1. 다음 중 y 가 x 에 관한 이차함수인 것을 모두 고르면?

① 반지름의 길이가 x 인 원의 넓이 y

② 가로의 길이가 $x+2$, 세로의 길이가 $x+3$ 인 직사각형의 넓이 y

③ 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 둘레의 길이 y

④ 한 모서리의 길이가 x 인 정육면체의 부피 y

⑤ 밑변의 길이가 y , 높이 2 인 삼각형의 넓이 x

해설

① $y = x^2\pi$ 이므로 이차함수이다.
② $y = (x+2)(x+3)$ 이므로 이차함수이다.
③ $y = 4x$ 이므로 이차함수가 아니다.
④ $y = x^3$ 이므로 이차함수가 아니다.
⑤ $x = y$ 이므로 이차함수가 아니다.

2. 이차함수 $y = x^2 + 2x + 4$ 에서 $f(-2) + f(3)$ 의 값은?

① 1 ② 5 ③ 13 ④ 23 ⑤ 33

해설

$f(-2) = (-2)^2 + 2 \times (-2) + 4 = 4$

$f(3) = 3^2 + 2 \times 3 + 4 = 19$

$\therefore \ f(-2) + f(3) = 4 + 19 = 23$

3. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 점 $(a,\ a^2 - 9)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하면? (단, $a < 0$)

① $\sqrt{6}$ ② $-\sqrt{6}$ ③ 2 ④ -2 ⑤ $-\sqrt{3}$

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 점 $(a,\ a^2 - 9)$ 를 지나므로

$a^2 - 9 = -\frac{1}{2}a^2$

$\frac{3}{2}a^2 = 9$

$a^2 = 6$

$a < 0$ 이므로 $a = -\sqrt{6}$

4. 다음 이차함수의 그래프 중 아래로 볼록한 것은?

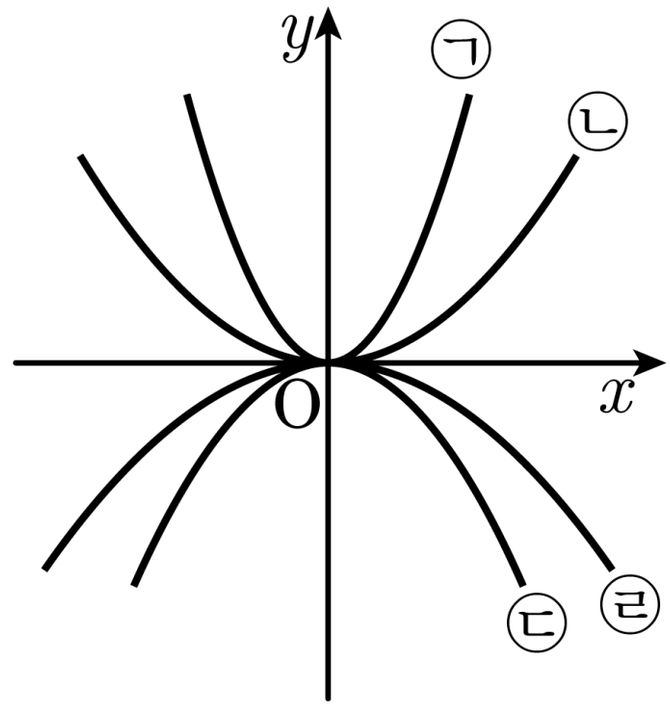
① $y = -4x^2$ ② $y = \frac{1}{3}x^2$ ③ $y = -3x^2$

④ $y = -\frac{1}{4}x^2$ ⑤ $y = -2x^2$

해설

아래로 볼록하려면 (x^2의 계수) > 0 이므로 $y = \frac{1}{3}x^2$

5. 다음 그림은 $y = ax^2$ 의 그래프이다. a 의 값이 가장 큰 것을 찾아라.



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

$y = ax^2$ 의 그래프에서 $a > 0$ 이면 아래로 볼록하고, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.
a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁다. 따라서 a 의 값이 가장 큰 것은 아래로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 그래프이다.

