1. $1 \leq x \leq 8,\ 2 \leq y \leq 5$일 때, $x - y$의 값의 범위는?

① $-9 \leq x - y \leq 10$

② $-4 \leq x - y \leq 6$

③ $-3 \leq x - y \leq 4$

④ $2 \leq x - y \leq 40$

⑤ $3 \leq x - y \leq 13$

해설

$1 - 5 \leq x - y \leq 8 - 2$

2. 연립부등식 $-2 < 3x + 4 \leq 11$ 를 만족하는 정수를 모두 구하면?

① $-1,\ 0,\ 1$　　② $0,\ 1,\ 2$　　③ $-1,\ 0,\ 1,\ 2$

④ $-2,\ -1,\ 0,\ 1$　　⑤ $0,\ 1,\ 2,\ 3$

해설

$$\begin{cases} -2 < 3x + 4 \\ 3x + 4 \leq 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x \leq \dfrac{7}{3} \end{cases}$$

따라서 $-2 < x \leq \dfrac{7}{3}$ 을 만족하는 정수는 : $-1,\ 0,\ 1,\ 2$ 이다.

3. 부등식 $|2x-1| \geq 3$을 풀면?

① $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$

② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

④ $x < 1$ 또는 $x > 2$

⑤ $x \leq 1$ 또는 $x > 2$

해설

$|2x-1| \geq 3$에서

$2x-1 \leq -3$ 또는 $2x-1 \geq 3$ 정리하면 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

4. 부등식 $|7-3x|>2$를 풀면?

① $x<\frac{5}{3}$ 또는 $x>3$

② $x<\frac{5}{2}$ 또는 $x>2$

③ $x<\frac{5}{4}$ 또는 $x>4$

④ $x<1$ 또는 $x>3$

⑤ $x<\frac{5}{6}$ 또는 $x>6$

해설

$|7-x|>2$ 에서

$7-3x>2$ 또는 $7-3x<-2$

$-3x>-5$ 또는 $-3x<-9$

$\therefore x<\frac{5}{3}$ 또는 $x>3$

5. 부등식 $|2x-a|>7$의 해가 $x<-1$ 또는 $x>b$일 때, 상수 a, b의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$|2x-a|>7$에서

$2x-a<-7$ 또는 $2x-a>7$

$\therefore x<\dfrac{a-7}{2}$ 또는 $x>\dfrac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x<-1$ 또는 $x>b$이므로

$\dfrac{a-7}{2}=-1$, $\dfrac{a+7}{2}=b$

$\therefore a=5$, $b=6$

$\therefore a+b=11$

6. 이차부등식 $x^2-2x-8<0$의 해가 $a<x<b$일 때, $b-a$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$x^2-2x-8<0$ 에서 $(x-4)(x+2)<0$

$\therefore -2<x<4$

$b-a=6$

7. x에 대한 부등식 $x+2 \leq ax+3$ 의 해가 모든 실수일 때, 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x+2 \leq ax+3$에서 $(1-a)x \leq 1$이 부등식의 해가 모든 실수이고 우변이 양수이므로 x의 계수는 0이어야 한다.

$1-a=0$

$\therefore a=1$

8. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$의 해를 구하면?

① 해가 없다

② $x = 3$

③ $x \neq 3$인 모든실수

④ $-3 < x < 3$

⑤ 모든 실수

해설

$(x-3)^2 \geq 0$,　(실수)$^2 \geq 0$이므로

$\therefore$ ⑤ 모든실수

9. 이차부등식 $x^2+2x-35<0$을 풀면?

① $-15<x<12$ ② $-15<x<5$ ③ $-7<x<5$

④ $-7<x<2$ ⑤ $-5<x<7$

해설

$x^2+2x-35<0$에서 $(x+7)(x-5)<0$

$\therefore -7<x<5$

10. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \leq 0$의 해를 구하면?

① $x \geq 3$ 또는 $x \leq -3$

② x는 모든 실수

③ $x \neq 3$인 모든 실수

④ $x = 3$

⑤ 해가 없다

해설

$x^2 - 6x + 9 \leq 0$

$(x-3)^2 \leq 0$

$\Rightarrow x = 3$

11. 부등식 $x^2+ax+a+3 \le 0$를 만족하는 x가 오직 1개이기 위한 양수 a가 존재하는 구간은?

