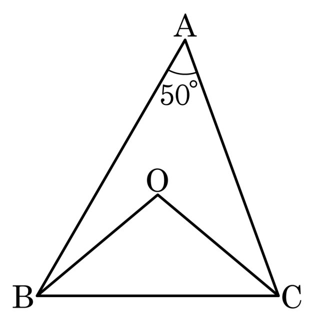
1. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle A = 50°$일 때, $\angle BOC$의 크기를 구하면?



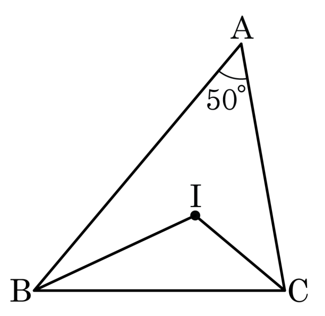
① $110°$ ② $100°$ ③ $105°$ ④ $95°$ ⑤ $115°$

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC$이므로 $50° \times 2 = 100°$

$\therefore \angle BOC = 100°$

2. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내심을 I 라 할 때, $\angle A = 50°$ 이면 $\angle BIC$ 의 크기는?



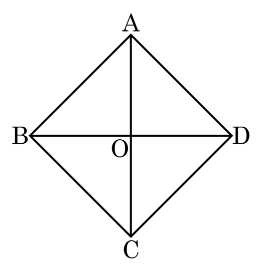
① $100°$ ② $105°$ ③ $110°$ ④ $115°$ ⑤ $120°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

$\therefore \angle BIC = 90° + \frac{1}{2} \times 50° = 115°$

3. 다음 그림의 마름모 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\angle BAC = \angle DAC$

② $\angle ABD = \angle CBD$

③ $\angle DAB = \angle ABC$

④ $\overline{AO} = \overline{CO}$

⑤ $\overline{AO} = \overline{BO}$

해설

③ 평행사변형에서 이웃하는 두 각의 합은 $180°$ 인데 $\angle DAB = \angle ABC$ 이면,
$\angle DAB = \angle ABC = 90°$ 가 되어 □ABCD 는 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이 된다.
⑤ 평행사변형에서 $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 인데 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 가 되면 $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$ 가 되어 □ABCD 는 직사각형이 된다. 따라서 □ABCD 는 네 변의 길이가 모두 같고 네 내각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이 된다.

4. 사다리꼴, 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 관계를 나타낸 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 정사각형은 직사각형이며 마름모이다.

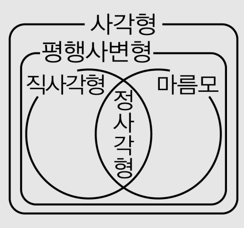
② 사다리꼴은 직사각형이다.

③ 평행사변형은 마름모이다.

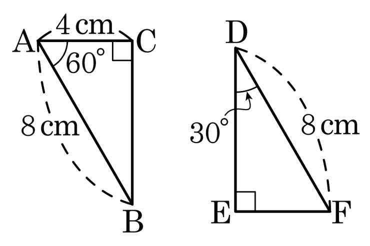
④ 평행사변형은 사다리꼴이다.

⑤ 평행사변형은 마름모이다.

해설



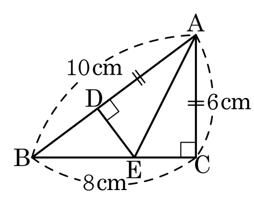
5. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $\overline{\mathrm{EF}}$ 의 길이는?



① 5cm ② 4.5cm ③ 4cm
④ 3.5cm ⑤ 3cm

해설
$\triangle$ABC, $\triangle$FDE 는 RHA 합동
$\therefore \overline{\mathrm{EF}} = \overline{\mathrm{CA}} = 4\mathrm{cm}$

6. 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC} = \overline{AD}$, $\overline{AB} \perp \overline{DE}$ 이다. $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 일 때, 삼각형 BED 의 둘레는 삼각형 ABC 의 몇 배인가?

