

1. $\sqrt{\frac{756}{x}}$ 가 자연수가 되기 위한 x 의 값 중 가장 작은 수는?

① 3

② 6

③ 7

④ 21

⑤ 42

해설

$756 = 2^2 \times 3^3 \times 7$ 이므로 $\sqrt{\frac{2^2 \times 3^3 \times 7}{x}}$ 이 자연수가 되기 위한
자연수 중 가장 작은 값 $x = 3 \times 7 = 21$ 이다.

2. 다음 중 무리수로만 묶은 것은?

① $\frac{1}{2}, \sqrt{3}, \sqrt{25} - 2$

② $0.\dot{7}9, \sqrt{5}, \sqrt{3.8}$

③ $\sqrt{0.1}, \pi, 11$

④ $-3.14, \frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{21}$

⑤ $\sqrt{0.1}, \pi, \sqrt{11}$

해설

② $0.\dot{7}9 = \frac{79}{99}$

3. 다음 수들을 나열할 때, 중간에 위치하는 수는?

4, 5, $3\sqrt{3}+1$, $4\sqrt{2}-1$, $2\sqrt{7}-1$

① 4

② 5

③ $3\sqrt{3}+1$

④ $4\sqrt{2}-1$

⑤ $2\sqrt{7}-1$

해설

$$3\sqrt{3}+1 = \sqrt{27}+1 \approx 6. \dots$$

$$4\sqrt{2}-1 = \sqrt{32}-1 = 4. \dots$$

$$2\sqrt{7}-1 = \sqrt{28}-1 = 4. \dots$$

$$\begin{aligned} 4\sqrt{2}-1 - (2\sqrt{7}-1) &= 4\sqrt{2}-2\sqrt{7} \\ &= \sqrt{32}-\sqrt{28} > 0 \end{aligned}$$

$$\text{이므로 } 4\sqrt{2}-1 > 2\sqrt{7}-1$$

$$\therefore 4, 2\sqrt{7}-1, 4\sqrt{2}-1, 5, 3\sqrt{3}+1$$

중간에 위치하는 수는 $4\sqrt{2}-1$ 이다.

4. $\sqrt{3000}$ 은 $\sqrt{30}$ 의 A 배이고, $\sqrt{5000}$ 은 $\sqrt{0.5}$ 의 B 배일 때, $A + B$ 의 값은?

① 10

② 11

③ 100

④ 110

⑤ 1100

해설

$$\sqrt{3000} = \sqrt{30 \times 10^2} = 10\sqrt{30}$$

$$\therefore A = 10$$

$$\sqrt{5000} = \sqrt{0.5 \times 100^2} = 100\sqrt{0.5}$$

$$\therefore B = 100$$

$$\therefore A + B = 10 + 100 = 110$$

5. 넓이가 45인 정사각형 모양의 운동장이 있다. 이 운동장의 둘레의 길이를 구하면?

① $3\sqrt{5}$ ② $6\sqrt{5}$ ③ $9\sqrt{5}$ ④ $12\sqrt{5}$ ⑤ $15\sqrt{5}$

해설

정사각형의 한 변의 길이를 x 라고 할 때,

$$x^2 = 45, x = \pm\sqrt{45}$$

x 는 길이이므로 양수이다.

$$\therefore x = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$\therefore \text{정사각형의 둘레는 } 4 \times 3\sqrt{5} = 12\sqrt{5}$$

6. $|x| < 1$ 일 때, $\sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(x-1)^2}$ 을 간단히 하면?

- ① 2 ② -2 ③ $x+2$ ④ $-2x$ ⑤ $2x$

해설

$|x| < 1$ 이므로 $-1 < x < 1$

$x+1 > 0, x-1 < 0$ 이므로

$$\sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(x-1)^2} = x+1 + x-1 = 2x$$

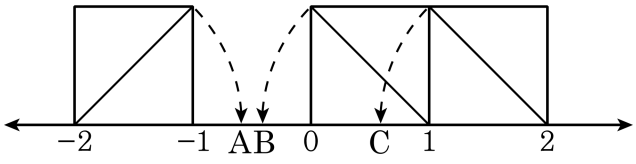
7. $\sqrt{50-x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 14

해설

$\sqrt{49}$ 이므로 $x = 1$ 이다.

