

1. $1 \leq x \leq 8$, $2 \leq y \leq 5$ 일 때, $x - y$ 의 값의 범위는?

① $-9 \leq x - y \leq 10$

② $-4 \leq x - y \leq 6$

③ $-3 \leq x - y \leq 4$

④ $2 \leq x - y \leq 40$

⑤ $3 \leq x - y \leq 13$

해설

$$1 - 5 \leq x - y \leq 8 - 2$$

2. 연립부등식 $-2 < 3x + 4 \leq 11$ 를 만족하는 정수를 모두 구하면?

① $-1, 0, 1$

② $0, 1, 2$

③ $-1, 0, 1, 2$

④ $-2, -1, 0, 1$

⑤ $0, 1, 2, 3$

해설

$$\begin{cases} -2 < 3x + 4 \\ 3x + 4 \leq 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x \leq \frac{7}{3} \end{cases}$$

따라서 $-2 < x \leq \frac{7}{3}$ 을 만족하는 정수는 : $-1, 0, 1, 2$ 이다.

3. 부등식 $|2x - 1| \geq 3$ 을 풀면?

① $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$

② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

④ $x < 1$ 또는 $x > 2$

⑤ $x \leq 1$ 또는 $x > 2$

해설

$|2x - 1| \geq 3$ 에서

$2x - 1 \leq -3$ 또는 $2x - 1 \geq 3$ 정리하면 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

4. 부등식 $|7 - 3x| > 2$ 를 풀면?

① $x < \frac{5}{3}$ 또는 $x > 3$

② $x < \frac{5}{2}$ 또는 $x > 2$

③ $x < \frac{4}{5}$ 또는 $x > 4$

④ $x < 1$ 또는 $x > 3$

⑤ $x < \frac{5}{6}$ 또는 $x > 6$

해설

$|7 - x| > 2$ 에서

$7 - 3x > 2$ 또는 $7 - 3x < -2$

$-3x > -5$ 또는 $-3x < -9$

$\therefore x < \frac{5}{3}$ 또는 $x > 3$

5. 부등식 $|2x - a| > 7$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > b$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$|2x - a| > 7$ 에서

$2x - a < -7$ 또는 $2x - a > 7$

$\therefore x < \frac{a-7}{2}$ 또는 $x > \frac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x < -1$ 또는 $x > b$ 이므로

$\frac{a-7}{2} = -1, \frac{a+7}{2} = b$

$\therefore a = 5, b = 6$

$\therefore a + b = 11$

6. 이차부등식 $x^2 - 2x - 8 < 0$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $b - a$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$x^2 - 2x - 8 < 0$ 에서 $(x - 4)(x + 2) < 0$
 $\therefore -2 < x < 4$
 $b - a = 6$

7. x 에 대한 부등식 $x+2 \leq ax+3$ 의 해가 모든 실수일 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x+2 \leq ax+3$ 에서 $(1-a)x \leq 1$ 이 부등식의 해가 모든 실수이고
우변이 양수이므로 x 의 계수는 0이어야 한다.

$$1-a=0$$

$$\therefore a=1$$

8. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ 의 해를 구하면?

① 해가 없다

② $x = 3$

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $-3 < x < 3$

⑤ 모든 실수

해설

$(x - 3)^2 \geq 0$, (실수) $^2 \geq 0$ 이므로
∴ ⑤ 모든 실수

9. 이차부등식 $x^2 + 2x - 35 < 0$ 을 풀면?

- ① $-15 < x < 12$ ② $-15 < x < 5$ ③ $-7 < x < 5$
④ $-7 < x < 2$ ⑤ $-5 < x < 7$

해설

$$x^2 + 2x - 35 < 0 \text{ 에서 } (x+7)(x-5) < 0 \\ \therefore -7 < x < 5$$

10. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ 의 해를 구하면?

① $x \geq 3$ 또는 $x \leq -3$

② x 는 모든 실수

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $x = 3$

⑤ 해가 없다

해설

$$x^2 - 6x + 9 \leq 0$$

$$(x - 3)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow x = 3$$

11. 부등식 $x^2 + ax + a + 3 \leq 0$ 를 만족하는 x 가 오직 1개이기 위한 양수 a 가 존재하는 구간은?

