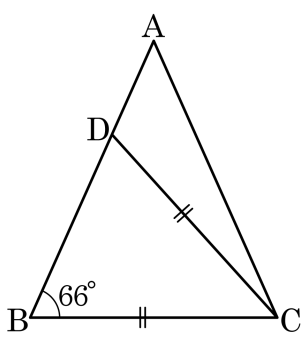
1. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이다. $\overline{BC} = \overline{CD}$이고 $\angle B = 66°$ 일 때, $\angle ACD$의 크기는?

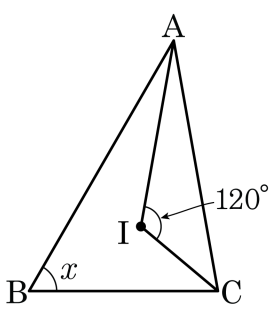


① 10° ② 15° ③ 18° ④ 23° ⑤ 25°

해설

$\triangle BCD$ 에서 $\angle BCD = 180° - 2 \times 66° = 48°$
또한 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle ACB = 66°$
$\therefore \angle ACD = 66° - 48° = 18°$

2. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때 $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 60 °

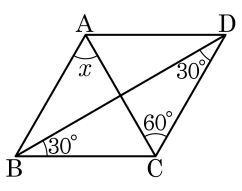
해설

$\frac{x}{2} + 90° = 120°$,

$\frac{x}{2} = 30°$

$\therefore\ x = 60°$

3. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 x 의 값을 구하여라.



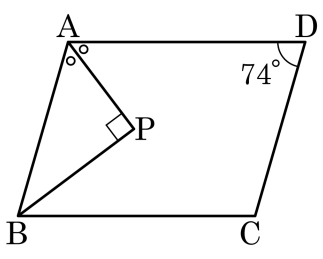
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 60°

해설

$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle ACD$, $x = 60°$이다.

4. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle PAB = \angle PAD, \angle APB = 90°, \angle D = 74°$ 일 때, $\angle PBC$ 의 크기를 구하여라.



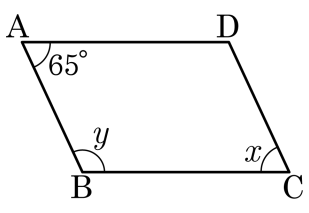
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 37°

해설

$\angle A + \angle B = 180°$
$\angle BAP = (180° - 74°) \div 2 = 53°$
$\angle ABP = 90° - 53° = 37°$
$\therefore \angle PBC = 74° - 37° = 37°$

5. 다음 □ABCD가 평행사변형이 된다고 할 때, x, y의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____°

▶ 답 : _____°

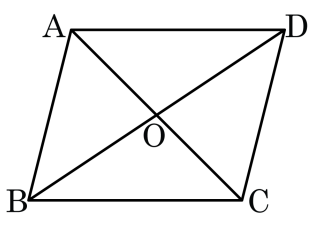
▷ 정답 : $\angle x = 65$°

▷ 정답 : $\angle y = 115$°

해설

$\angle x = 65\,°$, $\angle y = 180\,° - 65\,° = 115\,°$

6. 다음 사각형 ABCD 중에서 평행사변형이 아닌 것은? (단, O 는 두 대각선이 만나는 점이다.)



① $\overline{OA} = 5cm,\ \overline{OB} = 7cm,\ \overline{OC} = 5cm,\ \overline{OD} = 7cm$

② $\angle A = 77°,\ \angle B = 103°,\ \angle C = 77°$

③ $\overline{AB} = 5cm,\ \overline{BC} = 7cm,\ \overline{CD} = 5cm,\ \overline{DA} = 7cm$

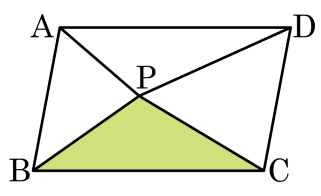
④ $\angle OAB = 30°, \angle OCD = 30°,\ \overline{AB} = 5cm,\ \overline{CD} = 5cm$

⑤ $\overline{AB}//\overline{CD},\ \overline{AD} = 7cm, \overline{BC} = 7cm$

해설

① 평행사변형은 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
② 평행사변형은 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
③ 평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
④ 평행사변형은 한 쌍이 평행하고 그 길이가 같다.

7. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 넓이가 100cm^2이고, $\triangle PAD$의 넓이가 24cm^2일 때, 어두운 부분의 넓이는 얼마인가?



① 24cm^2 ② 25cm^2 ③ 26cm^2

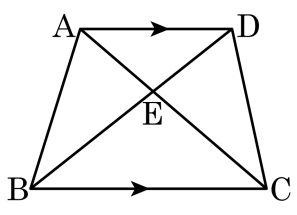
④ 28cm^2 ⑤ 50cm^2

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$이다.

$100 \times \frac{1}{2} = 24 + \triangle PBC$이므로 $\triangle PBC = 26(\text{cm}^2)$이다.

8. 다음 그림의 사각형 ABCD 에서 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 이고, $\triangle ABC$ 의 넓이가 $20cm^2$ 이고, $\triangle BEC$ 의 넓이가 $10cm^2$ 일 때, $\triangle DEC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad cm^2}$

▷ 정답 : 10 $\underline{cm^2}$

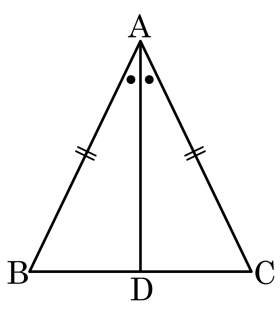
해설

밑변이 동일하고 밑변과 평행한 직선까지의 거리가 같으므로 $\triangle ABC$ 의 넓이와 $\triangle DBC$ 의 넓이는 동일하다.

$\triangle DBC = 20cm^2$

$\therefore \triangle DEC = \triangle DBC - \triangle BEC = 20 - 10 = 10(cm^2)$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

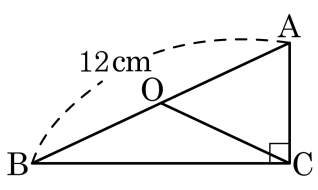


① $\angle B = \angle C$
② $\angle ADB = \angle ADC$
③ $\overline{AD} \perp \overline{BC}$
④ $\overline{BD} = \overline{CD}$
⑤ $\overline{AD} = \overline{BC}$

해설

$\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C$
이등변삼각형의 성질 중에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$\overline{BD} = \overline{CD}$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\angle ADB = \angle ADC = 90°$

10. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서 점 O 는 △ABC 의 외심이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이를 구하여라.



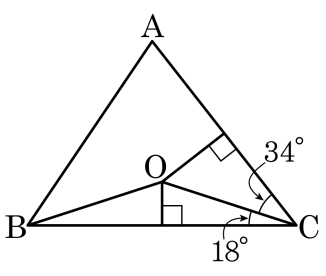
▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있다.
$\therefore \overline{CO} = \overline{AO} = \overline{BO} = 6(\text{cm})$

11. 다음 그림의 ABC 에서 점 O 는 외심이다. $\angle OCA = 34°$, $\angle OCB = 18°$ 일 때, $\angle OBA$ 의 크기는?



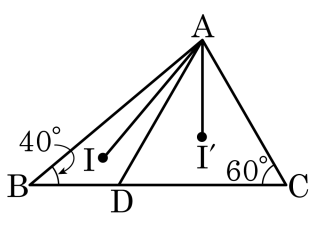
① $18°$ ② $34°$ ③ $36°$ ④ $38°$ ⑤ $52°$

해설

$\angle OBA + \angle OCB + \angle OCA = 90°$

$\angle OBA = 90° - \angle OCB - \angle OCA = 38°$

12. 다음 그림에서 점 I, I′ 는 각각 △ABD, △ADC 의 내심이다. ∠B = 40°, ∠C = 60° 일 때, ∠IAI′ 의 크기는?