① $1<a<3$ ② $2<a<5$ ③ $3<a<6$

④ $4<a<7$ ⑤ $6<a<7$

해설

$x^2+ax+a+3 \le 0$의 해가
1개 존재하기 위해서는
$x^2+ax+a+3=0$이 중근을 가져야 한다.

$$\begin{aligned}\therefore D &= a^2-4(a+3)\\ &= a^2-4a-12\\ &= (a-6)(a+2)=0\end{aligned}$$

$\therefore a=6\ (\because a>0)$

12. $abc < 0$, $\dfrac{a-b}{c} > 0$인 세 실수 a, b, c에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $c > 0$이면 $a > b$이다.

② $a > 0$이면 $c < 0$이다.

③ $a > b$이면 $b < 0$이다.

④ $a > b$이면 $a > 0$이다.

⑤ $a < b$이면 $ab > 0$이다.

해설

① $c > 0$이면, $\dfrac{a-b}{c} > 0$에서 $a-b > 0$ 즉, $a > b$

② $a > 0$이면, $b < 0$, $c > 0$일 때도 두 부등식이 성립하므로 $c < 0$라고 말할 수 없다.

③, ④ $a > b$이면, $\dfrac{a-b}{c} > 0$에서 $c > 0$이므로 $ab < 0$이다.

따라서, $a > b$, $ab < 0$에서 $a > 0$, $b < 0$이다.

⑤ $a < b$이면, $\dfrac{a-b}{c} > 0$에서 $c < 0$이다.

따라서, $ab > 0$

13. a, b는 0이 아닌 실수이고, $a < b$라고 할 때, 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

(가) $\dfrac{1}{a} > \dfrac{1}{b}$

(나) $|a| < |b|$

(다) $a^2 < b^2$

(라) $a^3 < b^3$

① (가), (나)

② (가), (나), (다)

③ (나), (다)

④ (다)

⑤ (라)

해설

$a = -2,\ b = 1$이라고 하면

$\dfrac{1}{a} = -\dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{b} = 1$

$|a| = 2, |b| = 1 a^2 = (-2)^2 = 4,\ b^2 = 1$

따라서 (가), (나), (다)는 거짓이다.

$a < b$이면 $a^3 < b^3$가 항상 성립한다.

14. $-3a-2<-3b-2$일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a<b$ ② $-3a>-3b$

③ $5a-3>5b-3$ ④ $3-a>3-b$

⑤ $\frac{a}{3}<\frac{b}{3}$

해설

$-3a-2<-3b-2\cdots$㉠

(㉠ $+2$) $\div(-3)$하면, $a>b$이다.

따라서 만족하는 식은 $5a-3>5b-3$

15. 세 실수 a, b, c에 대하여 다음 중 항상 옳은 것은?

① $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$

② $a > b$ 이면 $a - c < b - c$

③ $a < b < 0$ 이면 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

④ $ac > bc$ 이면 $a > b,\ c > 0$

⑤ $a^2 + b^2 + c^2 \leqq ab + bc + ca$

해설

① $a > 0 > b$인 경우에서 $|b| > |a|$라면 제곱 값에 대해서는 $b^2 > a^2$의 결과가 나온다.

② 부등식의 기본 성질로 양변에 같은 수를 빼서는 부호가 바뀌지 않는다.

④ $a > b, c > 0$이면 $ac > bc$일 수는 있으나 보기 ④번 같은 경우에는 $ac > bc$이면$a < b, c < 0$인 경우도 있기 때문에 성립하지 않는다.

⑤ 주어진 식의 양변에 2를 곱하고 좌변으로 몰아 정리하면

$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca \leqq 0$

$(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2) \leqq 0$

$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \leq 0$ 위와 같이 되므로 세 실수 사이의 관계가

$a - b = 0,\ b - c = 0,\ c - a = 0$을 성립하지 않으면 성립하지 않는 보기이다.