① $1 < a < 3$

② $2 < a < 5$

③ $3 < a < 6$

④ $4 < a < 7$

⑤ $6 < a < 7$

해설

$x^2 + ax + a + 3 \leq 0$ 의 해가

1개 존재하기 위해서는

$x^2 + ax + a + 3 = 0$ 이 중근을 가져야 한다.

$$\therefore D = a^2 - 4(a + 3)$$

$$= a^2 - 4a - 12$$

$$= (a - 6)(a + 2) = 0$$

$$\therefore a = 6 \quad (\because a > 0)$$

12. $abc < 0$, $\frac{a-b}{c} > 0$ 인 세 실수 a, b, c 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $c > 0$ 이면 $a > b$ 이다.
- ② $a > 0$ 이면 $c < 0$ 이다.
- ③ $a > b$ 이면 $b < 0$ 이다.
- ④ $a > b$ 이면 $a > 0$ 이다.
- ⑤ $a < b$ 이면 $ab > 0$ 이다.

해설

- ① $c > 0$ 이면, $\frac{a-b}{c} > 0$ 에서 $a-b > 0$ 즉, $a > b$
- ② $a > 0$ 이면, $b < 0$, $c > 0$ 일 때도 두 부등식이 성립하므로 $c < 0$ 라고 말할 수 없다.
- ③, ④ $a > b$ 이면, $\frac{a-b}{c} > 0$ 에서 $c > 0$ 이므로 $ab < 0$ 이다.
- 따라서, $a > b$, $ab < 0$ 에서 $a > 0$, $b < 0$ 이다.
- ⑤ $a < b$ 이면, $\frac{a-b}{c} > 0$ 에서 $c < 0$ 이다.
- 따라서, $ab > 0$

13. a, b 는 0이 아닌 실수이고, $a < b$ 라고 할 때, 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

(가) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

(나) $|a| < |b|$

(다) $a^2 < b^2$

(라) $a^3 < b^3$

① (가), (나)

② (가), (나), (다)

③ (나), (다)

④ (다)

⑤ (라)

해설

$a = -2, b = 1$ 이라고 하면

$$\frac{1}{a} = -\frac{1}{2}, \frac{1}{b} = 1$$

$$|a| = 2, |b| = 1, a^2 = (-2)^2 = 4, b^2 = 1$$

따라서 (가), (나), (다)는 거짓이다.

$a < b$ 이면 $a^3 < b^3$ 가 항상 성립한다.

14. $-3a - 2 < -3b - 2$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a < b$

② $-3a > -3b$

③ $5a - 3 > 5b - 3$

④ $3 - a > 3 - b$

⑤ $\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$

해설

$$-3a - 2 < -3b - 2 \cdots \textcircled{1}$$

$(\textcircled{1} + 2) \div (-3)$ 하면, $a > b$ 이다.

따라서 만족하는 식은 $5a - 3 > 5b - 3$

15. 세 실수 a, b, c 에 대하여 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$
- ② $a > b$ 이면 $a - c < b - c$
- ③ $a < b < 0$ 이면 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
- ④ $ac > bc$ 이면 $a > b, c > 0$
- ⑤ $a^2 + b^2 + c^2 \leq ab + bc + ca$

해설

- ① $a > 0 > b$ 인 경우에서 $|b| > |a|$ 라면 제곱 값에 대해서는 $b^2 > a^2$ 의 결과가 나온다.
- ② 부등식의 기본 성질로 양변에 같은 수를 빼서는 부호가 바뀌지 않는다.
- ④ $a > b, c > 0$ 이면 $ac > bc$ 일 수는 있으나 보기 ④번 같은 경우에는 $ac > bc$ 이면 $a < b, c < 0$ 인 경우도 있기 때문에 성립하지 않는다.
- ⑤ 주어진 식의 양변에 2를 곱하고 좌변으로 몰아 정리하면
$$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca \geq 0$$
$$(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2) \geq 0$$
$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \geq 0$$
위와 같이 되므로 세 실수 사이의 관계가
$$a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$$
을 성립하지 않으면 성립하지 않는 보기이다.