6. 다음 이차함수의 그래프 중에서 그래프의 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = -5x^2$ ② $y = \frac{1}{2}x^2$ ③ $y = 2x^2$

④ $y = -3x^2$ ⑤ $y = x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

7. 다음은 $y = -2x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 위로 볼록한 포물선이다.

② $y = 2x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 0)$ 이고, 대칭축은 y 축이다.

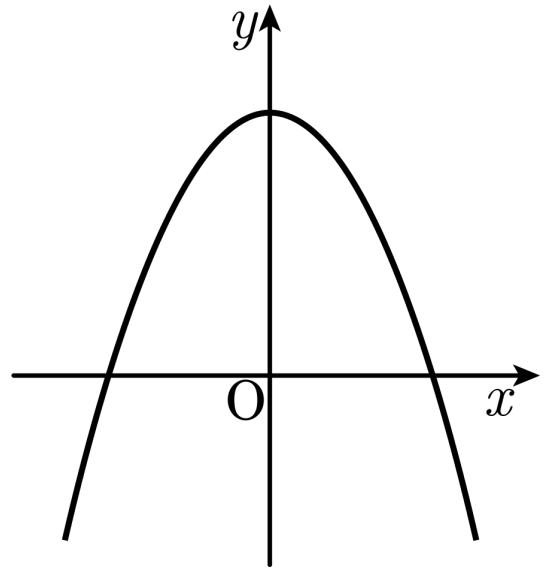
④ 점 $(-1,\ 2)$ 를 지난다.

⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가한다.

해설

④ $2 \neq -2 \times 1^2$

8. 이차함수 $y = -ax^2 + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b 의 부호는?



① $a < 0,\ b > 0$ ② $a > 0,\ b > 0$

③ $a > 0,\ b < 0$ ④ $a < 0,\ b = 0$

⑤ $a < 0,\ b < 0$

해설

위로 볼록하고, 꼭짓점이 x 축의 위에 있으므로, $a > 0,\ b > 0$ 이다.

9. 이차함수 $y = -(x+1)^2$ 의 y의 값의 범위는?

① $y \geq -1$ ② $y \leq -1$ ③ $y \geq 0$

④ $y \leq 0$ ⑤ $y \geq 1$

해설

실수의 제곱은 항상 0 또는 양수이기 때문에 이 그래프의 y의 값의 범위는 $y \leq 0$ 이다.

10. 평행이동에 의하여 포물선 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$ 의 그래프와 완전히 포개어지는 것은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$ ② $y = 2x^2$ ③ $y = -2x^2 + 3$

④ $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x^2 + 3$

해설

완전히 포개어지려면 x^2 의 계수가 같아야 한다.

11. 이차함수 $y = (4 - x)(x - 2)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(1, 1)$ ② $(2, 1)$ ③ $(3, 1)$ ④ $(4, 1)$ ⑤ $(5, 1)$

해설

$$y = (4 - x)(x - 2) = 4x - 8 - x^2 + 2x$$
$$= -x^2 + 6x - 8 = -(x^2 - 6x) - 8$$
$$= -(x - 3)^2 + 1$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(3, 1)$ 이다.

12. y가 x의 제곱에 비례하고, $x=-2$일 때 $y=-12$이다. y를 x에 관한 식으로 바르게 나타낸 것은?

① $y=6x^2$ ② $y=3x^2$ ③ $y=2x^2$

④ $y=-3x^2$ ⑤ $y=-6x^2$

해설

$y=ax^2(a\neq 0)$에 $(-2,\ -12)$를 대입하면, $-12=a\times(-2)^2$, $a=-3$

$\therefore\ y=-3x^2$

13. 다음 중 아래 주어진 이차함수의 그래프를 x 축에 대칭인 것끼리 바르게 짝지어 놓은 것은?

