1. $(x+A)^2 = x^2 + Bx + \frac{1}{16}$ 에서 A, B 의 값으로 가능한 것을 모두 고르면?

① $A = \frac{1}{4}$, $B = \frac{1}{4}$

② $A = \frac{1}{4}$, $B = \frac{1}{2}$

③ $A = -\frac{1}{4}$, $B = \frac{1}{2}$

④ $A = \frac{1}{4}$, $B = -\frac{1}{4}$

⑤ $A = -\frac{1}{4}$, $B = -\frac{1}{2}$

해설

$(x+A)^2 = x^2 + 2Ax + A^2 = x^2 + Bx + \frac{1}{16}$

$A^2 = \frac{1}{16}$ 이므로 $A = \frac{1}{4}$ 일 때 $B = \frac{1}{2}$, $A = -\frac{1}{4}$ 일 때 $B = -\frac{1}{2}$

2. $(x-1)(x+1)(x^2+1)$을 전개하면?

① $x-1$ ② x^2-1 ③ x^4-1

④ x^2+1 ⑤ x^4+1

해설

$(x^2-1)(x^2+1)=x^4-1$

3. 다음 중 주어진 수의 계산을 간편하게 하기 위하여 이용할 수 있는 곱셈 공식으로 적절하지 <u>않은</u> 것은?

① $91^2 \rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $597^2 \rightarrow (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $103^2 \rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

④ $84 \times 75 \rightarrow (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

⑤ $50.9 \times 49.1 \rightarrow (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

해설

④ $84 \times 75 = (80+4)(80-5)$

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

4. $6x^2+7x-3=(2x+a)(3x+b)$ 일 때, 정수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하면?

① 4 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$6x^2+7x-3=(2x+3)(3x-1)$

$a=3,\ b=-1$

$\therefore\ a-b=4$

5. 다음 식 중 옳게 인수분해한 것은?

① $x^2 + 2xy + y^2 = (-x + y)^2$

② $ax - bx - a + b = (a - b)(x + 1)$

③ $x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3)$

④ $6x^2 - x - 1 = (2x + 1)(3x - 1)$

⑤ $x^2 + 2 = (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$

해설

① $(x + y)^2$
② $(a - b)(x - 1)$
④ $(2x - 1)(3x + 1)$

6. 두 다항식 $6x^2 - 5x + 1$과 $6x^2 + 7x - 3$의 공통인 인수는 $ax - 1$이다. 이 때, a를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 3$

해설

$6x^2 - 5x + 1 = (2x - 1)(3x - 1)$

$6x^2 + 7x - 3 = (3x - 1)(2x + 3)$

따라서 공통인 인수는 $3x - 1$이므로 $a = 3$이다.

7. $(x+4)^2-3(x+4)$ 를 인수분해하면?

① $(x+4)(x-1)$ ② $(x-4)(x+1)$ ③ $(x-7)(x+4)$

④ $(x+4)(x+1)$ ⑤ $(x-7)(x+1)$

해설

$$\begin{aligned}(x+4)^2-3(x+4) &= (x+4)(x+4-3)\\ &= (x+4)(x+1)\end{aligned}$$

8. 다음 중 $a^3 - a^2 - a + 1$의 인수가 아닌 것은 모두 몇 개인지 구하면?

㉠ $a^2 + 1$	㉡ $a^2 - 1$	㉢ $a + 1$
㉣ $a - 1$	㉤ $a^3 + 1$	

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 없다

해설

$$\begin{aligned} a^3 - a^2 - a + 1 &= a^2(a-1) - (a-1) \\ &= (a^2 - 1)(a-1) \\ &= (a-1)^2(a+1) \end{aligned}$$

따라서 $a^3 - a^2 - a + 1$의 인수인 것은 ㉡, ㉢, ㉣이므로 인수가 아닌 것은 남은 2 개이다.

9. $\left(x-\frac{A}{3}\right)^2$ 을 전개한 식이 $x^2+Bx+\frac{1}{9}$ 일 때, A^2+9B^2 의 값을 구하여라. (단, A, B 는 상수)

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$x^2-2\times x\times\frac{A}{3}+\left(\frac{A}{3}\right)^2=x^2-\frac{2}{3}Ax+\frac{A^2}{9}$$

$$A^2=1,\ B^2=\frac{4}{9}A^2$$

$$\therefore A^2+9B^2=1+9\times\frac{4}{9}=5$$

10. 곱셈 공식을 이용하여 $(x+3)(x+a)$ 를 전개한 식이 $x^2+bx-12$ 이다. 이때 상수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=-4$

▷ 정답 : $b=-1$

해설

$(x+3)(x+a)=x^2+(a+3)x+3a$ 가 $x^2+bx-12$ 이므로
$a+3=b$, $3a=-12$ 이다.
따라서 $a=-4$, $-4+3=b$, $b=-1$ 이다.