16. $a > b > 1$ 인 실수 a, b 에 대하여 다음 중 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ ② $\frac{a}{1-a} > \frac{b}{1-b}$ ③ $a+3 < b+3$
④ $a-1 < b-1$ ⑤ $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

해설

- ① 양변에 ab 를 곱하면 주어진 조건과 다르게 나온다.
② $1-a < 0, 1-b < 0$ 에서 $(1-a)(1-b) > 0$ 이므로
양변에 $(1-a)(1-b)$ 를 곱하면
 $a(1-b) > b(1-a), a-ab > b-ab, a > b$
주어진 조건에 만족한다.
③ 양변에 3을 빼주면 주어진 조건에 만족하지 않는다.
④ 양변에 1을 더해주면 주어진 조건에 만족하지 않는다.
⑤ $1+a > 0, 1+b > 0$ 이므로 $(1+a)(1+b)$ 를 양변에 곱하면
 $a(1+b) < b(1+a)$
 $a+ab < b+ab$
 $a < b$
주어진 조건을 만족하지 않는다.

17. 부등식 $bx + (a - b) < 0$ 의 해가 $x > 2$ 일 때, 부등식 $ax + 2a - b > 0$ 의 해를 구하면?

① $x > -1$

② $x < -1$

③ $x > -2$

④ $x < -2$

⑤ $x > -3$

해설

$bx + (a - b) < 0$ 의 해가 $x > 2$ 이라면

$$b < 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{b-a}{b} = 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

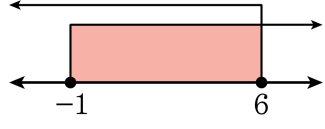
$$\textcircled{㉡}\text{에서 } b-a=2b \therefore a=-b$$

$$\textcircled{㉠}\text{에서 } b < 0 \text{이므로 } a > 0$$

$$ax + 2a - b > 0 \text{에서 } ax + 2a + a > 0 \therefore ax > -3a$$

$$a > 0 \text{이므로 } x > -3$$

18. 연립부등식 $\begin{cases} 3x+7 \leq -x+31 \\ x+a \geq -3 \end{cases}$ 의 해가 다음과 같을 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{cases} 3x+7 \leq -x+31 \\ x+a \geq -3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x \leq 24 \\ x+a \geq -3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq 6 \\ x \geq -3-a \end{cases}$$

$\therefore -3-a \leq x \leq 6$
해가 $-1 \leq x \leq 6$ 이므로 $-3-a = -1$
 $\therefore a = -2$

19. 다음 식에서 연립했을 때, 해가 $-2 \leq x < 7$ 이 되도록 하는 부등식을 찾아라.

보기

㉠ $x < 9$

㉡ $x \leq 5$

㉢ $x < 7$

㉣ $x \geq -2$

▶ 답 :

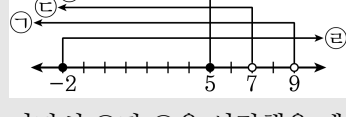
▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

해설

수직선에 나타내보면 다음과 같다.



따라서 ㉢과 ㉣을 연립했을 때 $-2 \leq x < 7$ 의 해가 나온다.

20. 연립부등식 $\begin{cases} 5-x > 1 \\ x+3 < 2x \end{cases}$ 를 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 < x < 4$

해설

$$\begin{cases} 5-x > 1 \\ x+3 < 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x > -4 \\ -x < -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x > 3 \end{cases}$$

$\therefore 3 < x < 4$

21. 연속하는 세 자연수의 합이 69 보다 크고 72 이하일 때, 세 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

▷ 정답 : 24

▷ 정답 : 25

해설

세 자연수를 $x-1, x, x+1$ 이라하면

$$69 < x-1+x+x+1 \leq 72$$

$$69 < 3x \leq 72$$

$$23 < x \leq 24$$

$$\therefore x = 24$$

따라서 연속하는 세 자연수는 23, 24, 25 이다.