㉠ $y = x^2$	㉡ $y = -x^2 - 1$
㉢ $y = (x+1)^2$	㉣ $y = x^2 + 1$

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉣ ④ ㉠, ㉣ ⑤ ㉡, ㉣

해설

$y = ax^2 + q$ 와 x 축에 대칭인 함수는 $y = -ax^2 - q$ 이다.

14. 다음 보기에서 y 가 x 에 관한 이차함수가 아닌 것을 골라라.

보기

㉠ 한 모서리의 길이가 x 인 정육면체의 겉넓이 y
㉡ 가로의 길이, 세로의 길이가 각각 $2x$, $x+3$ 인 직사각형의 둘레의 길이
㉢ 반지름의 길이가 x 인 원의 넓이 y
㉣ 밑면의 반지름의 길이가 x , 높이가 7 인 원기둥의 부피 y

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.
㉠ $y = 6x^2$
㉡ $y = 2(2x + x + 3) = 6x + 6$: 일차함수
㉢ $y = \pi x^2$
㉣ $y = 7\pi x^2$
따라서 y 가 x 에 관한 이차함수가 아닌 것은 ㉡이다.

15. 함수 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 이 이차함수일 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

주어진 식 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 을 정리하면 $y = (2-a)x^2 + a + 1$
이차함수가 되려면 x^2 의 계수 $2 - a \neq 0$ 이어야 한다.
$\therefore a \neq 2$

16. 이차함수 $f(x) = x^2 + ax + 6$ 에 대하여 $f(-2) = 8,\ f(1) = b$를 만족할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$f(-2) = 4 - 2a + 6 = 8, a = 1$ 이고 $f(1) = 1 + 1 + 6 = 8 = b$ 이므로 $b - a = 8 - 1 = 7$ 이다.

17. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 + x - 4$ 일 때, $f(-2) + 2f(1)\ f(2)$ 의 값은?

① 9 ② -9 ③ 10 ④ -10 ⑤ 11

해설

$f(-2) = -2$, $f(1) = -2$, $f(2) = 2$ 이므로 $f(-2)+2f(1)\cdot f(2) = -2 - 8 = -10$ 이다.

18. 이차함수 $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$ 에서 $f(a) = 3$ 일 때, a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 0

▷ 정답: 2

해설

$f(a) = 2a^2 - 4a + 3 = 3$, $2a(a-2) = 0$ 이므로 $a = 0,\ a = 2$ 이다.

19. 이차함수 $y = x^2 + 3x + a$ 의 그래프가 두 점 $(1,\ 3)$, $(-1,\ b)$ 를 지날 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

점 $(1,\ 3)$ 을 지나므로 $x = 1$, $y = 3$ 을 대입하면

$3 = 1^2 + 3 \times 1 + a$, $a = -1$ $\therefore\ y = x^2 + 3x - 1$

점 $(-1,\ b)$ 를 지나므로 $x = -1$, $y = b$ 를 대입하면

$b = (-1)^2 + 3 \times (-1) - 1 = -3$ $\therefore b = -3$

따라서 $a = -1$, $b = -3$ 이므로 $ab = (-1) \times (-3) = 3$ 이다.

20. 이차함수 $y = 2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 두 점 $(1,\ 3)$, $(2,\ 6)$ 을 지날 때, 상수 b, c 에 대하여 $c - b$ 의 값은?

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$x = 1,\ y = 3$ 을 대입하면

$3 = 2 + b + c,\ b + c = 1$ …… ㉠

$x = 2\ ,\ y = 6$ 을 대입하면

$6 = 8 + 2b + c,\ 2b + c = -2$ …… ㉡

㉠,㉡을 연립하여 풀면 $b = -3\ ,\ c = 4$ 이므로 $c-b = 4-(-3) = 7$ 이다.

21. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프 위에 점 $(3,\ a)$ 가 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

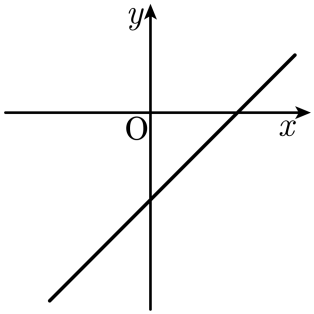
▷ 정답 : $a = 9$

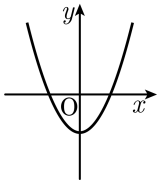
해설

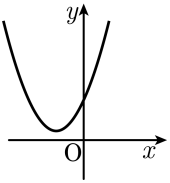
$y = x^2$ 에 $x = 3$, $y = a$ 를 대입하면

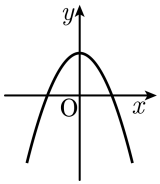
$a = 3^2 = 9$

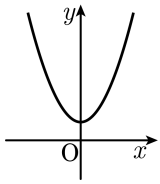
22. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = bx^2 + a$ 의 그래프는?

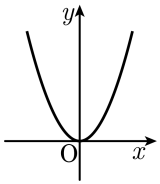


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$y = ax + b$ 그래프에서 $a > 0$, $b < 0$ 이므로 이차함수 $y = bx^2 + a$ 는 위로 볼록하고 y 절편이 양수이다.

23. 다음 보기 중 $y = 2x^2$ 과 서로 x 축에 대하여 대칭을 이루는 함수를 고르면?

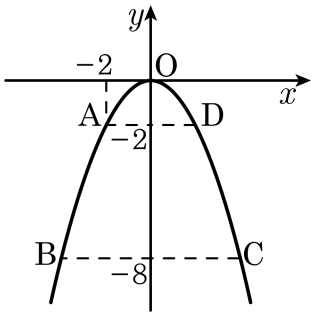
① $y = 4x^2$ ② $y = \frac{1}{2}x^2$ ③ $y = -2x^2$

④ $y = \frac{1}{4}x^2$ ⑤ $y = x^2$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 반대인 이차함수를 찾는다.

24. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 네 꼭짓점이 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있는 사다리꼴이다. 사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$y = ax^2$ 가 점 $(-2, -2)$ 를 지나므로

$-2 = 4a,\ a = -\frac{1}{2}$ 일 때, $x = \pm 4$

$y = -\frac{1}{2}x^2,\ \ y = -8$

$\mathrm{A}\,(-2, -2)\,, \mathrm{B}\,(-4, -8)$

$\mathrm{C}\,(4, -8)\,, \mathrm{D}\,(2, -2)$

$(\square\mathrm{ABCD}\text{ 의 넓이}) = (8 + 4) \times (8 - 2) \times \frac{1}{2} = 36$

25. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것을 골라라.

㉠ $y = 3x^2 - 1$	㉡ $y = -x^2 - 2$
㉢ $y = -\frac{1}{2}x^2$	㉣ $y = \frac{1}{3}x^2$
㉤ $y = -5x^2 + \frac{1}{3}$	㉥ $y = 5x^2$

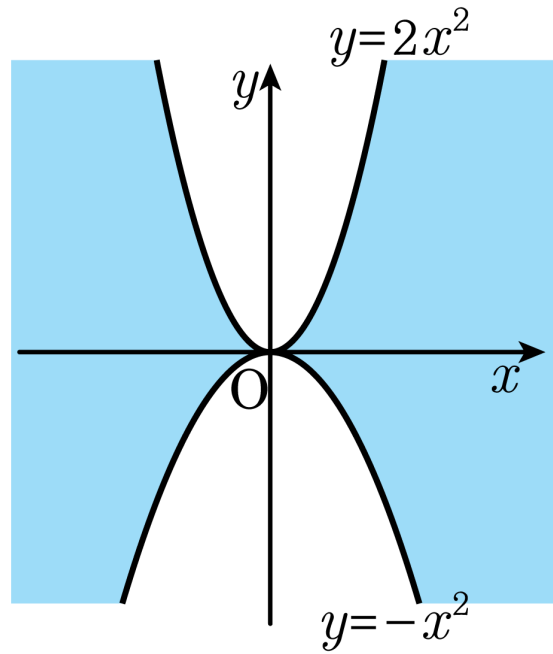
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

x^2 의 계수가 음수이면서 절댓값이 가장 큰 이차함수를 찾는다.