8. 다음 그림의 각 사각형은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다. A, B, C 세 점의 좌표를 a, b, c 라 할 때, $a + b + c$ 를 구하면?



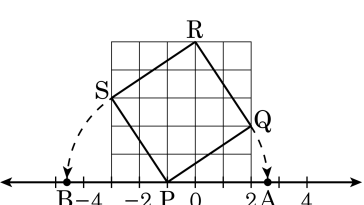
- ① $1 - \sqrt{2}$ ② $2 - \sqrt{2}$ ③ $1 - 2\sqrt{2}$
 ④ $2 - 2\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$$a = -2 + \sqrt{2}, b = 1 - \sqrt{2}, c = 2 - \sqrt{2}$$

$$\therefore a + b + c = -2 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 1 - \sqrt{2}$$

9. 다음 그림에서 $\square PQRS$ 는 정사각형이고, $\overline{PQ} = \overline{PA}$, $\overline{PS} = \overline{PB}$ 이다. 두 점 A, B 의 x 의 좌표를 각각 a, b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b = -2$

해설

$\overline{PQ} = \overline{PS} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$
 $A(-1 + \sqrt{13})$, $B(-1 - \sqrt{13})$ 이므로
 $a = -1 + \sqrt{13}$, $b = -1 - \sqrt{13}$
 $\therefore a+b = \sqrt{13} - 1 + (-\sqrt{13} - 1) = -2$ 이다.

10. $-5\sqrt{7} \times \sqrt{\frac{26}{7}} \times \sqrt{\frac{2}{13}}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$\begin{aligned} -5\sqrt{7} \times \sqrt{\frac{26}{7}} \times \sqrt{\frac{2}{13}} &= -5 \times \sqrt{\frac{7 \times 26 \times 2}{7 \times 13}} \\ &= -5\sqrt{4} = -10 \end{aligned}$$

11. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} = \sqrt{5}$

② $-\sqrt{22} \div \sqrt{2} = -\sqrt{11}$

③ $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{14}} = \sqrt{7}$

④ $\sqrt{\frac{11}{3}} \div \sqrt{\frac{11}{12}} = \sqrt{4} = 2$

⑤ $\sqrt{168} \div \sqrt{6} = \sqrt{27}$

해설

⑤ $\sqrt{168} \div \sqrt{6} = \sqrt{28}$

12. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $\frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{6}}{2} - 2\sqrt{6} = -\frac{7\sqrt{6}}{6}$
㉡ $\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$
㉢ $\frac{3\sqrt{2}}{4} - 3\sqrt{2} + \sqrt{32} = \frac{7\sqrt{2}}{4}$
㉤ $\sqrt{192} - \sqrt{54} - \sqrt{108} + \sqrt{24} = 2\sqrt{3} - \sqrt{6}$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢

④ ㉠, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

- ㉠ $\frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{6}}{2} - 2\sqrt{6} = \frac{5\sqrt{6}}{6} - 2\sqrt{6} = -\frac{7\sqrt{6}}{6}$
㉡ $\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$
 $= 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$
 $= 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$
㉢ $\frac{3\sqrt{2}}{4} - 3\sqrt{2} + \sqrt{32} = \frac{3\sqrt{2}}{4} + \sqrt{2} = \frac{7\sqrt{2}}{4}$
㉤ $\sqrt{192} - \sqrt{54} - \sqrt{108} + \sqrt{24}$
 $= 8\sqrt{3} - 3\sqrt{6} - 6\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$
 $= 2\sqrt{3} - \sqrt{6}$

13. $0 \leq x \leq 5$, $0 \leq \sqrt{x} < 2$ 를 동시에 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$0 \leq x \leq 5$ 이므로 $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

$0 \leq \sqrt{x} < 2$ 이므로 $x = 0, 1, 2, 3$

따라서 동시에 만족하는 정수 x 는 0, 1, 2, 3이므로 4개

14. $1 < \sqrt{\frac{x}{2}} < \frac{5}{2}$ 를 만족시키는 정수 x 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 의 값을 구하여라. (단, $\sqrt{3} = 1.732$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5.196

해설

$2 < x < \frac{25}{2}$ 에서 $a = 12$, $b = 3$ 이다.