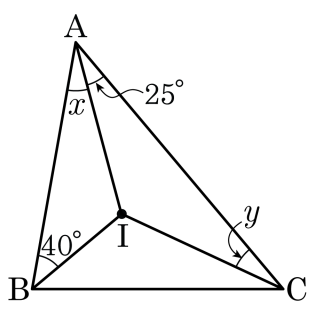


① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

해설

$\angle IAI' = \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$

13. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : $\angle x = 25$ °

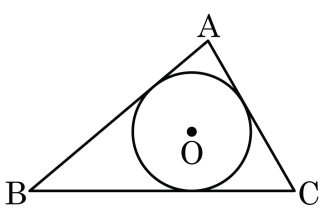
▷ 정답 : $\angle y = 25$ °

해설

$\angle x = \angle \mathrm{IAC} = 25\,°$

$\angle y = 90\,° - (25\,° + 40\,°) = 25\,°$

14. 다음 그림에서 내접원의 반지름의 길이가 2 cm 이고, △ABC 의 넓이가 36 cm^2 이라고 한다. 점 O 가 △ABC 의 내심일 때, 이 삼각형의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

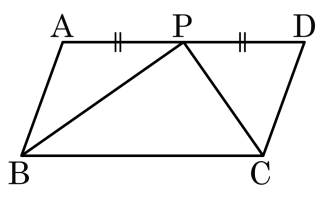
▷ 정답 : 36 cm

해설

$36 = \frac{1}{2} \times 2 \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA})$

$\therefore \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 36(\text{cm})$

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{AD}$ 의 중점이다. $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기는?

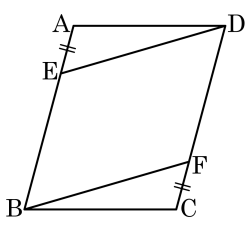


① $60°$ ② $75°$ ③ $80°$ ④ $85°$ ⑤ $90°$

해설

$\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 이므로
$\overline{AB} = \overline{AP} = \overline{PD}$
$\angle ABP = \angle APB, \angle DPC = \angle DCP$
$\angle A + \angle D = 180°$ 이므로
$2\angle APB + 2\angle DPC = 180°$
$\therefore \angle APB + \angle DPC = 90°$
$\angle BPC = 180° - (\angle APB + \angle DPC)$
$= 180° - 90° = 90°$

16. 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때 □BEDF 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{ED}//\overline{DF}$

② $\angle EBF = \angle EDF$, $\angle BED = \angle DFB$

③ $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{CD}$

④ $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AE} = \overline{CF}$

⑤ $\overline{BE}//\overline{DF}$, $\overline{BE} = \overline{DF}$

해설

사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{AB}//\overline{CD}$, $\overline{AB} = \overline{CD}$
즉 $\overline{EB}//\overline{DF}$, $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 이다.
따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 사각형 BFDE 는 평행사변형이다.

17. 직사각형의 중점을 연결했을 때 나타나는 사각형의 성질을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 네 변의 길이가 모두 같다.

② 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.

③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

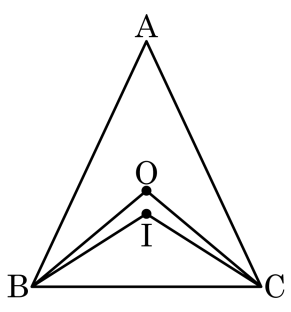
④ 네 각의 크기가 모두 직각이다.

⑤ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

해설

직사각형의 중점을 연결해 생기는 사각형은 마름모이다. 마름모는 네 각의 크기가 모두 직각이 아니다.