16. $a > b > 1$ 인 실수 a, b 에 대하여 다음 중 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $\dfrac{1}{a} > \dfrac{1}{b}$　　② $\dfrac{a}{1-a} > \dfrac{b}{1-b}$　　③ $a+3 < b+3$

④ $a-1 < b-1$　　⑤ $\dfrac{a}{1+a} < \dfrac{b}{1+b}$

해설

① 양변에 ab 를 곱하면 주어진 조건과 다르게 나온다.

② $1-a<0, 1-b<0$에서 $(1-a)(1-b)>0$이므로
양변에 $(1-a)(1-b)$를 곱하면
$a(1-b) > b(1-a)$, $a-ab > b-ab$, $a > b$
주어진 조건에 만족한다.

③ 양변에 3을 빼주면 주어진 조건에 만족하지 않는다.

④ 양변에 1을 더해주면 주어진 조건에 만족하지 않는다.

⑤ $1+a>0, 1+b>0$ 이므로 $(1+a)(1+b)$ 를 양변에 곱하면
$a(1+b) < b(1+a)$
$a+ab < b+ab$
$a < b$
주어진 조건을 만족하지 않는다.

17. 부등식 $bx+(a-b)<0$의 해가 $x>2$일 때, 부등식 $ax+2a-b>0$의 해를 구하면?

① $x>-1$ ② $x<-1$ ③ $x>-2$

④ $x<-2$ ⑤ $x>-3$

해설

$bx+(a-b)<0$의 해가 $x>2$이려면

$b<0$ $\cdots\cdots$ ㉠

$\dfrac{b-a}{b}=2$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉡에서 $b-a=2b$ $\therefore$ $a=-b$

㉠에서 $b<0$이므로 $a>0$

$ax+2a-b>0$에서 $ax+2a+a>0$ $\therefore$ $ax>-3a$

$a>0$ 이므로 $x>-3$

18. 연립부등식 $\begin{cases} 3x+7 \leq -x+31 \\ x+a \geq -3 \end{cases}$ 의 해가 다음과 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$\begin{cases} 3x+7 \leq -x+31 \\ x+a \geq -3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x \leq 24 \\ x+a \geq -3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq 6 \\ x \geq -3-a \end{cases}$

$\therefore \ -3-a \leq x \leq 6$

해가 $-1 \leq x \leq 6$ 이므로 $-3-a=-1$

$\therefore \ a=-2$

19. 다음 식에서 연립했을 때, 해가 $-2 \le x < 7$ 이 되도록 하는 부등식을 찾아라.

보기

㉠ $x < 9$

㉡ $x \le 5$

㉢ $x < 7$

㉣ $x \ge -2$

▶ 답 :

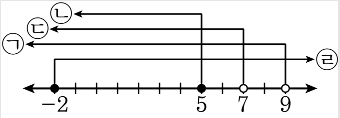
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

수직선에 나타내보면 다음과 같다.



따라서 ㉣과 ㉢을 연립했을 때 $-2 \le x < 7$ 의 해가 나온다.

20. 연립부등식 $\begin{cases} 5-x>1 \\ x+3<2x \end{cases}$ 를 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3<x<4$

해설

$\begin{cases} 5-x>1 \\ x+3<2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x>-4 \\ -x<-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<4 \\ x>3 \end{cases}$

$\therefore\ 3<x<4$

21. 연속하는 세 자연수의 합이 69 보다 크고 72 이하일 때, 세 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

▷ 정답 : 24

▷ 정답 : 25

해설

세 자연수를 $x-1$, x , $x+1$ 이라하면

$69 < x-1+x+x+1 \leq 72$

$69 < 3x \leq 72$

$23 < x \leq 24$

$\therefore \quad x = 24$

따라서 연속하는 세 자연수는 $23, 24, 25$ 이다.

22. 1 개에 1600 원하는 열쇠 고리와 1 개에 2,000 원 하는 핸드폰 줄을 합쳐서 20 개를 사려고 한다. 전체 가격이 34000 원 보다 크고 35000 원 보다 작게 하려고 할 때, 열쇠 고리는 최대 몇 개를 사야 하는지 구하여라.