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 2\sqrt{3} + \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} = 1.732 \text{ 이므로 } 3\sqrt{3} = 5.196$$

15. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르시오.

보기

- ㉠ 양수 A 의 제곱근이 a 이면 $A = a^2$ 이다.
- ㉡ a 가 제곱근 16 이면 $a = 4$ 이다.
- ㉢ 제곱근 $\frac{4}{9}$ 의 값은 $\pm\frac{2}{3}$ 이다.
- ㉣ 25 의 제곱근은 ± 5 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉢ 제곱근 $\frac{4}{9} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$

16. $\sqrt{(-1)^2}$ 의 음의 제곱근을 a , $6\sqrt{3\sqrt{144}}$ 의 양의 제곱근을 b 라 할 때, $3a + 2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\sqrt{(-1)^2} = \sqrt{1} = 1 = (\pm 1)^2$$

$$\therefore a = -1$$

$$6\sqrt{3\sqrt{144}} = 6\sqrt{3 \times 12} = 6 \times 6 = 36 = (\pm 6)^2$$

$$\therefore b = +6$$

$$3a + 2b = 3 \times (-1) + 2 \times 6 = -3 + 12 = 9$$

17. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$ 이다.

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$ 이다.

④ $\sqrt{a^2} = |a|$ 이다.

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = 3a$ 이다

해설

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = -(-a) = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$

④ a 의 부호와 관계없이 $\sqrt{a^2} = |a|$

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

18. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것은 몇 개인가?

보기

㉠ $a < \sqrt{a}$

㉡ $a < \frac{1}{a}$

㉢ $\sqrt{a^2} = a$

㉣ $\frac{1}{a} < \sqrt{a}$

- ① 없다 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$0 < a < 1$ 이므로 $a = \frac{1}{4}$ 라고 생각하고 대입하면

㉠ $\frac{1}{4} < \sqrt{\frac{1}{4}} \left(= \frac{1}{2} \right)$ (○)

㉡ $\frac{1}{4} < \frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4)$ (○)

㉢ $a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$ (○)

㉣ $\frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4) > \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ (×)

∴ ㉠, ㉡, ㉢

19. 다음 중 옳은 것은?

- ① 어떤 수의 제곱근은 모두 무리수이다.
- ② 두 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ③ 유리수와 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ④ 유리수와 무리수의 곱은 항상 무리수이다.
- ⑤ 무리수에 무리수를 곱하면 항상 무리수이다.

해설

- ① 제곱수의 제곱근은 유리수
- ② $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$
- ④ $0 \times \sqrt{2} = 0$
- ⑤ $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$

20. 두 수 2 와 5 사이에 있는 수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 표시되는 무리수의 개수는? (단, n 은 자연수)

- ① 18 개 ② 19 개 ③ 20 개 ④ 21 개 ⑤ 22 개

해설

$2 < \sqrt{n} < 5$ 이므로

제곱하면 $4 < n < 25$ ㉠

㉠을 만족하는 자연수는 $n = 5, 6, \dots, 24$ 의 20 개, 그런데 이 중에서 9, 16 은 $\sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4$ 인 유리수이므로 2 개를 제외한 18 개만이 무리수이다.

21. 자연수 x 에 대하여
 $\sqrt{x}$ 미만의 자연수의 개수를 $f(x)$ 라 할 때,
 $f(220) - f(144)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\sqrt{196}(=14) < \sqrt{220} < \sqrt{225}(=15)$ 이므로
 $f(220) = (\sqrt{220} \text{ 미만의 자연수의 개수}) = 14$
 $\sqrt{144} = \sqrt{(12)^2} = 12$ 이므로
 $f(144) = (\sqrt{144} \text{ 미만의 자연수의 개수}) = 11$
 $\therefore f(220) - f(144) = 14 - 11 = 3$