

1. $3^a = 81$, $5^b = 625$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$3^4 = 81$, $5^4 = 625$ 이므로 $a + b = 4 + 4 = 8$ 이다.

2. 다음 보기 중 약수가 2 개뿐인 수를 골라라.

보기

㉠ 1	㉡ 33	㉢ 55
㉣ 149	㉤ 144	

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

약수가 2 개뿐인 수는 소수이다. 소수는 149 이다.

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 2는 소수이다.
- ② 1과 그 수 자신만의 약수를 가지는 자연수를 소수라 한다.
- ③ 1은 소수가 아니다.
- ④ 합성수는 약수가 3개 이상인 수이다.
- ⑤ 소수는 약수가 1개뿐이다.

해설

소수는 약수가 2개이다.

4. 다음 중 소인수분해가 바르게 된 것은?

- ① $26 = 2 \times 13$ ② $36 = 2^3 \times 3^2$ ③ $42 = 6 \times 7$
④ $54 = 2^2 \times 3^3$ ⑤ $128 = 2^8$

해설

- ② $2^2 \times 3^2$
③ $2 \times 3 \times 7$
④ 2×3^3
⑤ 2^7

5. 720 을 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 나눌 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로
나눌 수 있는 가장 작은 자연수는 5이다.

6. 28 과 약수의 개수가 같은 수는?

① 24

② 70

③ 49

④ 72

⑤ 63

해설

$28 = 2^2 \times 7$ 이므로

약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ 개

① $24 = 2^3 \times 3$ 이므로 $4 \times 2 = 8$ (개)

② $70 = 2 \times 5 \times 7$ 이므로 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

③ $49 = 7^2$ 이므로 3 (개)

④ $72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 $4 \times 3 = 12$ (개)

⑤ $63 = 3^2 \times 7$ 이므로 $3 \times 2 = 6$ (개)

7. 다음 중 옳은 것은?

① $2^3 = 6$

② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 12$

③ $2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^2 \times 7^2 = 4 \times 49 = 196$

④ $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{60}$

해설

① $2^3 = 8$

② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$

④ $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{900}$

8. 140 에 어떤 자연수를 곱하였더니 자연수 b 의 제곱이 되었다. 곱할 수 있는 자연수 중 가장 작은 자연수를 a 라 할 때, $140 \times a$ 의 값은?

① 3600

② 4900

③ 6400

④ 8100

⑤ 10000

해설

어떤 자연수를 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이면 그 수는 다른 자연수의 제곱이 된다.

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

5 와 7 의 지수가 홀수이므로 제곱수가 되기 위해 곱해 주어야 하는 수는 $5 \times 7 \times x^2$ (x^2 은 자연수) 꼴이다.

따라서 가장 작은 수 $a = 5 \times 7 = 35$ 이다.

$$140 \times 35 = 2^2 \times 5 \times 7 \times 5 \times 7 = (2 \times 5 \times 7)^2 = (70)^2 = 4900$$

9. 어떤 자연수를 3 으로 나누니 18 와 24 의 공배수가 되었다. 어떤 자연수가 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 216

해설

18 과 24 의 최소공배수는 72 이다. 3 으로 나누어서 72 가 되는 수는 $72 \times 3 = 216$ 이다.

10. 사과 48 개, 귤 36 개, 배 60 개를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이 때, 몇 개씩 나누어야 하는가?

- ① 사과 3개, 귤 2개, 배 4개 ② 사과 4개, 귤 2개, 배 6개
③ 사과 3개, 귤 3개, 배 5개 ④ 사과 4개, 귤 3개, 배 5개
⑤ 사과 3개, 귤 2개, 배 5개

해설

$48 = 2^4 \times 3$, $36 = 2^2 \times 3^2$, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$
48, 36, 60 의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$
따라서 사과 4개, 귤 3개, 배 5개이다.

11. 검은 펜 70 개, 빨간 펜 100 개, 파란 펜 130 개를 지영이네 반 학생들에게 똑같이 나누어주었더니 검은 펜이 6 개, 빨간 펜이 4 개, 파란 펜이 2 개 남았다. 지영이네 반 학생은 30 명 이상이라고 할 때, 지영이네 반 학생 수를 구하여라.
- ① 30 명 ② 32 명 ③ 34 명 ④ 36 명 ⑤ 38 명

해설

70 보다 6 작은 수, 100 보다 4 작은 수, 130 보다 2 작은 수는 어떤 수로 나누어 떨어진다. 그러므로 64, 96, 128 의 공약수 중, 30 이상인 수를 구한다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 64 \ 96 \ 128} \\ 2 \overline{) 32 \ 48 \ 64} \\ 2 \overline{) 16 \ 24 \ 32} \\ 2 \overline{) 8 \ 12 \ 16} \\ 2 \overline{) 4 \ 6 \ 8} \\ 2 3 4 \end{array}$$

최대공약수 : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

최대공약수인 32 의 약수 중 30 보다 큰 수는 32 이다. 따라서 지영이네 반 학생 수는 32 명이다.

