

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $i^2 = -1$

② $x^2 = -4$ 를 만족하는 실수는 존재하지 않는다.

③ $\sqrt{-9} = 3i$

④ 2는 복소수이다.

⑤ $a + bi$ 에서 $b = 0$ 이면 실수이다. (단, a, b 는 실수)

해설

④ $2 = 2 + 0 \cdot i$ 이므로 복소수이다.

2. 등식 $2x + (y + 1)i = 6 - i$ 를 만족하는 실수 x, y 의 값은?

- ① $x = 3, y = -2$ ② $x = 3, y = 0$ ③ $x = 4, y = -2$
④ $x = 4, y = 0$ ⑤ $x = -1, y = 4$

해설

$$(2x - 6) + (y + 2)i = 0$$

x, y 는 실수이므로, $2x - 6 = 0, y + 2 = 0$

$$\Rightarrow x = 3, y = -2$$

3. $(2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2$ 의 값은?

① $8\sqrt{3}i$

② $4\sqrt{3}i$

③ -2

④ 0

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & (2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2 \\ &= (4 + 4\sqrt{3}i + 3i^2) + (4 - 4\sqrt{3}i + 3i^2) \\ &= 1 + 4\sqrt{3}i + 1 - 4\sqrt{3}i = 2 \end{aligned}$$

4. 방정식 $|x - 1| = 5$ 의 모든 해의 합은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$|x - 1| = 5$ 에서 $x - 1 = \pm 5$

(i) $x - 1 = 5$ 일 때, $x = 6$

(ii) $x - 1 = -5$ 일 때, $x = -4$

따라서 방정식의 두 실근의 합은

$$6 + (-4) = 2$$

5. 이차방정식 $(x-1)(x+3)=7$ 의 해는?

① $\frac{-2 \pm \sqrt{11}}{2}$

② $\frac{-1 \pm \sqrt{11}}{2}$

③ $-2 \pm \sqrt{11}$

④ $-1 \pm \sqrt{11}$

⑤ $1 \pm \sqrt{11}$

해설

$$(x-1)(x+3)=7, x^2+2x-3-7=0,$$

$$x^2+2x-10=0$$

$$\text{근의 공식에 의해 } x = -1 \pm \sqrt{1^2 + 10} = -1 \pm \sqrt{11}$$

6. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$a + b = 3, ab = 1$ 이므로

$$\therefore (a^2 + b^2) = (a + b)^2 - 2ab = 3^2 - 2 \cdot 1 = 7$$

7. 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 최댓값 또는 최솟값과 그 때의 x 의 값은?

① $x = 2$ 일 때, 최댓값은 4

② $x = -2$ 일 때, 최댓값은 4

③ $x = 4$ 일 때, 최댓값은 4

④ $x = 2$ 일 때, 최솟값은 4

⑤ $x = 4$ 일 때, 최솟값은 0

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 4x \\ &= -(x-2)^2 + 4 \end{aligned}$$

따라서 $x = 2$ 일 때, 최댓값 4를 갖는다.

8. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 7$ ($-3 \leq x \leq 1$)의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 4

② 7

③ 8

④ 11

⑤ 12

해설

$y = -x^2 - 2x + 7 = -(x + 1)^2 + 8$ 이므로
꼭짓점의 좌표는 $(-1, 8)$ 이고, 위로 볼록한 포물선이다.

주어진 구간의 양 끝값을 구하면,

$$x = -3 \text{ 일 때 } y = -(-3 + 1)^2 + 8 = 4$$

$$x = 1 \text{ 일 때 } y = -(1 + 1)^2 + 8 = 4 \text{ 이다.}$$

따라서 최댓값 $a = 8$ 이고, 최솟값 $b = 4$ 이므로 $a + b = 12$

9. $i(x + 2i)^2$ 이 실수가 되는 실수 x 의 값을 정하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

$$\begin{aligned} i(x + 2i)^2 &= i(x^2 + 4ix - 4) = x^2i - 4x - 4i \\ &= -4x + (x^2 - 4)i \end{aligned}$$