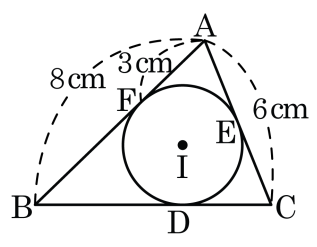


① $\frac{1}{3}$ 배　② $\frac{1}{2}$ 배　③ $\frac{1}{4}$ 배
④ $\frac{1}{5}$ 배　⑤ $\frac{1}{6}$ 배

해설

$\triangle ACE \equiv \triangle ADE$(RHS 합동) 이므로 $\overline{DE} = \overline{EC}$, $\overline{AD} = \overline{AC}$ $\therefore$ $\overline{BD} = 4\text{cm}$
$\triangle BDE$ 에서 $\overline{DE} + \overline{BE} = \overline{EC} + \overline{BE} = \overline{BC} = 8\text{cm}$ 이므로
$\triangle BDE$ 의 둘레의 길이$= 4 + 8 = 12(\text{cm})$
$\triangle ABC = 10 + 8 + 6 = 24(\text{cm})$ 이므로 $\frac{1}{2}$ 배이다.

7. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 세 점 D, E, F 는 각각 내접원의 접점이다. $\overline{AB} = 8cm$, $\overline{AF} = 3cm$, $\overline{AC} = 6cm$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 8 cm

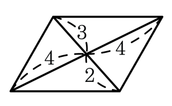
해설

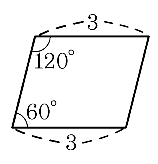
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AE} = \overline{AF}, \overline{BF} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CD}$ 이다.

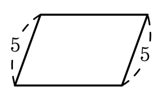
$\overline{AE} = \overline{AF} = 3cm$ 이므로 $\overline{CD} = 3cm = \overline{CE}$, $\overline{BF} = 8 - 3 = 5 = \overline{BD}$ 이다.

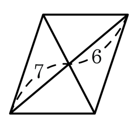
$\therefore \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC} = 5 + 3 = 8(cm)$

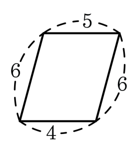
8. 다음 중 평행사변형인 것을 고르면?

①


②


③


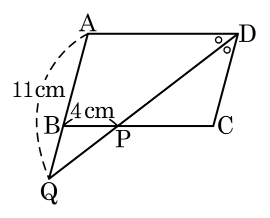
④


⑤


해설

평행사변형은 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

9. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD}+\overline{DC}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 18 cm

해설

$\triangle BQP$ 가 $\overline{BQ}=\overline{BP}$ 인 이등변삼각형이므로

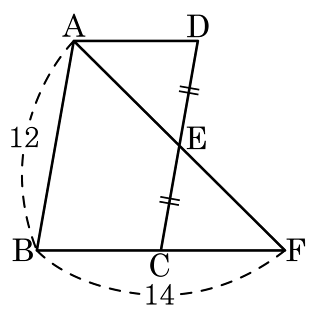
$\overline{DC}=\overline{AB}=11-4=7(\mathrm{cm})$

$\triangle AQD$ 가 $\overline{AQ}=\overline{AD}$ 인 이등변삼각형이므로

$\overline{AD}=\overline{AQ}=11(\mathrm{cm})$

$\overline{AD}+\overline{DC}=11+7=18(\mathrm{cm})$

10. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E , $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F 라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?

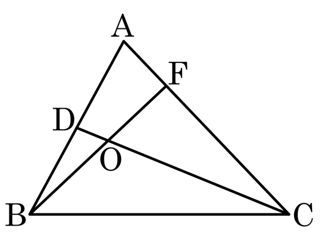


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\triangle ADE \equiv \triangle FCE(SAS)$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{FC}$
$\square ABCD$ 가 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$
따라서 $\overline{BC} = \overline{FC} = \overline{AD}$
$2 \times \overline{BC} = 14$ 에서 $\overline{BC} = 7$ 이므로
$\overline{AD} = 7$ 이다.

11. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 1$, $\overline{DO} : \overline{OC} = 1 : 6$, $\overline{AF} : \overline{FC} = 1 : 3$ 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 560 일 때, $\triangle COF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 180

해설

$\triangle CAD : \triangle CBD = 1 : 1$ 이므로

$\triangle CAD = \frac{1}{2}\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 560 = 280$

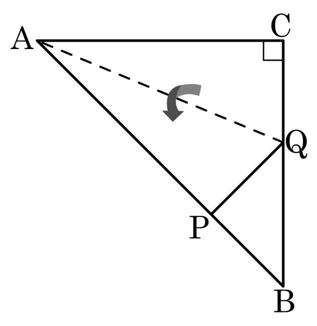
$\overline{AO}$ 를 그으면 $\triangle ADO : \triangle ACO = 1 : 6$ 이므로

$\triangle ACO = \frac{6}{7}\triangle CAD = \frac{6}{7} \times 280 = 240$

또, $\triangle AOF : \triangle COF = 1 : 3$ 이므로

$\triangle COF = \frac{3}{4}\triangle ACO = \frac{3}{4} \times 240 = 180$

12. 직각이등변삼각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle APQ \equiv \triangle ACQ$　　② $\overline{AP} = \overline{AC}$

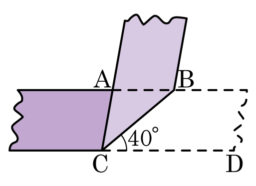
③ $\angle PAQ = \angle CAQ$　　④ $\overline{PQ} = \overline{QC} = \overline{QB}$

⑤ $\angle APQ = 90°$

해설

종이를 접은 모양이므로
$\triangle APQ \equiv \triangle ACQ$, $\overline{AP} = \overline{AC}$, $\angle PAQ = \angle CAQ$, $\angle APQ = \angle ACQ = 90°$

13. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle BCD = 40°$ 이다. 이때, $\angle BAC$의 크기를 구하여라.



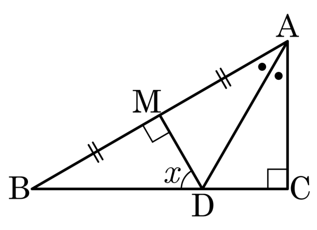
▶ 답: $\underline{\quad}°$

▷ 정답: $100°$

해설

$\angle BCD = \angle BCA = 40°$
$\angle BCD = \angle ABC = 40°$ (엇각)
$\angle BAC = 180° - 80° = 100°$

14. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AD}$ 는 $\angle BAC$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} \perp \overline{DM}$, $\overline{AM} = \overline{BM}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 45°　② 50°　③ 55°　④ 60°　⑤ 65°

해설

$\triangle ADM \equiv \triangle ADC$ (RHA 합동) 이므로 $\angle ADM = \angle ADC \cdots$ ㉠
$\triangle MBD \equiv \triangle MAD$ (SAS 합동) 이므로 $\angle DAM = \angle DBM \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $3x = 180°$
$\therefore \angle x = 60°$

15. 어떤 직각삼각형 ABC 의 외접원의 원의 넓이가 $36\pi\ \mathrm{cm}^2$ 이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm ② 6 cm ③ 9cm ④ 12cm ⑤ 18cm

해설

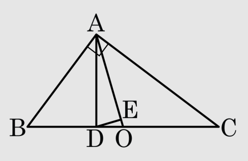
직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle$ABC 의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
외접원의 넓이가 $36\pi\mathrm{cm}^2$ 이므로 반지름의 길이는 6cm 이다.
따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm 이다.

16. $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AB} = 3,\ \overline{AC} = 4,\ \overline{BC} = 5$ 인 삼각형 ABC 의 외심을 O, 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 한다. $\overline{CD} = a$ 라 할 때, AOD 의 넓이를 a 를 사용하여 나타낸 것은?

① $3 + 2a$ ② $3 + a$ ③ $3 - \frac{a}{2}$

④ $\frac{2a}{5} - 3$ ⑤ $\frac{6a}{5} - 3$

해설



점 D 에서 $\overline{AO}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면

점 O 는 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \frac{5}{2}$

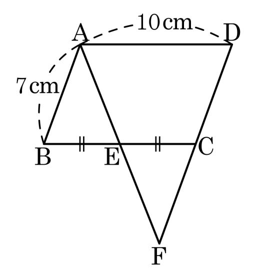
$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AD}$ 에서 $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = \frac{1}{2} \times 5 \times \overline{AD}$

$\therefore\ \overline{AD} = \frac{12}{5}$

이때, $\overline{CD} = a$ 라 하면

$\triangle AOD = \frac{1}{2} \times \left(a - \frac{5}{2}\right) \times \frac{12}{5} = \frac{6}{5}a - 3$ 이다.

17. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 이고 $\overline{\mathrm{AD}} = 10\,\mathrm{cm}, \overline{\mathrm{AB}} = 7\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{DF}}$ 의 길이는?



① 7 cm　　② 9 cm　　③ 14 cm

④ 16 cm　　⑤ 18 cm

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}} = 7\,\mathrm{cm},\ \overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CE}} = 5\,\mathrm{cm}$

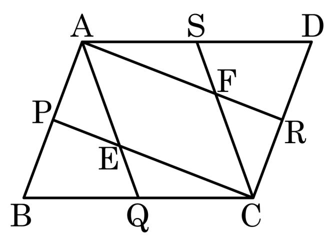
$\angle\mathrm{AEB} = \angle\mathrm{FEC}$ (맞꼭지각)

$\angle\mathrm{ABE} = \angle\mathrm{FCE}$ (엇각)

$\triangle\mathrm{ABE} \equiv \triangle\mathrm{FCE}, \overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{FC}} = 7\,\mathrm{cm}$

$\therefore \overline{\mathrm{DF}} = \overline{\mathrm{DC}} + \overline{\mathrm{FC}} = 14(\,\mathrm{cm})$

18. 평행사변형 ABCD 에서 각 변의 중점을 P, Q, R, S 라 할 때, 다음 그림에서 생기는 평행사변형은 □ABCD 를 포함해서 몇 개인지를 구하여라.

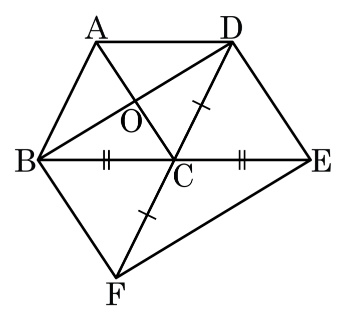


① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

□ABCD, □AQCS, □APCR, □AECF

19. 평행사변형 ABCD 의 두 변 BC, DC 의 연장선 위에 $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □ABCD를 제외한 사각형이 평행사변형이 되는 조건은 보기에서 모두 몇 개인가?



보기

㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

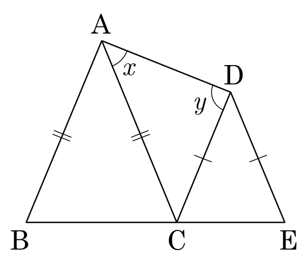
㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

평행사변형이 되는 조건은 □ABFC, □ACED가 평행사변형이되는 조건 ㉤과 □BFED가 평행사변형이 되는 조건 ㉣로 2개이다.

20. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$, $\triangle DCE$는 이등변삼각형이고 $\angle A = 38°$, $\angle DCE = 72°$라 할 때, $\angle x + \angle y$의 값 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $143°$

해설

$\triangle ABC$에서 $\angle A = 38°$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC = \frac{1}{2}(180° - 38°) = 71°$

$\triangle DCE$가 이등변삼각형이므로 $\angle DEC = 72°$

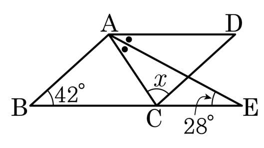
또한 $\angle CDE = 180° - (72° \times 2) = 36°$

따라서 $\square ABED$에서

$\angle x + \angle y + 38° + 71° + 72° + 36° = 360°$

$\therefore \ \angle x + \angle y = 143°$

21. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AC}$ 를 긋고 $\angle DAC$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 의 연장선과 만나는 점을 E 라 한다. 이 때, $\angle B = 42°$, $\angle E = 28°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 82 °

해설

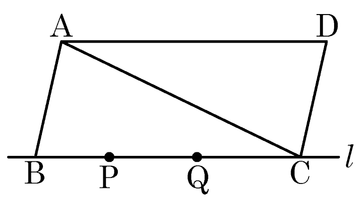
$\angle B = \angle D = 42°$

$\angle AEC = \angle EAD = 28°$ (엇각)

따라서 $\angle CAD = 28° \times 2 = 56°$

$\triangle ACD$ 에서 $\angle x = \angle ACD = 180° - (56° + 42°) = 82°$

22. 다음과 같이 직선 l 위에 변 BC 를 가지고, $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = \overline{AD} = 9$ 인 평행사변형 ABCD 가 있다. 변 BC 위에 한 점 P 가 점 B 에서 C 까지 움직일 때, $\angle PAD$ 의 이등분선이 직선 l 과 만나는 점 Q 가 움직이는 거리를 구하여라.