▶ 답 : ________ 개

▷ 정답 : 14 개

해설

열쇠 고리의 수를 x 개라고 하면 핸드폰 줄의 수는 $(20-x)$ 개이다. 따라서 열쇠 고리를 x 개 사고 핸드폰 줄을 $(20-x)$ 개 샀을 때의 전체 가격은 $1600x+2000(20-x)$ 이다. 전체 가격이 34,000 원 보다 크고 35,000 원 보다 작으므로 $34000 < 1600x+2000(20-x) < 35000$ 이다. 이를 연립 부등식으로 나타내면, $\begin{cases} 1600x+2000(20-x) > 34000 \\ 1600x+2000(20-x) < 35000 \end{cases}$ 이므로 간단히 하면,

$\begin{cases} x < 15 \\ x > \dfrac{50}{4} \end{cases}$ 이다. 따라서 $\dfrac{25}{2} < x < 15$ 이고, $\dfrac{25}{2} = 12.5$ 이므로,

열쇠 고리는 13 개 또는 14 개를 사야 한다.

따라서 최대 14 개를 사야 한다.

23. 1 개에 2,000 원 하는 햄버거와 1 개에 3,000 원 하는 샌드위치를 합쳐서 25 개를 사려고 한다. 전체 가격이 60,000 원 이상 68,000 원 이하가 되게 하려고 한다. 다음 중 살 수 있는 햄버거의 개수가 <u>아닌</u> 것은?

① 9 개 ② 12 개 ③ 13 개 ④ 14 개 ⑤ 17 개

해설

햄버거의 수를 x 개라고 하면 샌드위치의 수는 $(25-x)$ 개 이다. 따라서 햄버거를 x 개 사고 샌드위치를 $25-x$ 개 샀을 때의 전체 가격은 $2000x+3000(25-x)$ 이다. 전체 가격이 60,000 원 이상 68,000 원 이하가 되므로 식으로 나타내면, $60000 \le 2000x+3000(25-x) \le 68000$ 이다. 이를 연립부등식으로 나타내면,

$\begin{cases} 2000x+3000(25-x) \ge 60000 \\ 2000x+3000(25-x) \le 68000 \end{cases}$ 이므로 간단히 하면,

$\begin{cases} x \le 15 \\ x \ge 7 \end{cases}$ 이다.

따라서 $7 \le x \le 15$ 이다.

따라서 살 수 있는 햄버거의 개수는 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 개이다.

24. 다각형의 내각의 합이 $600°$ 이상 $750°$ 이하일 때, 이 다각형은 몇 각형인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 육각형

해설

다각형의 내각의 합: $180°(n-2)$

$600° \leq 180°(n-2) \leq 750°$

$600° \leq 180°n - 360° \leq 750°$

$960° \leq 180°n \leq 1110°$

$5.3\cdots \leq n \leq 6.16\cdots$

$\therefore n = 6$

25. 4 % 소금물 300 g 과 9 % 의 소금물을 섞어서 7 % 이상의 소금물을 만들었다. 이 때, 9 % 의 소금물은 몇 g 이상 섞었는지 구하여라.

▶ **답 :** ______ g

▷ **정답 :** 450 g

해설

9 % 의 소금물의 양을 x g이라 하면

$\frac{4}{100} \times 300 + \frac{9}{100} \times x \geq \frac{7}{100} \times (300 + x)$

$1200 + 9x \geq 2100 + 7x$

$9x - 7x \geq 2100 - 1200$

$\therefore \ x \geq 450$

26. 부등식 $2|x+2|+|x-1| \leq 6$을 만족하는 정수 x의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$2|x+2|+|x-1| \leq 6$에서 범위를 나누어 생각해보면,

i) $x < -2$

$-2 \cdot (x+2)-(x-1) = -3x-3 \leq 6,\ x \geq -3$

$\therefore\ -3 \leq x < -2$

ii) $-2 \leq x < 1$

$2(x+2)-(x-1) = 2x+4-x+1$

$= x+5 \leq 6\ ,\ x \leq 1$

$\therefore -2 \leq x < 1$

iii) $x \geq 1$

$2(x+2)+(x-1) = 3x+3 \leq 6,\ x \leq 1$

$\therefore\ x = 1$

$\therefore\ -3 \leq x \leq 1,$ 5개

27. 이차부등식 $-4x^2+12x-9 \geq 0$의 해는?