실수가 되려면 허수부분이 0이면 된다.

$$\therefore x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

10. 이차식 $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4$ 가 x 에 대하여 완전제곱식이 될 때, 상수 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차식이 완전제곱식이 되면

$$\text{이차방정식 } x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4 = 0$$

이 중근을 갖는다.

$$\text{따라서, } \frac{D}{4} = (k-1)^2 - (2k^2 - 6k + 4) = 0$$

위의 식을 정리하면

$$-k^2 + 4k - 3 = 0$$

$$k^2 - 4k + 3 = 0$$

$$(k-1)(k-3) = 0 \text{에서}$$

$$k = 1 \text{ 또는 } k = 3$$

11. $x^2 - px + q = 0$ 의 두 근이 α, β 이다. $\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = 2$ 일 때 $p^2 + q^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

두 근의 합이 3이므로 $p = 3$,
두 근의 곱이 2이므로 $q = 2$ 이다.
따라서 $p^2 + q^2 = 9 + 4 = 13$

12. 다음 이차함수의 최댓값 또는 최솟값이 옳게 짝지어진 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 1 \Rightarrow x = -1$ 일 때, 최댓값 $-\frac{3}{2}$

② $y = -\frac{1}{2}x^2 - x - 2 \Rightarrow x = -1$ 일 때, 최솟값 $-\frac{3}{2}$

③ $y = -3x^2 + 2x - 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$ 일 때, 최댓값 $-\frac{2}{3}$

④ $y = 2x^2 + 12x \Rightarrow x = 3$ 일 때, 최댓값 -3

⑤ $y = -x^2 + 5x - 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $-\frac{5}{4}$

해설

① $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 1 = \frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$

$\Rightarrow x = -1$ 일 때, 최솟값 $-\frac{3}{2}$

② $y = -\frac{1}{2}x^2 - x - 2 = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$

$\Rightarrow x = -1$ 일 때, 최댓값 $-\frac{3}{2}$

④ $y = 2x^2 + 12x = 2(x+3)^2 - 18$

$\Rightarrow x = -3$ 일 때, 최솟값 -18

⑤ $y = -x^2 + 5x - 5 = -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$

$\Rightarrow x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{5}{4}$

13. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동시켰을 때, 최댓값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = -2(x + 3)^2 + 4$$

따라서 $x = -3$ 일 때, 최댓값은 4 이다.

14. 그래프의 모양이 $y = -2x^2$ 과 같고 $x = 1$ 일 때 최댓값 5 를 갖는다.
이때, 이 함수의 식은?

① $y = -2x^2 - 4x + 4$

② $y = -2x^2 - 4x + 5$

③ $y = -2x^2 + 4x - 3$

④ $y = -2x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - x + 5$

해설

꼭짓점의 좌표가 (1, 5), x^2 의 계수가 -2 이므로

$$\begin{aligned} y &= -2(x-1)^2 + 5 \\ &= -2(x^2 - 2x + 1) + 5 \\ &= -2x^2 + 4x + 3 \\ \therefore y &= -2x^2 + 4x + 3 \end{aligned}$$

15. 다음 사차방정식의 실근의 합을 구하여라.

$$x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x - 6 = 0$ 에서 $x = -1$, $x = 2$ 를 대입하면
성립하므로

조립제법을 이용하여 인수분해하면

-1	1	-3	3	1	-6
		-1	4	7	6
2	1	-4	7	-6	0
		2	-4	6	
	1	-2	3	0	

$$(x+1)(x-2)(x^2-2x+3)=0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2 \text{ 또는 } x = 1 \pm \sqrt{2}i$$

따라서 실수근은 -1 , 2 이므로 $-1 + 2 = 1$ 이다.

16. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서

$x^2 = t$ 로 놓으면

$$t^2 - 13t + 36 = 0, (t - 4)(t - 9) = 0$$

$$\therefore t = 4 \text{ 또는 } t = 9$$

$$(i) \ t = 4 \text{ 일 때, } x^2 = 4$$

$$\therefore x = \pm 2$$

$$(ii) \ t = 9 \text{ 일 때, } x^2 = 9$$

$$\therefore x = \pm 3$$

따라서 모든 해의 합은

$$(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$$

17. 연립방정식 $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ xy - y^2 = 6 \end{cases}$ 의 해를 구하면 $x = p, y = q$ 또는 $x = r, y = s$ 이다. $p + q + r + s$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{cases} x - 2y = 1 & \cdots \textcircled{㉠} \\ xy - y^2 = 6 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $x = 2y + 1 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$

㉢을 ㉡에 대입하여 정리하면

$$y^2 + y - 6 = 0(y - 2)(y + 3) = 0$$

$$\therefore y = 2, -3$$

$y = 2, y = -3$ 을 ㉢에 대입하면

$$\text{각각 } x = 5, x = -5$$

$$\therefore x = 5, y = 2 \text{ 또는 } x = -5, y = -3$$

18. $\alpha = 2 + i$, $\beta = 1 - 2i$ 일 때, $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + \frac{1}{\alpha\beta} + \left(\frac{1}{\beta}\right)^2$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $\frac{4}{8} - \frac{3}{8}i$

② $\frac{4}{8} \pm \frac{3}{8}i$

③ $\frac{4}{25} - \frac{3}{25}i$

④ $\frac{4}{25} + \frac{3}{25}i$

⑤ $\frac{4}{8} + \frac{3}{8}i$

해설

$$\alpha = 2 + i, \beta = 1 - 2i = -i(2 + i) = -i\alpha \text{ 이므로 } \beta^2 = -\alpha^2$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\alpha^2} = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준식}) &= \frac{1}{\alpha\beta} \\ &= \frac{1}{(2+i)(1-2i)} \\ &= \frac{1}{4-3i} \\ &= \frac{4+3i}{25} \\ &= \frac{4}{25} + \frac{3}{25}i \end{aligned}$$

19. 이차방정식 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 를 두 근으로 하는 이차항의 계수가 1인 이차방정식을 구하면?

① $x^2 + 6x + 4 = 0$

② $x^2 + 6x - 4 = 0$

③ $x^2 + 4 = 0$

④ $x^2 - 6x + 4 = 0$

⑤ $x^2 - 6x - 4 = 0$

해설

근과 계수와의 관계에 의해서

두 근 α, β 에 대해 $\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = 1$

두 근을 $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 로 하는

방정식에서

$$\text{두 근의 합} \Rightarrow \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)$$

$$= (\alpha + \beta) + \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right)$$

$$= (\alpha + \beta) + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$$

$$= (-3) + \frac{-3}{1} = -6$$

$$\text{두 근의 곱} \Rightarrow \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)$$

$$= \alpha\beta + 2 + \frac{1}{\alpha\beta} = 4$$

$$\therefore x^2 - (-6)x + 4 = x^2 + 6x + 4 = 0$$

20. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + a^2 + 2a - 1$ 의 그래프가 a 의 값에 관계없이 직선 $y = mx + n$ 과 접할 때, 상수 m, n 의 합 $m + n$ 의 값은?

① -4

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 2

해설

이차함수 $y = x^2 - 2ax + a^2 + 2a - 1$ 의 그래프가
직선 $y = mx + n$ 과 접하므로

$$x^2 - 2ax + a^2 + 2a - 1 = mx + n$$

$$\text{즉, } x^2 - (2a + m)x + a^2 + 2a - n - 1 = 0$$

$$\therefore 4am + m^2 - 8a + 4n + 4 = 0$$

이 식이 a 의 값에 관계없이 성립하므로

$$(4m - 8)a + (m^2 + 4n + 4) = 0$$

$$4m - 8 = 0, m^2 + 4n + 4 = 0 \text{에서}$$

두 식을 연립하여 풀면 $m = 2, n = -2$

$$\therefore m + n = 0$$

21. 집과 A 정류장 사이의 거리를 x m, A 정류장과 B 정류장 사이의 거리를 y m 라고 할 때, 다음에서 (가), (나) 를 식으로 나타내면? (단, 걸을 때의 속력은 60m/분 이고, 버스의 속력은 30km/시이다.)