26. 다음 그림은 두 이차함수 $y = 2x^2$ 과 $y = -x^2$ 의 그래프이다. 다음 이차함수의 그래프 중 이 두 그래프 사이의 색칠된 부분에 있지 <u>않은</u> 것을 고르면?



① $y = \frac{3}{2}x^2$ ② $y = -\frac{3}{2}x^2$

③ $y = \frac{1}{2}x^2$ ④ $y = -\frac{1}{2}x^2$

⑤ $y = x^2$

해설

$a > 0$ 일 때, a 의 절댓값이 2 보다 작은 그래프

$a < 0$ 일 때, a 의 절댓값이 1 보다 작은 그래프

두 조건에 의해서 만족하지 않는 그래프는 ②이다.

27. 이차함수 $y = -x^2$ 에 대하여 □안에 알맞은 것을 차례대로 나열하면?

㉠ □을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

㉡ □축에 대하여 대칭이다.

㉢ y 가 증가하는 x 의 범위 : □

㉣ y 가 감소하는 x 의 범위 : □

① $(0,\ 0),\ y,\ x < 0,\ x > 0$

② $(0,\ 0),\ y,\ x > 0,\ x < 0$

③ $(0,\ 0),\ x,\ x < 0,\ x > 0$

④ $(1,\ -1),\ y,\ x > 0,\ x < 0$

⑤ $(0,\ 0),\ x,\ x > 0,\ x < 0$

해설

꼭짓점은 $(0,0)$ 이고 대칭축의 방정식은 $x = 0$,
위로 볼록한 포물선이므로 $x < 0$ 일 때, y 는 증가하고 $x > 0$ 일 때, y 는 감소한다.

28. 이차함수 $y = -4x^2$ 에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 원점을 꼭짓점으로 한다.

② 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

③ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 값은 감소한다.

④ $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

해설

④ x 축에 대칭인 함수는 $y = 4x^2$ 이다.

29. 다음은 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 - 2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 위로 볼록한 포물선이다.

㉡ 꼭짓점의 좌표는 $(0, -2)$ 이다.

㉢ $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프이다.

㉣ $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다.

㉤ 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉣

해설

$y = \frac{1}{3}x^2 - 2$ 의 그래프는 $y = \frac{1}{3}x^2$ 그래프를 y 축으로 -2 만큼 평행이동한 것이다. 이 그래프에서 꼭짓점의 좌표는 $(0, -2)$ 이고 $\frac{1}{3} < 1$ 이므로 $y = x^2$ 그래프보다 폭이 넓다. 축의 방정식은 $x = 0$ 이고 $\frac{1}{3} > 0$ 이므로 아래로 볼록한 포물선이다.

30. 이차함수 $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 시켰더니 점 $(a,\ 10)$ 을 지났다. a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 시킨 함수의 식은 $y = \frac{4}{3}x^2 - 2$ 이고, 점 $(a,\ 10)$ 을 지나므로

$10 = \frac{4}{3}a^2 - 2, \quad a = \pm 3$

$a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

31. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 y 축의 양의 방향으로 -3 만큼 평행이동시킨 함수의 식은?

① $y = -3x^2$ ② $y = -3x^2 + 3$ ③ $y = 3x^2 + 3$

④ $y = 3x^2 - 3$ ⑤ $y = -3x^2 - 3$

해설

$y = -3x^2 - 3$

32. 이차함수 $y = \frac{1}{5}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동시키면 점 $(1,\ a)$ 를 지난다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$y = \frac{1}{5}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동시키면,

$y = \frac{1}{5}(x+4)^2$ 이며, 점 $(1,\ a)$ 를 지나므로

$a = \frac{1}{5}(1+4)^2$

$\therefore\ a = 5$

33. 이차함수 $y = -2(x+1)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

① $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프이다.

② y 축에 대하여 대칭이다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 0)$ 이다.