18. 다음 그림에서 점 O 와 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이다. $\angle BOC = 100^\circ$ 이고, $\angle A = a^\circ$, $\angle BIC = b^\circ$ 라고 할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 65

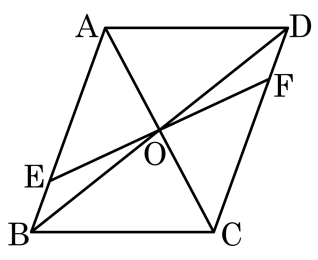
해설

$\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ \Rightarrow a = 50$

$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 90^\circ + 25^\circ = 115^\circ \Rightarrow b = 115$

따라서 $b - a = 115 - 50 = 65$ 이다.

19. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 O 는 두 대각선의 교점이다. $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 1$ 이고 $\triangle AEO$ 의 넓이가 18 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는?



① 6 ② 18 ③ 24 ④ 48 ⑤ 96

해설

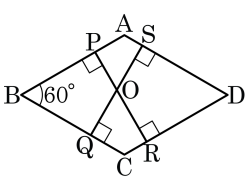
$\triangle AOE$ 와 $\triangle BEO$ 에서 높이는 같고 밑변이 3 : 1 이므로 $\triangle AOE : \triangle BEO = 3 : 1$

$\therefore \triangle BEO = \frac{1}{3}\triangle AEO = 6$

$\triangle AOB = 6 + 18 = 24$

$\therefore \square ABCD = 4 \times \triangle AOB = 24 \times 4 = 96$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 $\angle ABC = 60°$ 인 마름모 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 O 가 있다. 점 O 에서 마름모 ABCD 의 각 변 또는 그의 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 다음 중 $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}$ 와 같은 것은?

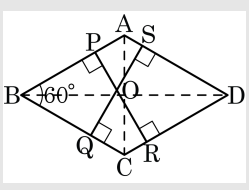


① $\overline{AC}$ ② $\overline{BD}$ ③ $\overline{OA}+\overline{OC}$

④ $\overline{OB}+\overline{OD}$ ⑤ $2\overline{AB}$

해설

마름모 ABCD 의 한 변의 길이를 a 라 하면



$\square ABCD = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle OAD$

$= \frac{a}{2}\times\overline{OP} + \frac{a}{2}\times\overline{OQ} + \frac{a}{2}\times\overline{OR} + \frac{a}{2}\times\overline{OS}$

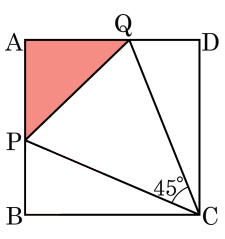
$= \frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS})$ ··· ㉠

또한 $\overline{AC}$ 를 그으면 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle B = 60$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 즉, $\overline{AC}=a$ 이므로

$\square ABCD = \frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD} = \frac{a}{2}\times\overline{BD}$ ··· ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}) = \frac{a}{2}\times\overline{BD}$ $\therefore$ $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}=\overline{BD}$

21. 다음 정사각형 ABCD는 한 변의 길이가 4 cm이고 $\angle PCQ = 45°$일때, $\triangle APQ$의 둘레의 길이는?

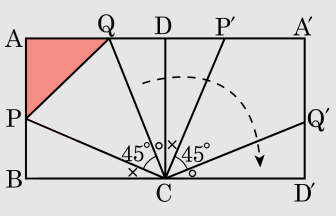


① 2 ② 4 ③ 6

④ 8 ⑤ 10

해설

□ABCD를 점 C를 중심으로 오른쪽으로 회전시켜면 다음 그림과 같다.



$\angle QCP' = \angle QCD + \angle DCP' = \angle QCD + \angle BCP = 45°$

$\triangle QCP, QCP'$에서

$\overline{CP} = \overline{CP'}, \angle QCP = \angle QCP' \cdots$ ㉠

$\overline{QC}$는 공통$\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\triangle QCP \equiv QCP'$(SAS합동)

$\therefore \overline{PQ} = \overline{P'Q}$

($\triangle APQ$의 둘레의 길이) $= \overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QA} = \overline{A'P'}+\overline{P'Q}+\overline{QA} = 4+4 = 8$

22. 다음 보기와 같이 대각선의 성질과 사각형을 옳게 짝지은 것은?