(가) 집에서 A 정류장까지 걸어가서 3분을 기다린 후, 버스를 타고 B 정류장에 도착하는데 총 10분이 걸렸다.

(나) 다음 날은 집에서 어제 걸어간 길과 버스를 타고 간 길을 모두 걸어서 B 정류장에 도착하는데 28분이 걸렸다.

① (가) $25x + 3y = 10500$, (나) $x + y = 1680$

② (가) $25x + 3y = 10500$, (나) $x + y = 3360$

③ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 1680$

④ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 3360$

⑤ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 1680$

해설

시속 30 km $\Rightarrow$ 분속 500 m
 (가) $\frac{x}{60} + 3 + \frac{y}{500} = 10, \frac{x}{60} + \frac{y}{500} = 7$

$\therefore 25x + 3y = 10500$

(나) $\frac{x+y}{60} = 28$

$\therefore x + y = 1680$

22. 방정식 $xy + 2x = 3y + 10$ 을 만족하는 양의 정수가 $x = \alpha$, $y = \beta$ 일 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

주어진 식을 변형하면

$$xy + 2x - 3y = 10, \quad xy + 2x - 3y - 6 = 4,$$

$$(x - 3)(y + 2) = 4$$

$y + 2 \geq 3$ 이므로 두 자연수의 곱이 4가 되는 경우는

$$x - 3 = 1, \quad y + 2 = 4$$

$$\therefore x = 4, \quad y = 2$$

23. $y = x^2 + 2ax + a$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{4}$

해설

$$y = x^2 + 2ax + a = (x + a)^2 - a^2 + a$$

최솟값은 $-a^2 + a$ 이다.

$$\text{즉, } m = -a^2 + a = -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \text{ 이다.}$$

$\therefore a = \frac{1}{2}$ 일 때, m 은 최댓값 $\frac{1}{4}$ 을 갖는다.

24. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=xy \\ \frac{y}{x}+\frac{x}{y}=0 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 의 합 $x+y$ 의 값은?

(단, $xy \neq 0$)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = 0$ 에서

$$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{(x+y)^2 - 2xy}{xy} \text{ 이므로}$$

$x+y=u$, $xy=v$ 라 하면

주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u-v=0 \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{u^2-2v}{v}=0 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$\frac{u^2-2v}{v} = \frac{v(v-2)}{v} = 0$$

$\therefore v=0$ 또는 $v=2$

그런데 주어진 조건에서

$v=xy \neq 0$ 이므로 $v=2$ 이다.

따라서, ㉠에서 $u=v=2$ 이므로

$$x+y=2$$

25. 방정식 $x^2 + 2y^2 - 2xy + 2x - 6y + 5 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $\frac{y}{x}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

주어진 식을 x 에 대하여 정리하면

$$x^2 + 2(1-y)x + 2y^2 - 6y + 5 = 0 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

이 때, x 가 실수이므로

$$\frac{D}{4} = (1-y)^2 - (2y^2 - 6y + 5) \geq 0$$

$$y^2 - 4y + 4 \leq 0, (y-2)^2 \leq 0$$

여기서 y 가 실수이므로 $(y-2)^2 = 0$

$$\therefore y = 2 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉡을 ㉠에 대입하면 $x^2 - 2x + 1 = 0$

$$\therefore x = 1 \quad \therefore \frac{y}{x} = \frac{2}{1} = 2$$

해설

주어진 식을 정리하면

$$x^2 + 2(1-y)x + 2y^2 - 6y + 5 = 0$$

$$x^2 + 2(1-y)x + (1-y)^2 + y^2 - 4y + 4 = 0$$

$$\therefore (x+1-y)^2 + (y-2)^2 = 0 \quad x, y \text{ 가 실수이므로 } x+1-y = 0, y-2 = 0$$

$$\therefore x = 1, y = 2$$

$$\therefore \frac{y}{x} = 2$$