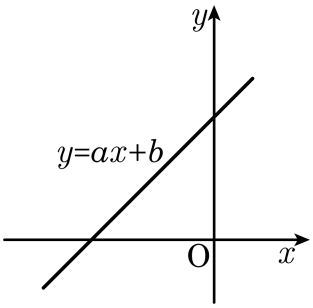
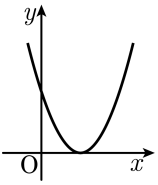
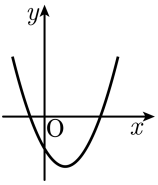
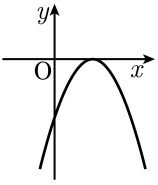
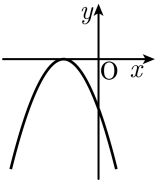
1. 다음 보기는 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 다음 중 이차함수 $y = bx^2 - ax - ab$ 의 그래프는?

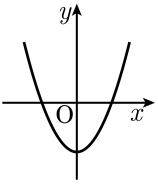


① 

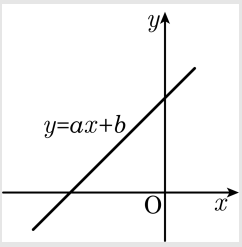
② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

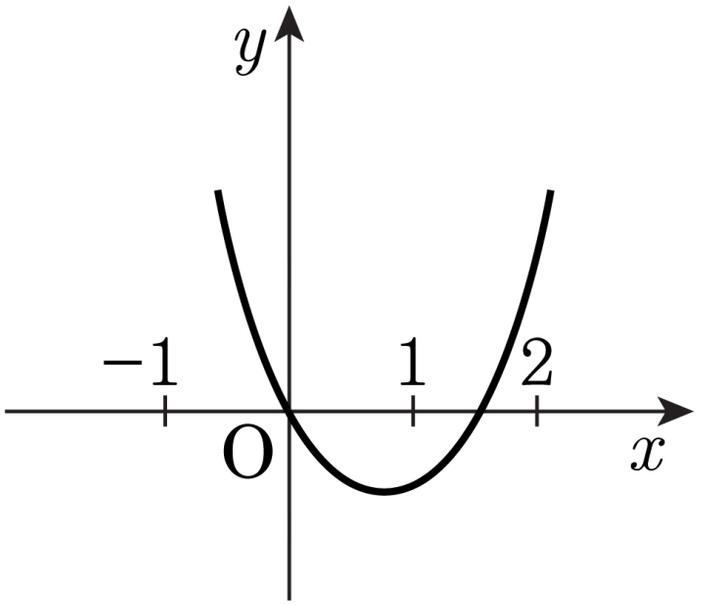


의 그래프는 오른쪽 위로 향하므로 기울기도 양수이고 y 절편이 양수이다.

따라서 $a > 0$, $b > 0$ 이므로 $y = bx^2 - ax - ab$ 에서 $b > 0$ 이므로 아래로 볼록하고,

$\frac{a}{b} > 0$ 이므로 축이 y 축의 오른쪽에 있고, $-ab < 0$ 이므로 y 절편이 음수인 그래프이다.

2. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b, c 의 부호 또는 값을 구하면?



① $a > 0, b > 0, c > 0$

② $a > 0, b > 0, c = 0$

③ $a > 0, b < 0, c > 0$

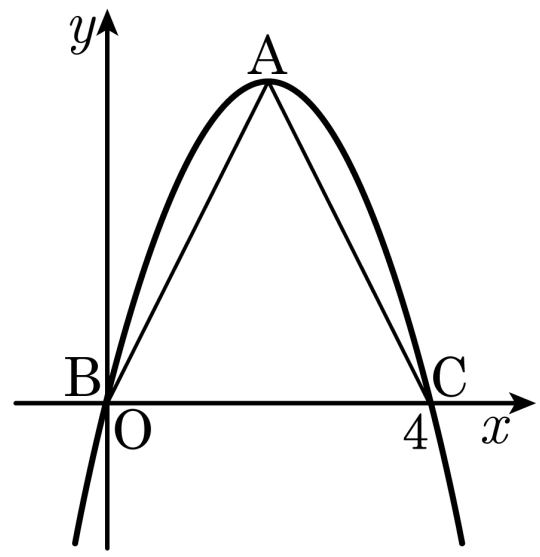
④ $a > 0, b < 0, c = 0$

⑤ $a > 0, b < 0, c < 0$

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 점 $(0, 0)$ 을 지나므로 $c = 0$
아래로 볼록하므로 $a > 0$
축이 양수이므로 $b < 0$

3. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 포물선의 x 축과의 교점을 B, C, 꼭짓점을 A 라고 할 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

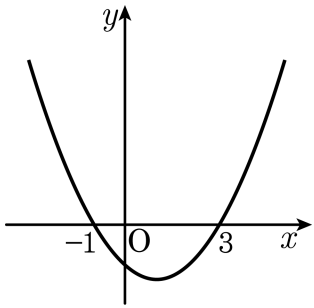
해설

$y = -x^2 + bx + c$ 에 $(0,\ 0)$, $(4,\ 0)$ 을 대입하여 연립하여 풀면 $b = 4$, $c = 0$ 이다.

$y = -x^2 + 4x$, $y = -(x-2)^2 + 4$ 이므로, 꼭짓점 $A(2,\ 4)$ 이다.

따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 8$ 이다.

4. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. <보기> 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?