④ 최솟값 0 을 갖는다.

⑤ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값은 감소한다.

해설

① $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프이다.
② $x = -1$ 에 대하여 대칭이다.
③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 0)$ 이다.
④ 최댓값 0 을 갖는다.

34. 다음 중 이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 점 $(1, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다.

② 대칭축은 $x = 1$ 이다.

③ 점 $(2, 3)$ 을 지난다.

④ 위로 볼록한 포물선이다.

⑤ $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프는 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프로 꼭짓점은 $(-1, 0)$, 축의 방정식은 $x = -1$ 이다. 점 $(2, 6)$ 을 지나고 아래로 볼록한 그래프이다.

35. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동하면 점 $(2,\ 12)$를 지난다. 이 때, p의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 5

▷ 정답: -1

해설

이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동하면 $y = (x-p)^2 + 3$이다. 점 $(2,\ 12)$를 지나므로 대입하면 $12 = (2-p)^2 + 3$, $9 = (2-p)^2$, $2-p = \pm 3$

$\therefore\ p = 5$ 또는 $p = -1$

36. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하였더니 $y = -x^2 + 4x + 2$가 되었다. $m + n$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$\begin{aligned} y &= -(x-m)^2 + n \\ &= -\left(x^2 - 2mx + m^2\right) + n \\ &= -x^2 + 2mx - m^2 + n \end{aligned}$$

$2m = 4$

$\therefore\ m = 2$

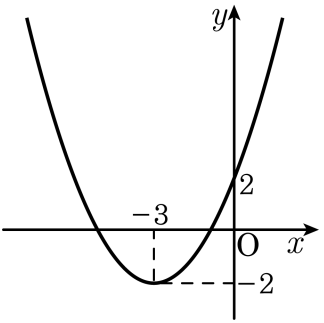
$-m^2 + n = 2$

$-4 + n = 2$

$\therefore\ n = 6$

$\therefore\ m + n = 2 + 6 = 8$

37. 꼭짓점의 좌표가 $(-3, -2)$ 이고 그래프 모양이 다음 그림과 같은 이차함수의 식을 $y = a(x+p)^2 + q$ 라고 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값은?



① -2 ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ $-\frac{8}{3}$ ⑤ -3

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-3, -2)$ 이고 y 절편이 2 이므로 다른 한 점 $(0, 2)$ 를 지난다.

$y = a(x+3)^2 - 2$ 에 $(0, 2)$ 를 대입하면 $2 = 9a - 2$, $a = \frac{4}{9}$

이므로 $y = \frac{4}{9}(x+3)^2 - 2$ 인 식이 된다.

따라서 $apq = \frac{4}{9} \times 3 \times (-2) = -\frac{8}{3}$ 이다.

38. 이차함수 $y = a(x+1)^2 + 3$ 의 그래프는 직선 $x = b$ 를 축으로 하고, 원점을 지날 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = a(x+1)^2 + 3$ 의 축의 방정식은 $x = -1$

$\therefore\ b = -1$

원점을 지난다고 했으므로 $0 = a(0+1)^2 + 3$

$\therefore\ a = -3$

$\therefore\ ab = (-3) \times (-1) = 3$

39. 이차함수 $y = -4x^2 + 2ax - a + 5$ 의 꼭짓점이 a 의 값에 관계없이 일정할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

꼭짓점이 a 의 값에 관계없으므로 a 의 값에 관계없이 항상 지나는 점이 꼭짓점이다.

$$y = -4x^2 + 2ax - a + 5$$
$$= -4x^2 + a(2x - 1) + 5$$

$$2x - 1 = 0,\ x = \frac{1}{2}$$

$$y = -4 \times \frac{1}{2^2} + 0 + 5 = 4$$

꼭짓점은 $\left(\frac{1}{2},\ 4\right)$ 이다.

$$y = -4x^2 + 2ax - a + 5$$
$$= -4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$$
$$= -4x^2 + 4x + 3$$

$\therefore\ a = 2$

40. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -2$ ② $x < -2$ ③ $x < 2$

④ $x > 2$ ⑤ $x > 0$

해설

$y = -(x+2)^2$ 의 그래프이므로
꼭짓점이 $(-2,\ 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프,
$x < -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

41. 이차함수 $y=-\frac{1}{3}(x+2)^2$ 의 그래프에서 x 값이 증가함에 따라 y 값도 증가하는 x의 값의 범위는?