보기

㉠ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

㉡ 두 대각선의 길이가 같다.

㉢ 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.

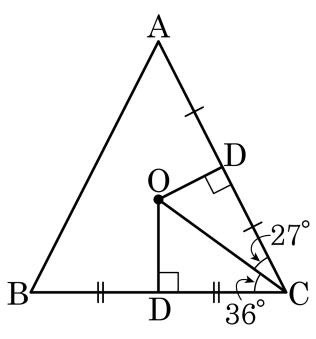
㉣ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

① 등변사다리꼴 : ㉠, ㉡
② 평행사변형 : ㉠, ㉢
③ 마름모 : ㉠, ㉢, ㉣
④ 직사각형 : ㉠, ㉡, ㉢
⑤ 정사각형 : ㉠, ㉢, ㉣

해설

① 등변사다리꼴 : ㉡
② 평행사변형 : ㉠
④ 직사각형 : ㉠, ㉡
⑤ 정사각형 : ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

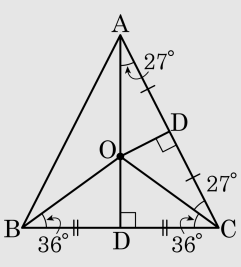
23. 다음 그림에서 점 O 가 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 54°

해설



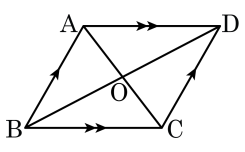
$\angle OAD = \angle OCD = 27°$, $\angle OBC = \angle OCB = 36°$

또, $\angle OAB = \angle OBA$ 이므로,

$\angle OAB = \frac{1}{2}\{180° - 2(36° + 27°)\} = 27°$

$\therefore \angle A = 27° + 27° = 54°$

24. 평행사변형 ABCD 의 두 대각선 AB, CD 의 교점을 O 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은?



① $\angle OBA = \angle OCD$

② $\triangle OAB \equiv \triangle OAD$

③ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

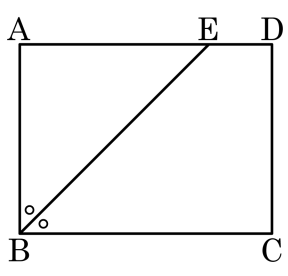
④ $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{CB} = \overline{CD}$

⑤ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD}$

해설

$\triangle AOD$ 와 $\triangle COB$ 에서 $\angle DAO = \angle BCO$ (엇각)
$\overline{AD} = \overline{BC}$ (평행사변형의 대변)
$\angle ADO = \angle CBO$ (엇각)
$\therefore$ $\triangle AOD \equiv \triangle COB$ (ASA 합동)
$\therefore$ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

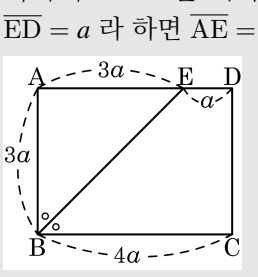
25. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{AD}$ 가 만나는 점을 E 라 할 때, $\overline{AE}$: $\overline{ED} = 3:1$, $\triangle ABE$ 의 넓이는 72cm^2 이다. 이 때, $\square EBCD$ 의 넓이는?



① 120cm^2 ② 128cm^2 ③ 132cm^2
④ 144cm^2 ⑤ 160cm^2

해설

$\angle EBC = \angle BEA$($\because$ 엇각)
따라서 $\triangle ABE$는 직각이등변삼각형이다. 다음 그림과 같이 $\overline{ED} = a$ 라 하면 $\overline{AE} = 3a$이므로



$\triangle ABE = \frac{1}{2} \times 3a \times 3a = \frac{9}{2}a^2 = 72$
$\therefore a^2 = 16$
$\square EBCD = \frac{1}{2} \times (\overline{BC} + \overline{ED}) \times \overline{CD} = \frac{1}{2}(4a + a) \times 3a = \frac{15}{2}a^2$
$= \frac{15}{2} \times 16 = 120(\text{cm}^2)$