① $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$

② $x \leq -\frac{3}{2},\ x \geq \frac{3}{2}$

③ $x \neq \frac{3}{2}$인 모든 실수

④ 해는 없다.

⑤ $x = \frac{3}{2}$

해설

$-4x^2+12x-9 \geq 0$

$\Rightarrow\ 4x^2-12x+9 \leq 0$

$\Rightarrow\ (2x-3)^2 \leq 0$

$\therefore\ x = \frac{3}{2}$

28. $64 \le 16x - x^2$ 의 해를 구하면?

① $4 \le x \le 8$ ② $x = 8$ ③ 해는 없다.

④ 모든 실수 ⑤ $x \le 8$

해설

$64 \le 16x - x^2$

$x^2 - 16x + 64 \le 0$

$\Rightarrow \quad (x-8)^2 \le 0$

$\Rightarrow \quad x = 8$

29. x에 대한 부등식 $x(x+1) < a(x+1) - 1$의 해가 존재하지 않을 때, 실수 a의 범위는?

① $a \leq -3$ 또는 $a \geq 1$

② $-3 \leq a \leq 1$

③ $a < -3$ 또는 $a > 1$

④ $-3 < a < 1$

⑤ $-1 \leq a \leq 3$

해설

$x(x+1) < a(x+1)-1$을 전개하여 이항하면 $x^2+(1-a)x-a+1 < 0$ 이차항의 계수가 양수이므로 판별식 $D \leq 0$이면 부등식의 해가 없다.

$D = (1-a)^2 + 4(a-1) \leq 0$

$(a-1)(a+3) \leq 0$

$\therefore \quad -3 \leq a \leq 1$

30. 부등식 $ax^2 + (a+1)x + a > 0$을 만족하는 실수 x가 존재하기 위한 상수 a의 값의 범위는?

① $a > -1$ ② $a > -\frac{1}{2}$ ③ $a > -\frac{1}{3}$

④ $a > -\frac{1}{4}$ ⑤ $a > -\frac{1}{5}$

해설

$ax^2 + (a+1)x + a > 0$에서

i) $a = 0$이면 $x > 0$

$\therefore$ 실수해가 존재한다.

ii) $a > 0$ 이면 $y = ax^2 + (a+1)x + a$의 그래프가 아래로 볼록한 모양이므로

$ax^2 + (a+1)x + a > 0$을 만족시키는 x값이 반드시 존재한다.

iii) $a < 0$이면 $D = (a+1)^2 - 4a^2 > 0$

$3a^2 - 2a - 1 < 0$, $(3a+1)(a-1) < 0$

$\therefore \quad -\frac{1}{3} < a < 1$, $a < 0$ 이므로 $-\frac{1}{3} < a < 0$

i), ii), iii) 에서 $a > -\frac{1}{3}$

31. 부등식 $(x-2)(ax-1)<0$의 해에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① 이 부등식의 해가 존재하지 않는 실수 a가 있다.

② $a=0$이면 이 부등식의 해는 $x<2$이다.

③ $a<0$이면 이 부등식의 해는 $\frac{1}{a}<x<2$이다.

④ $a>0$이면 이 부등식의 해는 $x<2$이다.

⑤ ①, ②, ③, ④ 모두 거짓이다.

해설

① $a \neq 0$일 때

$(x-2)(ax-1)=a(x-2)\left(x-\frac{1}{a}\right)$이므로

$a=\frac{1}{2}$이면 이 부등식의 해는 없다.

② $a=0$이면 이 부등식은 $-(x-2)<0$,
즉 $x-2>0$이므로 해는 $x>2$이다.

③ $a<0$이면 이 부등식은 $(x-2)\left(x-\frac{1}{a}\right)>0$이므로

$x<\frac{1}{a}$ 또는 $x>2$이다.