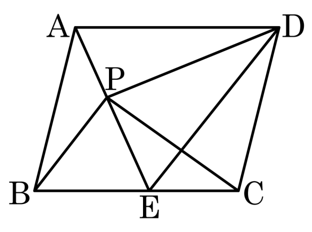
▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\angle PAQ = \angle DAQ$ 이고 변 AD 와 BC 는 평행하므로 $\angle DAQ = \angle AQP$
따라서 삼각형 APQ 는 이등변삼각형이다.
(1) 점 P 가 점 B 에 있을 때
점 Q 는 점 B 로부터 $\overline{AB} = 4$ 만큼 떨어진 위치에 있게 된다.
(2) 점 P 가 점 C 에 있을 때
점 Q 는 점 C 로부터 $\overline{AC} = 9$ 만큼 떨어진 위치에 있게 된다.
따라서 (1), (2) 에서 점 Q 가 움직인 거리는 $(9-4)+9 = 14$ 이다.

23. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AP} : \overline{PE} = 3 : 4$ 이고 $\triangle PBC = 40cm^2$ 일 때, $\triangle APD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad cm^2}$

▷ 정답 : $30\,\underline{cm^2}$

해설

내부의 한 점 P 에 대하여 $\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$ 이다.

$\triangle PAD + \triangle PBC = \frac{1}{2}\square ABCD \quad \cdots ㉠$

$\triangle PAD + \triangle PED = \frac{1}{2}\square ABCD \quad \cdots ㉡$

㉠, ㉡에서 $\triangle PBC = \triangle PED = 40$

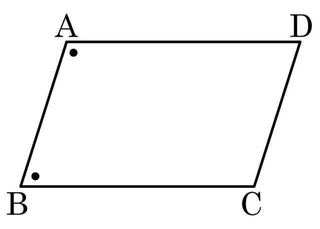
$\triangle PAD : \triangle PED = 3 : 4$

$\triangle PAD : 40 = 3 : 4$

$\triangle PAD = \frac{40 \times 3}{4}$

$\therefore \triangle PAD = 30(cm^2)$

24. $\angle A = \angle B$ 인 평행사변형에서 $\overline{AB} : \overline{AD} = 1 : 4$ 이고, 넓이가 $36cm^2$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

평행사변형에서 $\angle A + \angle B = 180°$ 이므로 $\angle A = \angle B$ 이면 $\angle A = \angle B = 90°$

따라서 □ABCD 는 직사각형이다.

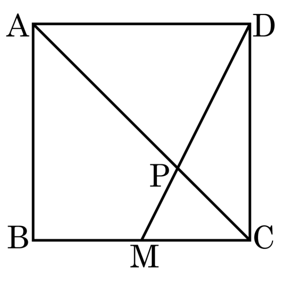
$\overline{AB} : \overline{AD} = 1 : 4$ 이므로 $\overline{AB} = a$ cm, $\overline{AD} = 4a$ cm 라 하고, 넓이가 $36cm^2$ 이므로

$a \times 4a = 4a^2 = 36, \quad a^2 = 9$

$\therefore a = 3 \; (\because a > 0)$

$\therefore \overline{BC} = \overline{AD} = 4a = 12(cm)$

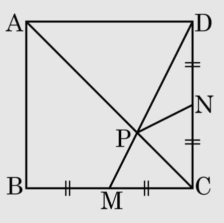
25. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 점 M은 B, C 의 중점이다. $\triangle PMC = 6\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : $72\,\mathrm{cm}^2$

해설



$\overline{CD}$ 의 중점 N을 잡으면

$\triangle PMC \equiv \triangle PNC$ (SAS 합동)

$\triangle PCN = \triangle PND = \triangle PMC = 6\,\mathrm{cm}^2$

$\square ABCD = 4\triangle DMC = 4 \times 6 \times 3 = 72\,(\mathrm{cm}^2)$