

1. 둘레가 170m 인 자전거 경기장의 원형 코스를 갑, 을 두 명의 선수가 각각 일정한 속도로 자전거를 타고 달린다고 한다. 갑, 을 두 선수가 원형 코스를 동시에 같은 방향으로 돌면 갑 선수는 을 선수를 170 초 후에 추월하고, 반대 방향으로 돌면 10 초 후에 만난다고 한다. 을의 속력을 구하면?

- ① 7m/초 ② 8m/초 ③ 9m/초
④ 10m/초 ⑤ 11m/초

해설

갑의 속력을 x m/초, 을의 속력을 y m/초라 하면,
같은 방향으로 돌면 (두 사람의 거리의 차)=(경기장 코스 둘레의 길이), 반대 방향으로 돌면 (두 사람의 거리의 합)=(경기장 코스 둘레의 길이)이므로

$$\begin{cases} 170x - 170y = 170 \\ 10x + 10y = 170 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 17 \end{cases}$$

따라서 $x = 9$, $y = 8$ 이므로

을의 속력은 8m/초이다.

2. 둘레의 길이가 4km 인 호수가 있다. 이 호수를 A 가 시속 4km 로 걷기 시작한 뒤 같은 출발 지점에서 10 분 후 B 가 반대 방향으로 시속 6km 로 걷기 시작한다면 B 가 출발한지 몇 분 후에 A 와 B 가 만나는가?

① 5 분 ② 10 분 ③ 15 분 ④ 20 분 ⑤ 25 분

해설

A 가 B 와 만나기 위해 걸은 시간을 x 시간,
 B 가 걸은 시간을 y 시간이라 하면

$x = y + \frac{1}{6}$ 이고,

A, B 가 걸은 거리의 합은

호수의 둘레의 길이와 같으므로 $4x + 6y = 4$,

$x = y + \frac{1}{6}$ 을 대입하면

$$4y + \frac{2}{3} + 6y = 4,$$

$$10y = \frac{10}{3}$$

$$\therefore y = \frac{1}{3}$$

따라서 B 가 출발한 후 A 와 만나는 시간은 $\frac{1}{3} \times 60 = 20$ (분)이다.

3. 둘레의 길이가 1000m 인 호수가 있다. 찬종이와 성주가 호수의 둘레를 동시에 같은 방향으로 돌면 10 분 후에 만나고, 반대 방향으로 돌면 2 분 후에 만난다고 한다. 찬종이의 속력이 성주의 속력보다 빠르다고 할 때, 찬종이의 속력을 구하면?
- ① 100m/분 ② 200m/분 ③ 300m/분
④ 400m/분 ⑤ 500m/분

해설

찬종이와 성주의 속력을 각각 x m/분, y m/분라 할 때 같은 방향으로 돌면 (두 사람이 간 거리의 차)=(호수의 둘레의 길이), 반대 방향으로 돌면 (두 사람이 간 거리의 합)=(호수의 둘레의 길이)이므로 연립방정식

$$\begin{cases} 10x - 10y = 1000 \\ 2x + 2y = 1000 \end{cases}$$
을 풀면,
 $x = 300, y = 200$ 이다.

4. $\frac{a}{24}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 고치면 $\frac{1}{b}$ 이다. a 가 가장 작은 한 자리의 자연수일 때, $a+b$ 의 값은?

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

$\frac{a}{24} = \frac{a}{2^3 \times 3}$ 가 유한소수이려면 a 는 3 의 배수이어야 하고, 가장 작은 한 자리의 자연수이므로 3 이다. $\frac{3}{24} = \frac{3}{2^3 \times 3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ 이므로 $b = 8$ 이다.
따라서 $a+b = 3+8 = 11$ 이다.

5. 분수 $\frac{a}{120}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 이 분수를 기약분수로 고치면 $\frac{3}{b}$ 이 될 때, 양의 정수 a 의 최댓값과 최솟값의 차를 구하여라.(단, $a < 100$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

분모가 $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 a 는 3의 배수이고, 기약분수로 고쳤을 때 $\frac{3}{b}$ 이므로 a 는 9의 배수가 된다. 따라서 a 의 최댓값은 90, a 의 최솟값은 9가 된다.

$$\therefore 90 - 9 = 81$$

6. $80 \leq a \leq 90$ 인 조건에서 $\frac{a}{180}$ 는 유한소수이고, 기약분수로 나타내면 $\frac{9}{b}$ 와 같을 때, $a - b$ 의 값은?

① 41 ② 51 ③ 61 ④ 71 ⑤ 81

해설

$$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{9}{b}$$

a 는 9의 배수가 되어야 하므로 81이 된다.

$$\therefore b = 20$$

$$\therefore a - b = 81 - 20 = 61$$

7. 등식 $\left(\frac{1}{3}\right)^{2-14x} = 81^{3x+1}$ 이 성립하도록 x 값을 정할 때, 다음에서 x 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

양변의 밑이 3 이 되도록 바꾸면,

$$(3^{-1})^{2-14x} = (3^4)^{3x+1}$$

$$3^{-2+14x} = 3^{12x+4}$$

이므로 $-2 + 14x = 12x + 4$ 이다.

따라서 $x = 3$ 이다.

8. 다음 □ 안에 알맞은 수가 나머지 넷과 다른 것은?

① $(x^3)^\square = x^{15}$

② $\left(\frac{b^\square}{a}\right)^2 = \frac{b^{10}}{a^2}$

③ $(x^\square y^3)^4 = x^{20} y^{12}$

④ $a^{10} \div a^\square = a^2$

⑤ $(-2)^3 \times (-2)^\square \div (-2)^4 = 16$

해설

① 5

② 5

③ 5

④ 8

⑤ 5 ($16 = (-2)^4$)

9. 다음 중 옳은 것을 고르면?

- ① $(a^n)^m = a^{2mn}$
- ② $a^m - a^m + a^m - a^m + \cdots + a^m = a$
- ③ $a^m + a^m + \cdots + a^m = n \times a^m$
- ④ $a^m \div a^n = a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$ (단, $n > m$)
- ⑤ $a^m(a^n + a^n + \cdots + a^n) = a^m \times a^2$

해설

② $(a^m - a^m) + (a^n - a^m) + \cdots (a^m - a^m) + a^m = a^m$

⑤ $a^m(a^m + a^n) \times a^m \times a^n \times n = a^{m+n} \times n$