① $x>0$ ② $x<2$ ③ $x>2$

④ $x>-2$ ⑤ $x<-2$

해설

꼭짓점이 $(-2,0)$이고 위로 볼록한 그래프이다. $x<-2$ 일 때, x가 증가하면 y 도 증가한다.

42. $y = \frac{4}{3}(x+2)^2 - 4$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -2$

해설

주어진 이차함수는 아래로 볼록이고, 축의 방정식이 $x = 2$이므로 조건을 만족하는 부분은 $x < -2$

43. 이차함수 $y = -3(x-1)^2 + 2$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동하면 점 $(-1,\ k)$ 를 지난다. 이 때, k 의 값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$y = -3(-x-1)^2 + 2$

$y = -3(x+1)^2 + 2$

점 $(-1,\ k)$ 를 대입하면

$-3(-1+1)^2 + 2 = k$

$\therefore k = 2$

44. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 후 y 축에 대하여 대칭이동한 식이 $y = a(x+p)^2 + q$ 일 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값은?

① 30 ② 20 ③ 10 ④ -6 ⑤ -5

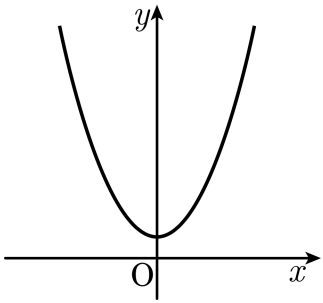
해설

이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동하면 $y = -2(x-3)^2 - 5$ 이고, y 축에 대하여 대칭이동하면 $y = -2(-x-3)^2 - 5 = -2(x+3)^2 - 5$ 이다.

$\therefore a = -2,\ p = 3,\ q = -5$

$\therefore apq = (-2) \times 3 \times (-5) = 30$

45. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 항상 옳은 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $a < 0$ ㉡ $q > 0$ ㉢ $a + q < 0$

㉣ $aq > 0$ ㉤ $ap^2 + q < 0$

▶ 답:

▶ 답:

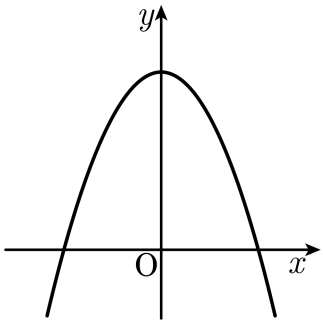
▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉣

해설

그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$, 꼭짓점의 좌표가 $(0, q)$,
$p = 0,\ q > 0$
따라서 $a > 0$, $q > 0$ 이다.
㉠ $a > 0$
㉢ $a + q > 0$
㉤ y 절편이 양수이므로 $x = 0$ 을 대입하면 $ap^2 + q > 0$

46. 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 직선 $y = ax + b$ 가 지나지 <u>않는</u> 사분면은?



① 제1 사분면 ② 제2 사분면

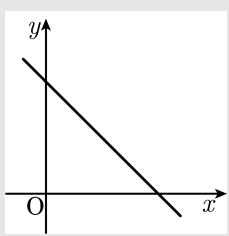
③ 제3 사분면 ④ 제4 사분면

⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

이차함수 $y = ax^2 + b$ 는 위로 볼록하므로 $a < 0$ 이고, y 절편은 양수이므로 $b > 0$ 이다.
따라서 $y = ax + b$ 는 기울기가 음수이고 y 절편은 양수이다.

지나지 않는 사분면은 제3 사분면이다.



47. 다음 중 이차함수 $y=-3(x+2)^2-5$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 모두 골라라.

㉠ $y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프이다.

㉡ 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ -5)$이다.