④ $a>0$이면 이 부등식은 $(x-2)\left(x-\frac{1}{a}\right)<0$이므로

$a<\frac{1}{2}$일때, $2<x<\frac{1}{a}$,

$a>\frac{1}{2}$일때 $\frac{1}{a}<x<2$이다.

32. <보기> x에 대한 부등식 $ax^2+4ax+5a>0$의 설명으로 옳은 것은 모두 고른 것은?

보기

㉠ $a>0$일 때 해는 모든 실수이다.
㉡ $a=0$일 때 해는 $x=0$뿐이다.
㉢ $a<0$일 때 해는 없다.

① ㉠　　② ㉠, ㉡　　③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢　　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$ax^2+4ax+5a>0$에서
$a(x^2+4x+5)>0,\ a\{(x+2)^2+1\}>0$
㉠ $a>0$일 때 $(x+2)^2+1>0$ $\therefore$ 모든 실수
㉡ $a=0$일 때 $0\cdot\{(x+2)^2+1\}>0$ $\therefore$ 해는 없다.
㉢ $a<0$일 때 $(x+2)^2+1<0$ $\therefore$ 해는 없다.

33. x에 관한 이차부등식 $ax^2-2ax-3a \geq bx^2-2bx-3b$에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $a<b$일 때, $-1 \leq x \leq 3$이다.

② $a<b$일 때, $x \leq -1,\ x \leq 3$이다.

③ $a<0$일 때, $-1 \leq x \leq 3$이다.

④ $b<0$일 때, $x \leq -1,\ x \geq 3$이다.

⑤ $a \geq b$ 일 때, 부등식은 모든 실수 x에 대하여 성립한다.

해설

$ax^2-2ax-3a \geq bx^2-2bx-3b$을 이항하여 정리하면

$(a-b)x^2-2(a-b)x-3(a-b) \geq 0$(이차부등식이므로 $a \neq b$)

i) $a<b$이면 $x^2-2x-3=(x-3)(x+1) \leq 0$

$\therefore -1 \leq x \leq 3$

ii) $a>b$이면

$x^2-2x-3=(x-3)(x+1) \geq 0$

$\therefore x \leq -1,\ x \geq 3$

34. 이차부등식 $x^2 - |x| - 6 < 0$의 해가 $a < x < b$일 때, $a^2 + b^2$의 값을 구하여라.

① 5　② 10　③ 13　④ 16　⑤ 18

해설

$x \geqq 0$일 때

$x^2 - x - 6 < 0$에서 $(x+2)(x-3) < 0$

$-2 < x < 3$　$\therefore 0 \leqq x < 3$

$x < 0$일 때

$x^2 + x - 6 < 0$에서 $(x+3)(x-2) < 0$

$-3 < x < 2$　$\therefore -3 < x < 0$

$\therefore -3 < x < 3$이므로 $a = -3,\ b = 3$

따라서 $a^2 + b^2 = 9 + 9 = 18$

35. 부등식 $x^2 - 4|x| + 3 < 0$을 만족하는 정수 x의 개수는?

① 0 개　　② 1 개　　③ 2 개

④ 3 개　　⑤ 무수히 많다.

해설

$x^2 - 4|x| + 3 < 0$에서 $|x|^2 - 4|x| + 3 < 0$

$(|x| - 1)(|x| - 3) < 0$

$1 < |x| < 3$

따라서, 정수 $x = 2, -2$

36. 구슬을 보관함 1상자당 구슬을 4 개씩 넣으면 구슬이 5 개가 남고, 구슬을 5 개씩 넣으면 모두 넣을 수 있지만 마지막 보관함에는 구슬이 2 개 이상 4 개 이하가 들어간다. 보관함의 개수로 가능한 것의 개수로 틀린 것을 모두 고르면?