12. 어느 역에서 통일호 열차는 20 분마다 무궁화호 열차는 35 분마다 전철은 10 분마다 출발한다고 한다. 오전 5 시에 세 열차가 동시에 출발했다면, 바로 다음에 동시에 출발하는 시각은?

① 오전 6 시 20 분

② 오전 7 시

③ 오전 7 시 20 분

④ 오전 7 시 40 분

⑤ 오전 8 시

해설

20, 35, 10 의 최소공배수는 140 이므로 5 시 이후 140 분 이후인 시간은

$$\begin{aligned} 5\text{시} + 140\text{분} &= 5\text{시} + 2\text{시간 } 20\text{분} \\ &= 7\text{시 } 20\text{분} \end{aligned}$$

13. 자연수 A 와 20 의 최대공약수가 4 이고, 최소공배수가 80 일 때, 자연수 A 는?

① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

$$A \times 20 = 4 \times 80 \text{ 이므로}$$

$$\therefore A = 4 \times 4 = 16$$

14. 두 수 $\frac{35}{72}, \frac{91}{81}$ 의 어느 것에 곱하여도 항상 자연수가 되게 하는 분수가 있다. 이 중 가장 작은 분수를 주어진 두 수에 곱하여 만들어진 두 자연수의 합을 구한 것은?

① 145 ② 146 ③ 147 ④ 148 ⑤ 149

해설

$\frac{35}{72}, \frac{91}{81}$ 에 곱해야 하는 가장 작은 분수의 분모는 35와 91의 최대공약수인 7이고, 분자는 72와 81의 최소공배수인 648이다. 그러므로 $\frac{35}{72} \times \frac{648}{7} = 45$, $\frac{91}{81} \times \frac{648}{7} = 104$ 이다. 두 자연수의 합은 149이다.

15. 가로 길이가 54cm, 세로 길이가 $2 \times 3^2 \times 6$ cm, 높이가 90cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는
54, $2 \times 3^2 \times 6$, 90의 최대공약수이므로
 $54 = 2 \times 3^3$
 $2 \times 3^2 \times 6 = 2^2 \times 3^3$
 $90 = 2 \times 3^2 \times 5$
최대공약수는 $2 \times 3^2 = 18$
 $\therefore a = 18$
정육면체의 개수는
 $(54 \div 18) \times (108 \div 18) \times (90 \div 18) = 3 \times 6 \times 5 = 90$ (개)
 $\therefore b = 90$
 $\therefore \frac{b}{a} = \frac{90}{18} = 5$

16. 어떤 수를 5, 8, 10으로 나누었더니 나머지가 각각 2, 5, 7이었다. 어떤 수가 두 자리의 자연수일 때, 어떤 수가 될 수 있는 수들의 합을 구하여라.

① 110 ② 111 ③ 112 ④ 113 ⑤ 114

해설

어떤 수를 x 라 하면 $x+3$ 은 5, 8, 10의 공배수이고, 세 수의 최소공배수는 40이다.
따라서 $x+3$ 은 40의 배수 중 두 자리의 자연수이므로 $x+3=40$, $x+3=80$ 이다.
 $x=37, 77$ 이다. 따라서 $37+77=114$ 이다.

17. 세 자연수 84, 126, A 의 최대공약수가 6 , 최소공배수가 1260 일 때, 가장 작은 자연수 A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $126 = 2 \times 3^2 \times 7$, A 에서
최대공약수는 $6 = 2 \times 3$,
최소공배수는 $1260 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로
 A 는 2×3 과 5 를 인수로 만드시 가져야 한다.
따라서, 가장 작은 자연수 $A = 2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.

18. 다음 주어진 수 중에서 소인수가 같은 것은?

- ① 144 ② 60 ③ 72 ④ 160 ⑤ 98

해설

- ① $2^4 \times 3^2$
② $2^2 \times 3 \times 5$
③ $2^3 \times 3^2$
④ $2^5 \times 5$
⑤ 2×7^2