

1. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned}(x + 1)(y + 1)(z + 1) \\&= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\&= 7\end{aligned}$$

2. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눌 때의 나머지는 3이고, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 1이다. 이 다항식을 $(x-1)(x-2)$ 로 나눌 때의 나머지를 $ax+b$ 라고 할 때, $a+b$ 를 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$$

$$f(1) = a + b = 3, f(2) = 2a + b = 1$$

$$a = -2, b = 5$$

$$\therefore a + b = 3$$

3. 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(0)$ 의 값은?

① $2f(1) - f(2)$

② $2\{f(1) + f(2)\}$

③ $2(1) + f(2)$

④ $4\{f(1) + f(2)\}$

⑤ $4\{f(1) - f(2)\}$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 3x + 2)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 1)(x - 2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

$$R(x) = ax + b, \quad R(0) = b$$

$$f(1) = a + b, \quad f(2) = 2a + b$$

$$2f(1) - f(2) = b$$

4. 다음은 두 복소수 z_1, z_2 에 대하여 ' $z_1 \cdot z_2 = 0$ 이면 $z_1 = 0$ 또는 $z_2 = 0$ '임을 보인 것이다.

$z_1 = a + bi, z_2 = c + di$ (a, b, c, d 는 실수) 라고 하자.

$z_1 z_2 = 0$ 이면 $(a + bi)(c + di) = 0$

이 식의 양변에 $(a - bi)(c - di)$ 를 곱하면

(좌변) $= (a + bi)(c + di)(a - bi)(c - di)$

$= (a + bi)(a - bi)(c + di)(c - di)$

$= (a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$

(우변) $= 0 \cdot (a - bi)(c - di) = 0$

$\therefore (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = 0$

따라서 $a^2 + b^2 = 0$ 또는 $c^2 + d^2 = 0$ 이므로

$a = b = 0$ 또는 $c = d = 0$

$\therefore z_1 = 0$ 또는 $z_2 = 0$

다음 중 위의 과정에 이용되지 않는 성질은?

- ① 두 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2 = 0$ 이면 $x = y = 0$ 이다.
- ② 두 실수 x, y 에 대하여 $xy = 0$ 이면 $x = 0$ 또는 $y = 0$ 이다.
- ③ 두 실수 x, y 에 대하여 $x + yi = 0$ 이면 $x = y = 0$ 이다.
- ④ 임의의 복소수 α 에 대하여 $0 \cdot \alpha = 0$ 이다.
- ⑤ 복소수 α, β 에 대하여 $\alpha\beta = \beta\alpha$ 이다.

해설

$z_1 = a + bi, z_2 = c + di$ (a, b, c, d 는 실수)라고 하자.

$z_1 z_2 = 0$ 이면 $(a + bi)(c + di) = 0$

(좌변) $= (a + bi)(c + di)(a - bi)(c - di) \cdots$ ⑤

$= (a + bi)(a - bi)(c + di)(c - di)$

$= (a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$

(우변) $= 0 \cdot (a - bi)(c - di) = 0 \cdots$ ④

$\therefore (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = 0 \cdots$ ②

따라서 $a^2 + b^2 = 0$ 또는 $c^2 + d^2 = 0$ 이므로 $\cdots$ ①

$a = b = 0$ 또는 $c = d = 0 \cdots$ ③의 역

$\therefore a + bi = 0$ 또는 $c + di = 0$

즉, 이 과정에서 ③의 역은 이용되었지만, ③은 이용되지 않았다.

5. 다음 중 식의 전개가 바르지 않은 것을 고르면?

① $(1-x)(1+x+x^2) = 1-x^3$

② $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2) = x^4+x^2y^2+y^4$

③ $(x-3)(x-2)(x+1)(x+2) = x^4-8x^2+12$

④ $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4) = a^8-b^8$

⑤ $(a+b-c)(a-b+c) = a^2-b^2-c^2+2bc$

해설

$$(x-3)(x-2)(x+1)(x+2)$$

$$= (x^2-x-6)(x^2-x-2)$$

$x^2-x=Y$ 라 놓자.

$$(Y-6)(Y-2) = Y^2-8Y+12$$

$$= (x^2-x)^2-8(x^2-x)+12$$

$$= x^4-2x^3-7x^2+8x+12$$

6. α, β 의 켈레복소수를 $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 라고 할 때, 다음 <보기> 에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $\overline{\alpha - \beta i} = \bar{\alpha} - \bar{\beta}i$

㉡ $\overline{\alpha + \beta - 1} = \bar{\alpha} + \bar{\beta} + 1$

㉢ $\alpha \bar{\alpha}^2 + \alpha^2 \bar{\alpha}$ 는 실수이다.

㉤ $\alpha \bar{\beta} = 1$ 일 때, $\frac{\alpha}{\bar{\alpha}} + \frac{\bar{\beta}}{\beta}$ 는 실수이다.

① ㉠

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉤

④ ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉢, ㉤

해설

$\alpha = a + bi, \beta = c + di, \bar{\alpha} = a - bi, \bar{\beta} = c - di$ 라 하면

$$\begin{aligned} \text{㉠ } \overline{\alpha - \beta i} &= \overline{a + bi - (c + di)i} \\ &= \overline{a + bi - ci - di^2} \\ &= \overline{a + d - (b - c)i} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\alpha} - \bar{\beta}i &= (a - bi) - (c - di)i \\ &= a - bi - ci + di^2 \\ &= a - d - (b + c)i \end{aligned} \text{이므로 ㉠은 거짓}$$

$$\begin{aligned} \text{㉡ } \overline{\alpha + \beta - 1} &= \overline{a + bi + c + di - 1} \\ &= \overline{(a + c - 1) + (b + d)i} \\ &= (a + c - 1) - (b + d)i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\alpha} + \bar{\beta} + 1 &= a - bi + c - di + 1 \\ &= (a + c + 1) - (b + d)i \end{aligned} \text{이므로}$$

㉡은 거짓

7. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지가 각각 1, 2일 때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눈 나머지를 구하면?

① $x-1$

② $x+1$

③ $-x+1$

④ x

⑤ $-x$

해설

$$f(x) = (x-1)Q_1(x) + 1 \Rightarrow f(1) = 1$$

$$f(x) = (x-2)Q_2(x) + 2 \Rightarrow f(2) = 2$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q_3(x) + ax + b \text{라 하면,}$$

$$f(1) = a + b = 1, \quad f(2) = 2a + b = 2 \text{이다.}$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 0 \text{이므로 나머지는 } x$$

8. 다음 보기 중 옳은 것의 개수는? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ㉠ 16의 제곱근은 4이다.
- ㉡ 실수를 제곱하면 양수 또는 0이다.
- ㉢ 복소수 $z = a + bi$ (a, b 는 실수)에 대하여 $z + \bar{z}$ 는 실수이다. (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)
- ㉣ 복소수 $z = a + bi$ (a, b 는 실수)에 대하여 $z\bar{z}$ 는 실수이다. (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)
- ㉤ 복소수 $z = a + bi$ (a, b 는 실수)에 대하여 $z = \bar{z}$ 이면 z 는 실수이다. (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

㉠ 제곱해서 16이 되는 수 4, -4 ∴ 거짓

㉡ 실수는 제곱하면 0보다 크거나 같다. ∴ 참

㉢ $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, $z + \bar{z} = 2a$ ∴ 참

㉣ $z\bar{z} = a^2 + b^2$ ∴ 참

㉤ $z = \bar{z}$, $a + bi = a - bi$, $2bi = 0$, $b = 0$ ∴ $z = a = \bar{z}$ ∴ 참