보기

㉠ $b^2 - 4ac > 0$

㉡ $abc < 0$

㉢ $a - b + c < 0$

㉣ $9a + 3b + c > 0$

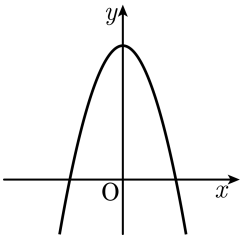
㉤ $a + b + c < 4a + 2b + c$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$
$\therefore b < 0$
y 절편이 음수이므로 $c < 0$
㉠ x 축과의 교점이 2 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$
㉡ $abc > 0$
㉢ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c = 0$
㉣ $x = 3$ 일 때, $y = 9a + 3b + c = 0$
㉤ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c$, $x = 2$ 일 때, $y = 4a + 2b + c$,
$a + b + c < 4a + 2b + c$

5. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점이 y 축 위에 있을 때, 이차함수 $y = cx^2 - ax + b$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 말하여라.



▶ 답: 사분면

▶ 답: 사분면

▶ 답: 사분면

▷ 정답: 제 1 사분면

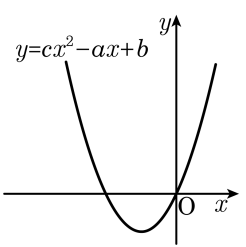
▷ 정답: 제 2 사분면

▷ 정답: 제 3 사분면

해설

$a < 0, c > 0$ 이고 축이 y 축 위에 있으므로 $b = 0$ 이다.

$y = cx^2 - ax + b$ 에서 아래로 볼록하고 y 축과 만나는 점이 원점이며 $-ac > 0$ 이므로 축은 y 축의 왼쪽에 있다. 따라서 지나는 사분면은 제1, 2, 3사분면이다.



6. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 3$ 의 그래프의 축과 직선 $x = -2$는 y 축에 대해 서로 대칭일 때, $\frac{a^2}{b^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{16}$

해설

$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + 3 = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + 3$ 이므로 대칭축은

$x = -\frac{b}{2a}$ 이다.

이 축이 $x = -2$ 와 y 축에 대해 대칭이므로 대칭축은 $x = 2$ 이다.

$-\frac{b}{2a} = 2, \frac{b}{a} = -4, \frac{a}{b} = -\frac{1}{4}$

$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{1}{16}$

7. 포물선 $y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 의

x 절편을 α, β $(\alpha > \beta)$ 라고 하면

$\alpha + \beta = -2a$, $\alpha\beta = a - \frac{1}{2}$ 이다.

$\alpha - \beta = 1$ 이므로

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이다.

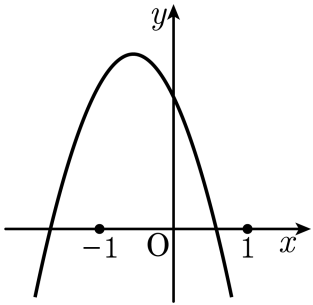
$1 = 4a^2 - 4a + 2$

$4a^2 - 4a + 1 = 0$

$(2a - 1)^2 = 0$

$\therefore a = \frac{1}{2}$

8. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 구하면?



① $a > 0$ ② $b < 0$ ③ $c < 0$

④ $a + b + c > 0$ ⑤ $a - b + c < 0$

해설

① 위로 볼록하므로 $a < 0$

② 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$

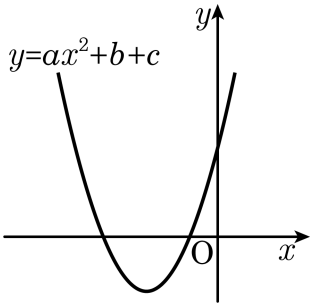
따라서 $b < 0$ 이다.

③ y 절편이 양수이므로 $c > 0$

④ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c < 0$

⑤ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c > 0$

9. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $a + b + c > 0$ ② $a < 0$ ③ $b > 0$

④ $c < 0$ ⑤ $a - b + c < 0$

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$

축의 방정식 $x = -\dfrac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b > 0$

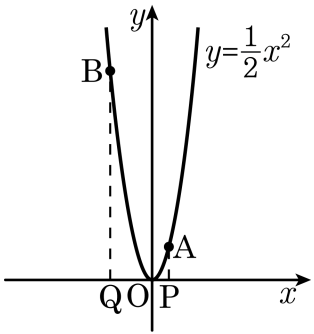
y 절편이 양수이므로 $c > 0$

한편 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면

① $f(1) = a + b + c > 0$

⑤ $f(-1) = a - b + c$: 판단할 수 없다.

10. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위의 두 점 A, B에 대하여 A의 좌표는 $(4, 8)$ 이고, B의 x좌표는 음수이다. 점 A, B에서 각각 x축에 수선 $\overline{AP}$, $\overline{BQ}$를 그으면 $\overline{AP} : \overline{BQ} = 4 : 25$가 된다. 이 때, $\overline{PQ}$의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$\overline{AP} : \overline{BQ} = 4 : 25$에서 점 A의 y좌표는
$4 : 25 = 8 : y$
$\therefore y = 50$ 따라서, 점 B의 y좌표는 50이다.
$y = \frac{1}{2}x^2$에 $y = 50$을 대입하면 $50 = \frac{1}{2}x^2, x^2 = 100x < 0$이므로
$x = -10$이 되고 점 B의 x좌표는 -10이다.
따라서 $\overline{QO} = 10$, $\overline{PO} = 4$이므로 $\overline{PQ} = 14$이다.