AD} = 6, \overline{CD} = 4$ 이다. 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $5 - \sqrt{5}$

해설

$\overline{BD}$ 가 $\angle ABC$ 의 이등분선이므로 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{CD} = 6 : 4 = 3 : 2$

$\overline{AB} = 3a, \overline{BC} = 2a$ 로 놓으면

$$9a^2 = 4a^2 + 100$$

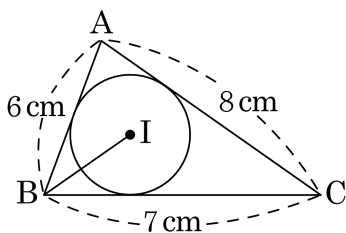
$$5a^2 = 100$$

$$a = 2\sqrt{5} (\because a > 0)$$

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 4\sqrt{5} = \frac{1}{2} \times r \times (10 + 10\sqrt{5})$$

$$\therefore r = 5 - \sqrt{5}$$

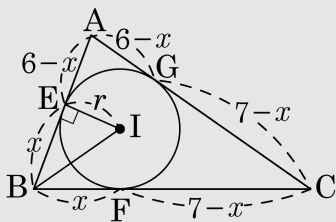
17. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\text{cm}$, $\overline{CA} = 8\text{cm}$ 인 $\triangle ABC$ 에 원 I 가 내접할 때, $\overline{BI}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{10}$

해설



위의 그림과 같이 $\triangle ABC$ 와 내접원 I 의 접점을 각각 E, F, G 라 한다. 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원의 중심이므로 $\overline{IE} = r$, $\overline{BE} = x$ 라 하면 $\overline{BF} = \overline{BE} = x$, $\overline{CG} = \overline{CF} = 7 - x$, $\overline{AG} = \overline{AE} = 6 - x$

$$\overline{AC} = (6 - x) + (7 - x) = 8 \therefore x = \frac{5}{2}$$

헤론의 공식에 의해 $s = \frac{6 + 7 + 8}{2} = \frac{21}{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \sqrt{s(s-6)(s-7)(s-8)} \\ &= \sqrt{\frac{21}{2} \times \frac{9}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{5}{2}} \\ &= \frac{21\sqrt{15}}{4} \end{aligned}$$

내접원 I 의 반지름이 r 이므로

$$\frac{r}{2}(6 + 7 + 8) = \frac{21\sqrt{15}}{4}$$

$$\therefore r = \frac{\sqrt{15}}{2}$$

$$\text{직각삼각형 BIE 에서 } \overline{BI}^2 = \left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 10$$

$$\therefore \overline{BI} = \sqrt{10} (\because \overline{BI} > 0)$$