22. 1 개에 1600 원하는 열쇠 고리와 1 개에 2,000 원 하는 핸드폰 줄을 합쳐서 20 개를 사려고 한다. 전체 가격이 34000 원 보다 크고 35000 원 보다 작게 하려고 할 때, 열쇠 고리는 최대 몇 개를 사야 하는지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 14 개

해설

열쇠 고리의 수를 x 개라고 하면 핸드폰 줄의 수는 $(20 - x)$ 개이다. 따라서 열쇠 고리를 x 개 사고 핸드폰 줄을 $(20 - x)$ 개 샀을 때의 전체 가격은 $1600x + 2000(20 - x)$ 이다. 전체 가격이 34,000 원 보다 크고 35,000 원 보다 작으므로 $34000 < 1600x + 2000(20 - x) < 35000$ 이다. 이를 연립 부등식으로 나타내면,

$$\begin{cases} 1600x + 2000(20 - x) > 34000 \\ 1600x + 2000(20 - x) < 35000 \end{cases} \quad \text{이므로 간단히 하면,}$$

$$\begin{cases} x < 15 \\ x > \frac{50}{4} \end{cases} \quad \text{이다. 따라서 } \frac{25}{2} < x < 15 \text{ 이고, } \frac{25}{2} = 12.5 \text{ 이므로,}$$

열쇠 고리는 13 개 또는 14 개를 사야 한다.

따라서 최대 14 개를 사야 한다.

23. 1 개에 2,000 원 하는 햄버거와 1 개에 3,000 원 하는 샌드위치를 합쳐서 25 개를 사려고 한다. 전체 가격이 60,000 원 이상 68,000 원 이하가 되게 하려고 한다. 다음 중 살 수 있는 햄버거의 개수가 아닌 것은?

- ① 9 개 ② 12 개 ③ 13 개 ④ 14 개 ⑤ 17 개

해설

햄버거의 수를 x 개라고 하면 샌드위치의 수는 $(25 - x)$ 개 이다. 따라서 햄버거를 x 개 사고 샌드위치를 $25 - x$ 개 샀을 때의 전체 가격은 $2000x + 3000(25 - x)$ 이다. 전체 가격이 60,000 원 이상 68,000 원 이하가 되므로 식으로 나타내면, $60000 \leq 2000x + 3000(25 - x) \leq 68000$ 이다. 이를 연립부등식으로 나타내면,

$$\begin{cases} 2000x + 3000(25 - x) \geq 60000 \\ 2000x + 3000(25 - x) \leq 68000 \end{cases} \quad \text{이므로 간단히 하면,}$$

$$\begin{cases} x \leq 15 \\ x \geq 7 \end{cases} \quad \text{이다.}$$

따라서 $7 \leq x \leq 15$ 이다.

따라서 살 수 있는 햄버거의 개수는 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 개이다.

24. 다각형의 내각의 합이 600° 이상 750° 이하일 때, 이 다각형은 몇 각형인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 육각형

해설

다각형의 내각의 합: $180^\circ(n-2)$

$$600^\circ \leq 180^\circ(n-2) \leq 750^\circ$$

$$600^\circ \leq 180^\circ n - 360^\circ \leq 750^\circ$$

$$960^\circ \leq 180^\circ n \leq 1110^\circ$$

$$5.3\cdots \leq n \leq 6.16\cdots$$

$$\therefore n = 6$$

25. 4% 소금물 300 g 과 9% 의 소금물을 섞어서 7% 이상의 소금물을 만들었다. 이 때, 9% 의 소금물은 몇 g 이상 섞었는지 구하여라.

▶ 답: g

▶ 정답 : 450g

해설

9%의 소금물의 양을 x g이라 하면

$$\frac{4}{x} \times 300 + \frac{9}{x} \times x > \frac{7}{x} \times (300 + x)$$

$$\frac{1200}{100} \wedge 500 + \frac{2100}{100} \wedge x \leq 1200 + 9r \geq 2100 + 7r$$

$$9x - 7x \geq 2100 - 1200$$

$$\therefore x \geq 450$$

26. 부등식 $2|x+2|+|x-1|\leq 6$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$2|x+2|+|x-1|\leq 6$ 에서 범위를 나누어 생각해보면,