11. 곱셈 공식을 이용하여 $(x-a)(3x+5)$ 를 전개하였을 때, x 의 계수가 17 이다. 이때 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=-4$

해설

$(x-a)(3x+5)=3x^2+(5-3a)x-5a$

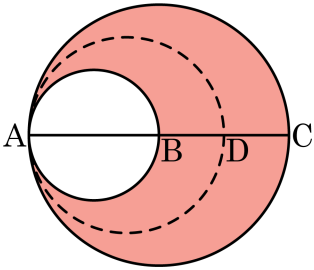
x 의 계수가 17 이므로

$5-3a=17$

$-3a=12$

$\therefore\ a=-4$

12. 다음 그림의 두 원은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$를 지름으로 하는 원이고, D 는 $\overline{BC}$의 중점이다. $\overline{BD} = h$, $\overline{AD}$를 지름으로 하는 원의 둘레의 길이를 l 이라고 할 때, 어두운 부분의 넓이를 h와 l에 관한 식으로 나타내어라.



▶ 답:

▷ 정답: hl

해설

$\overline{AB} = 2a$라 하면
$\overline{AD}$를 지름을 하는 원의 둘레 $l = (2a + h)\pi$
(색칠한 부분의 넓이)
$= (a + h)^2\pi - a^2\pi$
$= a^2\pi + 2ah\pi + h^2\pi - a^2\pi$
$= 2ah\pi + h^2\pi$
$= h\pi(2a + h)$
$\therefore$ (넓이) $= h\pi(2a + h) = hl$

13. 정수 a 에 대해서 $a^2 + 6a - 27$ 의 절댓값이 소수이다. a 가 될 수 있는 정수를 모두 합하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

$a^2 + 6a - 27 = (a + 9)(a - 3)$ 의 절댓값이 소수이므로 a 가 될 수 있는 수는 $4, 2, -8, -10$ 이다.
따라서 합은 -12 이다.

14. 어떤 이차식을 갑, 을이 다음과 같이 잘못 인수분해 했다. 처음 이차식을 바르게 인수분해하면 $a(x-b)(x-c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

> (1) 갑은 x 의 계수를 잘못 보고
> $(3x-4)(x-6)$ 으로 인수 분해 하였다.
> (2) 을은 상수항을 잘못 보고 $(3x+3)(x-7)$ 으로 인수분해 하였다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=9$

해설

갑은 $3x^2-22x+24$ 에서 상수항 $+24$ 를 맞게 보았고,
을은 $3x^2-18x-21$ 에서 x 의 계수 -18 을 맞게 보았다.
따라서 $3x^2-18x+24=3(x-2)(x-4)$
$\therefore a=3,\ b=2,\ c=4$
$\therefore\ a+b+c=9$

15. $(x-3)^2-(y+3)^2$을 인수분해할 때, 인수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x-6$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x-3+y+3)(x-3-y-3)\\ &= (x+y)(x-y-6)\end{aligned}$$

$\therefore x+y+x-y-6=2x-6$

16. $x^2 - 4x - 9y^2 + 4$ 을 인수분해하는데 사용된 인수분해 공식을 모두 골라라. (단, $a > 0, b > 0$)

㉠ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

㉡ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

㉢ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

㉣ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

㉤ $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉣

해설

$x^2 - 4x - 9y^2 + 4$
$= (x^2 - 4x + 4) - 9y^2$
$= (x - 2)^2 - (3y)^2 \cdots$ ㉢ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
$= (x - 2 + 3y)(x - 2 - 3y) \cdots$ ㉣ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
$= (x + 3y - 2)(x - 3y - 2)$

17. $x^2 - y^2 - x + 5y - 6 = A(x + y - 3)$ 일 때, A 를 구하면?

① $x + y + 2$ ② $3x - y + 2$ ③ $x - y + 4$

④ $x - y + 2$ ⑤ $x - 3y + 2$

해설

$$x^2 - y^2 - x + 5y - 6$$
$$= x^2 - x - (y^2 - 5y + 6)$$
$$= x^2 - x - (y - 3)(y - 2)$$
$$= \{x + (y - 3)\}\{x - (y - 2)\}$$
$$= (x + y - 3)(x - y + 2)$$
$$\therefore A = x - y + 2$$

18. $ax^2+24x+b=(3x+c)^2$ 일 때, 상수 a, b, c 의 값을 차례로 구하면?