① 4 상자 ② 5 상자 ③ 6 상자

④ 7 상자 ⑤ 8 상자

해설

보관함 x상자가 있다고 하면, 구슬의 수는 $(4x+5)$개 이다. 구슬을 5 개씩 넣을 경우 $x-1$ 개 까지는 5 개씩 들어가 있지만 마지막 보관함에는 2 개 이상 4 개 이하가 들어가게 된다. 2 개가 들어갈 경우를 식으로 나타내면, $5(x-1)+2$ 이고, 4 개가 들어갈 경우를 식으로 나타내면 $5(x-1)+4$ 이다. 구슬의 수는 보관함에 5 개씩 넣고 마지막 보관함에 2 개가 들어있는 경우와 4 개가 들어있는 경우 사이에 있으므로, 식으로 나타내면 $5(x-1)+2 \le 4x+5 \le 5(x-1)+4$ 이다. 이를 연립부등식으로 나타내면 $\begin{cases} 5(x-1)+2 \le 4x+5 \\ 4x+5 \le 5(x-1)+4 \end{cases}$ 이다.

간단히 정리하면 $\begin{cases} x \le 8 \\ x \ge 6 \end{cases}$ 이므로 연립부등식의 해는 $6 \le x \le 8$ 이다. 따라서 보관함은 6상자 또는 7상자 또는 8상자가 있다.

37. 110 개의 노트를 학생들에게 8 권씩 나누어주면 노트가 남고, 9 권씩 나누어주면 노트가 부족하다. 이 때 학생의 수는 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: ______ 명

▷ 정답: 13 명

해설

문제에서 구하고자 하는 학생의 수를 x 명이라고 놓자.
모든 학생이 노트를 8 권씩 가지고 있을 때 전체 노트 수는 $8x$ 권이고, 모든 학생이 9권씩 가지고 있을 때 전체 노트 수는 $9x$ 권이다. 그러나 노트 수는 모든 학생이 8권씩 가질 때보다 많고, 모든 학생이 9권씩 가질 때보다 적으므로, 이를 식으로 나타내면 $8x < 110 < 9x$ 이다.

이를 연립부등식으로 표현하면 $\begin{cases} 8x < 110 \\ 9x > 110 \end{cases}$

간단히 하면, $\begin{cases} x < \dfrac{110}{8} \\ x > \dfrac{110}{9} \end{cases}$ 이다.

이를 다시 나타내면 $\dfrac{110}{9} < x < \dfrac{110}{8}$ 이다.

$\dfrac{110}{8} = 13.75$ 이고 $\dfrac{110}{9} = 12.2\cdots$ 이므로 학생의 수는 13 명이 가능하다.

38. 윤지네 반 학생들을 긴 의자에 앉히려고 한다. 한 의자에 4 명씩 앉으면 9 명의 학생이 앉지 못하고, 5 명씩 앉으면 의자가 4 개 남는다. 긴 의자의 개수가 될 수 <u>없는</u> 것은?

① 30 개 ② 31 개 ③ 32 개 ④ 33 개 ⑤ 34 개

해설

$5(x-5)+1 \le 4x+9 \le 5(x-5)+5$

$5x-24 \le 4x+9 \le 5x-20$

$x \le 33,\ \ x \ge 29$

$\therefore\ \ 29 \le x \le 33$

39. 150 개의 배를 바구니에 담는데 한 바구니에 담을 때 10 개씩 담으면 배가 남게 되고, 11 개씩 담게 되면 마지막 바구니를 다 채우지 못한다. 이 때, 바구니의 개수는 몇 개인가?

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 14 개

해설

문제에서 구하고자 하는 바구니의 개수를 x 라고 놓자.
10 개씩 모든 바구니를 채우면 배의 개수는 $10x$ 이고, 11 개씩 모든 바구니를 채우면 배의 개수는 $11x$ 이다. 그러나 배의 개수가 10 개씩 채운 개수보다 많고 11 개씩 채운 개수보다는 적으므로 이를 식으로 나타내면 $10x < 150 < 11x$ 이다.

이를 연립부등식으로 표현하면 $\begin{cases} 10x < 150 \\ 11x > 150 \end{cases}$ 이고, 간단히 하면, $\begin{cases} x < 15 \\ x > \dfrac{150}{11} \end{cases}$ 이다. 이를 다시 나타내면 $\dfrac{150}{11} < x < 15$ 이다.

$\dfrac{150}{11} = 13.6363\cdots$ 이므로, 바구니의 개수는 14 개이다.