i) $x < -2$

$$-2 \cdot (x+2) - (x-1) = -3x-3 \leq 6, \quad x \geq -3$$

$$\therefore -3 \leq x < -2$$

ii) $-2 \leq x < 1$

$$\begin{aligned} 2(x+2) - (x-1) &= 2x+4-x+1 \\ &= x+5 \leq 6, \quad x \leq 1 \end{aligned}$$

$$\therefore -2 \leq x < 1$$

iii) $x \geq 1$

$$2(x+2) + (x-1) = 3x+3 \leq 6, \quad x \leq 1$$

$$\therefore x = 1$$

$$\therefore -3 \leq x \leq 1, \quad 5 \text{ 개}$$

27. 이차부등식 $-4x^2 + 12x - 9 \geq 0$ 의 해는?

① $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$

② $x \leq -\frac{3}{2}, x \geq \frac{3}{2}$

③ $x \neq \frac{3}{2}$ 인 모든 실수

④ 해는 없다.

⑤ $x = \frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & -4x^2 + 12x - 9 \geq 0 \\ \Rightarrow & 4x^2 - 12x + 9 \leq 0 \\ \Rightarrow & (2x - 3)^2 \leq 0 \\ \therefore & x = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

28. $64 \leq 16x - x^2$ 의 해를 구하면?

① $4 \leq x \leq 8$

② $x = 8$

③ 해는 없다.

④ 모든 실수

⑤ $x \leq 8$

해설

$$\begin{aligned} 64 &\leq 16x - x^2 \\ x^2 - 16x + 64 &\leq 0 \\ \Rightarrow (x - 8)^2 &\leq 0 \\ \Rightarrow x &= 8 \end{aligned}$$

29. x 에 대한 부등식 $x(x+1) < a(x+1) - 1$ 의 해가 존재하지 않을 때, 실수 a 의 범위는?

- ① $a \leq -3$ 또는 $a \geq 1$ ② $-3 \leq a \leq 1$
③ $a < -3$ 또는 $a > 1$ ④ $-3 < a < 1$
⑤ $-1 \leq a \leq 3$

해설

$x(x+1) < a(x+1) - 1$ 을 전개하여 이항하면 $x^2 + (1-a)x - a + 1 < 0$
이차항의 계수가 양수이므로 판별식 $D \leq 0$ 이면 부등식의 해가 없다.

$$D = (1-a)^2 + 4(a-1) \leq 0$$

$$(a-1)(a+3) \leq 0$$

$$\therefore -3 \leq a \leq 1$$

30. 부등식 $ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재하기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > -1$

② $a > -\frac{1}{2}$

③ $a > -\frac{1}{3}$

④ $a > -\frac{1}{4}$

⑤ $a > -\frac{1}{5}$

해설

$ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 에서

i) $a = 0$ 이면 $x > 0$

$\therefore$ 실수해가 존재한다.

ii) $a > 0$ 이면 $y = ax^2 + (a+1)x + a$ 의 그래프가 아래로 볼록한 모양이므로

$ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 을 만족시키는 x 값이 반드시 존재한다.

iii) $a < 0$ 이면 $D = (a+1)^2 - 4a^2 > 0$

$$3a^2 - 2a - 1 < 0, (3a+1)(a-1) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{3} < a < 1, a < 0 \text{ 이므로 } -\frac{1}{3} < a < 0$$

i), ii), iii)에서 $a > -\frac{1}{3}$

31. 부등식 $(x-2)(ax-1) < 0$ 의 해에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ㉠ 이 부등식의 해가 존재하지 않는 실수 a 가 있다.
- ㉡ $a = 0$ 이면 이 부등식의 해는 $x < 2$ 이다.
- ㉢ $a < 0$ 이면 이 부등식의 해는 $\frac{1}{a} < x < 2$ 이다.
- ㉣ $a > 0$ 이면 이 부등식의 해는 $x < 2$ 이다.
- ㉤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 모두 거짓이다.