① $a=9,\ b=16,\ c=-4$

② $a=9,\ b=8,\ c=4$

③ $a=9,\ b=16,\ c=2$

④ $a=9,\ b=16,\ c=4$

⑤ $a=3,\ b=-8,\ c=4$

해설

$(3x+c)^2=9x^2+6cx+c^2$

$a=9$

$6c=24,\ c=4$

$b=c^2,\ b=16$

$\therefore a=9,\ b=16,\ c=4$

19. 신의는 한 변의 길이가 각각 $x\,\text{cm}$, $y\,\text{cm}$ 인 정사각형 모양의 생일 카드를 만들었다. 이 두 카드의 둘레의 길이의 차가 $24\,\text{cm}$ 이고 넓이의 차가 $150\,\text{cm}^2$ 일 때, 두 카드의 둘레의 길이의 합을 구하면?

① $6\,\text{cm}$ ② $25\,\text{cm}$ ③ $50\,\text{cm}$

④ $100\,\text{cm}$ ⑤ $150\,\text{cm}$

해설

$4x - 4y = 24$ 이므로 $x - y = 6$

$x^2 - y^2 = 150$ 이므로 $(x+y)(x-y) = 150$

$x + y = 25$

$\therefore 4x + 4y = 100$

20. 자연수 $2^{160}-1$ 은 30 과 40 사이의 두 자연수에 의하여 나누어떨어진다. 이 두 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

$2^{160}-1$

$=(2^{80}+1)(2^{40}+1)(2^{20}+1)(2^{10}+1)(2^5+1)(2^5-1)$

$2^{160}-1$ 을 나누어 떨어지게 하는 수 중 30 과 40 사이의 수는 $2^5+1=33$ 과 $2^5-1=31$ 이다.

$\therefore\ 33+31=64$

21. $\sqrt{18}$ 의 소수 부분을 a , $2\sqrt{5}$ 의 정수 부분을 b 라 할 때, $\dfrac{a^3-b^3+a^2b-ab^2}{a-b}$ 의 값을 구하면?

① 13 ② 15 ③ 18 ④ 20 ⑤ 24

해설

$4 < \sqrt{18} < 5$ 이므로 $a = \sqrt{18} - 4$

$4 < \sqrt{20} < 5$ 이므로 $b = 4$

$a + b = \sqrt{18}$

$$\begin{aligned}
(\text{준식}) &= \frac{a(a^2-b^2)+b(a^2-b^2)}{a-b} \\
&= \frac{a(a+b)(a-b)+b(a+b)(a-b)}{a-b} \\
&= \frac{(a-b)(a+b)^2}{a-b} \\
&= (a+b)^2 \\
&= 18
\end{aligned}$$

22. $xy = 3$, $x^2 + y^2 = 6$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값은? (단, $x + y > 0$)

① $2\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $6\sqrt{3}$ ④ $8\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

해설

$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 6 + 2 \times 3 = 12$

$x + y > 0$ 이므로 $x + y = 2\sqrt{3}$

$(x^2 + y^2)(x + y) = x^3 + y^3 + xy(x + y)$

$6 \times 2\sqrt{3} = x^3 + y^3 + 3 \times 2\sqrt{3}$

$x^3 + y^3 = 6\sqrt{3}$

23. $(ax^3 - x^2 + 3x - 1)(2x^3 + bx^2 + 4)$ 를 전개하였을 때, x^2 의 계수는 1, x^3 의 계수는 -1 이다. 이때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

▷ 정답 : $b = -5$

해설

주어진 식에서 x^2 항은 $-4x^2 - bx^2 = (-4 - b)x^2$
따라서 $a = 4$, $b = -5$ 이다.
즉, $-4 - b = 1$ $\therefore\ b = -5$
x^3 항은 $4ax^3 + 3bx^3 - 2x^3 = (4a + 3b - 2)x^3$
따라서 $4a + 3b - 2 = -1$ 이므로 $a = 4$ 이다.

24. $4x^2 - 4x - a$ 가 두 일차식의 곱으로 인수분해되고, 이 중 한 인수가 $2x + 3$ 일 때, a 의 값은?

① -15 ② -6 ③ 3 ④ 6 ⑤ 15

해설

$$4x^2 - 4x - a = (2x + 3)(bx + c)$$
$$= 2bx^2 + (3b + 2c)x + 3c$$

$2b = 4,\ b = 2$

$2c + 3b = -4,\ c = -5$

$-a = 3c = -15,\ a = 15$

25. 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $2x-1$, $x-y$ 인 정육면체의 부피가 $2x^3+x^2-2x^2y-x-xy+y$ 이다. 이 때 x, y 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x=2$

▷ 정답: $y=-1$

해설

y 에 관하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= y\left(-2x^2-x+1\right)+2x^3+x^2-x \\ &= y\left(-2x^2-x+1\right)+x\left(2x^2+x-1\right) \\ &= (x-y)\left(2x^2+x-1\right) \\ &= (x-y)(2x-1)(x+1)\end{aligned}$$

정육면체이므로 $x-y=2x-1=x+1$ 이다.

$\therefore\ x=2,\ y=-1$