

1. 등식  $\frac{a}{1+i} + \frac{b}{1-i} = -5$ 를 만족하는 두 실수  $a+b$ 의 값을 구하시오  
(단,  $i = \sqrt{-1}$ )

▶ 답:

▷ 정답: -10

해설

주어진 식의 양변에  $(1+i)(1-i)$ 를 곱하면  
 $a(1-i) + b(1+i) = -10$ ,  $(a+b) + (b-a)i = -10$   
 $\therefore a+b = -10$ ,  $b-a = 0$

2. 복소수  $(1+i)x^2 - (1-4i)x - (2-3i)$ 가 실수일 때의  $x$ 값과 순허수일 때의  $x$ 값을 모두 곱한 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

준식을 전개하여 실수부와 허수부로 정리하면

$$(x^2 - x - 2) + (x^2 + 4x + 3)i$$

실수가 되기 위해서는  $x^2 + 4x + 3 = 0$

$$(x+1)(x+3) = 0 \therefore x = -3, -1$$

순허수가 되기 위해서는

$$x^2 - x - 2 = 0 \text{이고 } x^2 + 4x + 3 \neq 0$$

$$x = -1, 2 \text{이고 } x \neq -3, -1 \therefore x = 2$$

$$(-3) \times (-1) \times 2 = 6$$

3.  $a = \frac{1+i}{1-i}$  일 때,  $a + a^2 + a^3 + \dots + a^{100}$  의 값을 구하면?

- ①  $i$       ②  $-i$       ③  $-1$       ④  $1$       ⑤  $0$

해설

$$a = \frac{1+i}{1-i} = i$$

$$a + a^2 + a^3 + a^4 = i - 1 - i + 1 = 0 \text{ 이고}$$

$$\therefore (a + a^2 + a^3 + a^4) + \dots + (a^{97} + a^{98} + a^{99} + a^{100}) = 0$$

4. 다음 중  $(2+3i)z+(2-3i)\bar{z}=2$ 를 만족하는 복소수  $z$ 의 개수는? (단,  $\bar{z}$ 는  $z$ 의 켈레복소수)

- ① 없다.                      ② 1 개                      ③ 2 개  
④ 3 개                      ⑤ 무수히 많다.

해설

$z = a + bi$ 로 놓으면  $\bar{z} = a - bi$  (단,  $a, b$ 는 실수)이므로 주어진 식에 대입하면  
 $(2+3i)(a+bi) + (2-3i)(a-bi) = 2$   
 $(2a-3b) + (3a+2b)i + (2a-3b) - (3a+2b)i = 2$   
 $2(2a-3b) = 2$   
 $\therefore 2a-3b = 1$   
따라서  $2a-3b=1$ 을 만족하는  $a, b$ 는 무수히 많고,  $z = a + bi$ 이므로 문제의 조건을 만족하는  $z$ 가 무수히 많음을 알 수 있다.

5.  $\alpha = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$  일 때,  $\alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5$  의 값을 구하면?

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \\ 2\alpha &= -1 + \sqrt{3}i \\ 2\alpha + 1 &= \sqrt{3}i \\ \text{양변을 제곱하여 정리하면} \\ \alpha^2 + \alpha + 1 &= 0 \\ \alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5 & \\ &= \alpha(\alpha^2 + \alpha + 1) + (\alpha^2 + \alpha + 1) + 4 \\ &= 4\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \alpha + 1 = 0 \text{ 을 얻은 후 } \alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5 \text{ 를 } \alpha^2 + \alpha + 1 \text{ 로} \\ \text{나누면} \\ \alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5 & \\ &= (\alpha^2 + \alpha + 1)(\alpha + 1) + 4 \\ &= 4 (\because \alpha^2 + \alpha + 1 = 0)\end{aligned}$$