해설

- ㉠ $a \neq 0$ 일 때
- $$(x-2)(ax-1) = a(x-2)\left(x-\frac{1}{a}\right) \text{이므로}$$
- $a = \frac{1}{2}$ 이면 이 부등식의 해는 없다.
- ㉡ $a = 0$ 이면 이 부등식은 $-(x-2) < 0$,
즉 $x-2 > 0$ 이므로 해는 $x > 2$ 이다.
- ㉢ $a < 0$ 이면 이 부등식은 $(x-2)\left(x-\frac{1}{a}\right) > 0$ 이므로
 $x < \frac{1}{a}$ 또는 $x > 2$ 이다.
- ㉣ $a > 0$ 이면 이 부등식은 $(x-2)\left(x-\frac{1}{a}\right) < 0$ 이므로
 $a < \frac{1}{2}$ 일때, $2 < x < \frac{1}{a}$,
 $a > \frac{1}{2}$ 일때 $\frac{1}{a} < x < 2$ 이다.

32. <보기> x 에 대한 부등식 $ax^2 + 4ax + 5a > 0$ 의 설명으로 옳은 것은 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $a > 0$ 일 때 해는 모든 실수이다.
- ㉡ $a = 0$ 일 때 해는 $x = 0$ 뿐이다.
- ㉢ $a < 0$ 일 때 해는 없다.

- ① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$ax^2 + 4ax + 5a > 0$ 에서
 $a(x^2 + 4x + 5) > 0$, $a\{(x + 2)^2 + 1\} > 0$
㉠ $a > 0$ 일 때 $(x + 2)^2 + 1 > 0 \therefore$ 모든 실수
㉡ $a = 0$ 일 때 $0 \cdot \{(x + 2)^2 + 1\} > 0 \therefore$ 해는 없다.
㉢ $a < 0$ 일 때 $(x + 2)^2 + 1 < 0 \therefore$ 해는 없다.

33. x 에 관한 이차부등식 $ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① $a < b$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
- ② $a < b$ 일 때, $x \leq -1, x \geq 3$ 이다.
- ③ $a < 0$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
- ④ $b < 0$ 일 때, $x \leq -1, x \geq 3$ 이다.
- ⑤ $a \geq b$ 일 때, 부등식은 모든 실수 x 에 대하여 성립한다.

해설

$ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 을 이항하여 정리하면
 $(a - b)x^2 - 2(a - b)x - 3(a - b) \geq 0$ (이차부등식이므로 $a \neq b$)
i) $a < b$ 이면 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \leq 0$
 $\therefore -1 \leq x \leq 3$
ii) $a > b$ 이면
 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \geq 0$
 $\therefore x \leq -1, x \geq 3$

34. 이차부등식 $x^2 - |x| - 6 < 0$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

① 5

② 10

③ 13

④ 16

⑤ 18

해설

$x \geq 0$ 일 때

$$x^2 - x - 6 < 0 \text{에서 } (x+2)(x-3) < 0$$

$$-2 < x < 3 \quad \therefore 0 \leq x < 3$$

$x < 0$ 일 때

$$x^2 + x - 6 < 0 \text{에서 } (x+3)(x-2) < 0$$

$$-3 < x < 2 \quad \therefore -3 < x < 0$$

$$\therefore -3 < x < 3 \text{이므로 } a = -3, b = 3$$

$$\text{따라서 } a^2 + b^2 = 9 + 9 = 18$$

35. 부등식 $x^2 - 4|x| + 3 < 0$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

- ① 0개
- ② 1개
- ③ 2개
- ④ 3개
- ⑤ 무수히 많다.

해설

$x^2 - 4|x| + 3 < 0$ 에서 $|x|^2 - 4|x| + 3 < 0$
 $(|x| - 1)(|x| - 3) < 0$
 $1 < |x| < 3$
따라서, 정수 $x = 2, -2$

36. 구슬을 보관함 1 상자당 구슬을 4 개씩 넣으면 구슬이 5 개가 남고, 구슬을 5 개씩 넣으면 모두 넣을 수 있지만 마지막 보관함에는 구슬이 2 개 이상 4 개 이하가 들어간다. 보관함의 개수로 가능한 것의 개수로 틀린 것을 모두 고르면?
- ① 4 상자 ② 5 상자 ③ 6 상자
- ④ 7 상자 ⑤ 8 상자