㉢ 축의 방정식은 $x=-2$이다.

㉣ 아래로 볼록한 포물선이다.

㉤ $y=4x^2$의 그래프보다 폭이 넓다.

㉥ $x>-2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉥

해설

$y=-3(x+2)^2-5$의 그래프는 $y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프이고 꼭짓점은 $(-2,\ -5)$, 축의 방정식은 $x=-2$이다. $-3<0$이므로 위로 볼록한 포물선이고 $3<4$이므로 $y=4x^2$의 그래프보다 폭이 넓다. 위로 볼록한 포물선이고 축의 방정식이 $x=-2$이므로 $x>-2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

48. 다음 보기에 주어진 이차함수에 대하여 옳게 설명한 것은?

보기

㉠ $y = -\frac{3}{4}x^2 + 4$
㉡ $y = -2(x+3)^2 - 1$
㉢ $y = \frac{1}{4}x^2$
㉣ $y = -\frac{2}{3}(x-1)^2$
㉤ $y = x^2 + 3$

① 아래로 볼록한 포물선은 ㉠, ㉡, ㉣이다.

② 꼭짓점이 원점인 포물선은 ㉣이다.

③ 축의 방정식이 $x = 0$ 인 이차함수는 ㉠, ㉢ ,㉤이다.

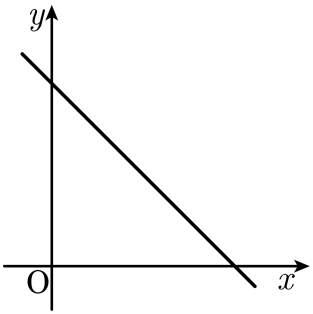
④ 폭이 가장 넓은 포물선은 ㉡이다.

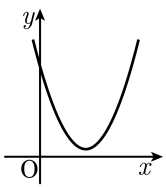
⑤ 꼭짓점이 x 축 위에 있는 이차함수는 ㉠, ㉤이다.

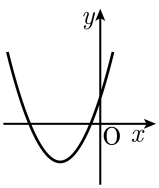
해설

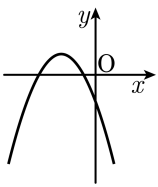
① x^2 의 계수가 양이면 아래로 볼록하다. 따라서 ㉢, ㉤이 아래로 볼록하다.
② 꼭짓점이 원점인 포물선의 식은 $y = ax^2$ 의 꼴이다. 따라서 ㉢이다.
③ 축의 방정식이 $x = 0$ 인 포물선은 $y = ax^2$ 또는 $y = ax^2 + q$ 의 꼴이다. 따라서 ㉠, ㉢, ㉤ (옳다)
④ x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓으므로 ㉢의 폭이 가장 넓다.
⑤ 꼭짓점이 x 축 위에 있는 포물선은 $y = a(x-p)^2$ 의 꼴이므로 ㉡, ㉣이다.

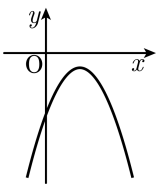
49. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = a(x+b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것은?

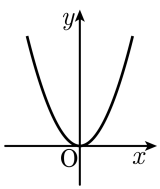


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로 $a < 0$ 이고 (y절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다. 따라서 $y = a(x+b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $-b < 0$, $-a > 0$ 이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.

50. 이차함수 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 그래프가 $y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점을 지나고 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 꼭짓점을 지날 때, ap 의 값을 구하여라. (단, $p < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$

해설

$y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점 $(-p,\ 0)$

$y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 에 $(-p,\ 0)$ 을 대입하면

$-\frac{3}{4}p^2 + 3 = 0,\ \frac{3}{4}p^2 = 3,\ p^2 = 4$

$p = -2$ ($p < 0$ 이므로)

$y = a(x+2)^2$ 에 점 $(0,\ 3)$ 을 대입하면

$3 = 4a,\ a = \frac{3}{4}$

$\therefore ap = \frac{3}{4} \times (-2) = -\frac{3}{2}$