해설

보관함 x 상자가 있다고 하면, 구슬의 수는 $(4x + 5)$ 개 이다. 구슬을 5 개씩 넣을 경우 $x - 1$ 개 까지는 5 개씩 들어가 있지만 마지막 보관함에는 2 개 이상 4 개 이하가 들어가게 된다. 2 개가 들어갈 경우를 식으로 나타내면, $5(x - 1) + 2$ 이고, 4 개가 들어갈 경우를 식으로 나타내면 $5(x - 1) + 4$ 이다. 구슬의 수는 보관함에 5 개씩 넣고 마지막 보관함에 2 개가 들어있는 경우와 4 개가 들어있는 경우 사이에 있으므로, 식으로 나타내면 $5(x - 1) + 2 \leq 4x + 5 \leq 5(x - 1) + 4$ 이다. 이를 연립부등식으로 나타내면
$$\begin{cases} 5(x - 1) + 2 \leq 4x + 5 \\ 4x + 5 \leq 5(x - 1) + 4 \end{cases}$$
 이다.

간단히 정리하면
$$\begin{cases} x \leq 8 \\ x \geq 6 \end{cases}$$
 이므로 연립부등식의 해는 $6 \leq x \leq 8$ 이다. 따라서 보관함은 6 상자 또는 7 상자 또는 8 상자가 있다.

37. 110 개의 노트를 학생들에게 8 권씩 나누어주면 노트가 남고, 9 권씩 나누어주면 노트가 부족하다. 이 때 학생의 수는 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답 : 13 명

해설

문제에서 구하고자 하는 학생의 수를 x 명이라고 놓자.
 모든 학생이 노트를 8권씩 가지고 있을 때 전체 노트 수는 $8x$ 권이고, 모든 학생이 9권씩 가지고 있을 때 전체 노트 수는 $9x$ 권이다. 그러나 노트 수는 모든 학생이 8권씩 가질 때보다 많고, 모든 학생이 9권씩 가질 때보다 적으므로, 이를 식으로 나타내면 $8x < 110 < 9x$ 이다.

이를 연립부등식으로 표현하면
$$\begin{cases} 8x < 110 \\ 9x > 110 \end{cases}$$

간단히 하면, $\begin{cases} x < \frac{110}{8} \\ x > \frac{110}{9} \end{cases}$ 이다.

이를 다시 나타내면 $\frac{110}{9} < x < \frac{110}{8}$ 이다.

$\frac{110}{8} = 13.75$ 이고 $\frac{110}{9} = 12.2\ldots$ 이므로 학생의 수는 13 명이 가능하다.

38. 윤지네 반 학생들을 긴 의자에 앉히려고 한다. 한 의자에 4 명씩 앉으면 9 명의 학생이 앉지 못하고, 5 명씩 앉으면 의자가 4 개 남는다. 긴 의자의 개수가 될 수 없는 것은?

① 30 개 ② 31 개 ③ 32 개 ④ 33 개 ⑤ 34 개

해설

$$5(x-5)+1 \leq 4x+9 \leq 5(x-5)+5$$

$$5x-24 \leq 4x+9 \leq 5x-20$$

$$x \leq 33, \quad x \geq 29$$

$$\therefore 29 \leq x \leq 33$$

39. 150 개의 배를 바구니에 담는데 한 바구니에 담을 때 10 개씩 담으면 배가 남게 되고, 11 개씩 담게 되면 마지막 바구니를 다 채우지 못한다. 이 때, 바구니의 개수는 몇 개인가?

▶ 답: 개

▶ 정답 : 14개

해설

문제에서 구하고자 하는 바구니의 개수를 x 라고 놓자.

10 개씩 모든 바꾸니를 채우면 배의 개수는 $10x$ 이고, 11 개씩 모든 바꾸니를 채우면 배의 개수는 $11x$ 이다. 그러나 배의 개수가 10 개씩 채운 개수보다 많고 11 개씩 채운 개수보다는 적으므로 이를 식으로 나타내면 $10x < 150 < 11x$ 이다.

이를 연립부등식으로 표현하면 $\begin{cases} 10x < 150 \\ 11x > 150 \end{cases}$ 이고, 간단히 하

[illegible]

$\frac{150}{11} = 13.6363 \dots$ 이므로, 바구니의 개수는 14 개이다.