

1. 이차방정식 $(x-2)^2 = 4x-7$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a > 0$, a, b, c 는 상수)의 꼴로 나타낼 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $abc = -88$

해설

$(x-2)^2 = 4x-7$ 을 정리하면
 $x^2 - 8x + 11 = 0$ 이므로
 $a = 1, b = -8, c = 11$
 $\therefore abc = 1 \times (-8) \times 11 = -88$

2. 다음 중 $x = 2$ 를 해로 갖는 방정식은?

① $x^2 + x - 6 = 0$

② $x^2 + x - 2 = 0$

③ $x^2 - 6x + 3 = 0$

④ $x^2 + 2x - 3 = 0$

⑤ $x^2 - 4x + 3 = 0$

해설

$x = 2$ 를 대입하여 성립하는 방정식을 고른다.

① $x^2 + x - 6 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면 성립한다.

3. 다음 이차방정식 $x^2 - 3x - 18 = 0$ 의 해를 모두 구하면? (정답 2 개)

① -6

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 3x - 18 &= 0 \\(x - 6)(x + 3) &= 0 \\\therefore x = 6 \text{ 또는 } x = -3\end{aligned}$$

4. $x^2 - 3x - 10 = 0$ 의 두 근 중 큰 근이 $x^2 + 2x + k = 0$ 의 근일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -35

해설

$$x^2 - 3x - 10 = 0, (x - 5)(x + 2) = 0,$$

$$x = 5 \text{ 또는 } x = -2$$

큰 근인 5가 $x^2 + 2x + k = 0$ 의 근이므로 $25 + 10 + k = 0$

$$\therefore k = -35$$

5. 이차방정식 $3(x-a)^2 = 15$ 의 해가 $x = -4 \pm \sqrt{b}$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -4$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

$3(x-a)^2 = 15$ 에서 $(x-a)^2 = 5$ 이므로

$$x-a = \pm \sqrt{5}$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{5} + a$$

따라서 $a = -4, b = 5$ 이다.

6. $x^2 + 6x - 5 = 0$ 을 $(x + A)^2 = B$ 의 꼴로 나타낼 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 6x - 5 &= 0, \quad x^2 + 6x = 5 \\(x + 3)^2 &= 5 + 9, \quad (x + 3)^2 = 14 \\A &= 3, \quad B = 14 \\\therefore A + B &= 17\end{aligned}$$

7. 이차방정식 $3x^2 + 5x - 1 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{6}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{6} \text{ 이므로 } A = -5, B = 37$$

$$\therefore A + B = 32$$

8. 다음 이차방정식 중에서 중근을 갖는 것은?

① $x^2 + 8 = 6x + 1$

② $6x^2 - 9x + 9 = 0$

③ $(x - 2)^2 - x = 1$

④ $3x - 1 = 4x^2 - x$

⑤ $x^2 - 1 = 0$

해설

④ $4x^2 - 4x + 1 = 0$

$(2x - 1)^2 = 0$

따라서 중근을 갖는다.

9. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 2a - 3 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, a 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 6

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - a^2 + 2a - 3 = 0$

$2a - 3 = 0, a = \frac{3}{2}$

10. 이차방정식 $x(x-2) = 0$ 을 풀면?

① $x = 2$ 또는 $x = 2$

② $x = 0$ 또는 $x = 2$

③ $x = 1$ 또는 $x = -2$

④ $x = 1$ 또는 $x = 2$

⑤ $x = 0$ 또는 $x = -2$

해설

$$x(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

11. 다음 두 이차방정식의 공통인 근을 구하여라.

$$x^2 - 8x + 15 = 0, 2x^2 - 9x + 9 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x - 5)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 또는 } x = 3$$

$$2x^2 - 9x + 9 = 0$$

$$(2x - 3)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 공통인 해는 $x = 3$ 이다.

12. $x^2 + 6x + 9 = 0$ 을 풀면?

① $x = -2$ (증근)

② $x = -3$ (증근)

③ $x = 5$ (증근)

④ $x = 1$ (증근)

⑤ $x = 3$ (증근)

해설

$$(x+3)^2 = 0$$

$$\therefore x = -3(\text{증근})$$

13. 이차방정식 $x^2 + ax + \frac{1}{4} = 0$ 이 중근을 가지기 위한 a 의 값을 모두 고르면?

① 1 ② -2 ③ 2 ④ -1 ⑤ 3

해설

(완전제곱식)= 0 의 꼴이어야 하므로

$$a = \pm \left(2 \times 1 \times \frac{1}{2} \right)$$

$$a = \pm 1$$

14. 이차방정식 $\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 0$ 의 근이 $x = \frac{1 \pm \sqrt{A}}{9}$ 일 때, A 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 23

⑤ 26

해설

$\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 0$ 의 양변에 6을 곱하면

$$9x^2 - 2x - 1 = 0, x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{9}$$

$$\therefore A = 10$$

15. 다음 이차방정식 $2x^2 - 4x + k = 0$ 에 대하여 다음 설명 중 알맞은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ $k = 2$ 이면 $x = 1$ 인 증근을 갖는다.

㉡ $k = 0$ 이면 두 근의 곱은 0 이다.

㉢ $k = -6$ 이면 두 근의 합은 2 이다.

㉤ $k < 2$ 이면 근이 없다.

- ① ㉢, ㉤

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉤

해설

㉠ $k = 2$ 일 때 $2x^2 - 4x + 2 = 0$
 $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 = 0 \therefore x = 1$ (증근)

㉡ $k = 0$ 일 때 $2x^2 - 4x = 0$
 $x^2 - 2x = x(x - 2) = 0 \therefore x = 0, 2$ 이므로 두 근의 곱은 0

㉢ $k = -6$ 일 때 $2x^2 - 4x - 6 = 0$
 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) = 0$
 $x = 3, -1$ 이므로 두 근의 합은 2

㉤ $D/4 = 4 - 2k$ 에서 $4 - 2k > 0$
 $k < 2$ 일 때 서로 다른 두 근을 가진다.
 $\therefore$ 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢

16. 어떤 수의 제곱에서 어떤 수를 뺀 것은 72 라고 할 때, 이것을 만족하는 수들의 합을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

어떤 수를 x 라 하면

$$x^2 - x = 72$$

$$x^2 - x - 72 = 0$$

$$x = 9 \text{ 또는 } x = -8$$

$$\therefore 9 + (-8) = 1$$

17. 어떤 정사각형에서 각 변의 길이를 2cm 씩 늘인 정사각형의 넓이는 2cm 씩 줄인 정사각형의 넓이의 9 배가 된다고 한다. 처음 정사각형의 한 변의 길이는?

① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm 라고 하면

$$(x+2)^2 = 9(x-2)^2$$

$$8x^2 - 40x + 32 = 0$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x-1)(x-4) = 0$$

$$x = 1, 4$$

$x > 2$ 이므로 $x = 4$ (cm) 이다.

18. 이차방정식 $x^2 - px + 2p + 3 = 0$ 의 해가 $a, 1$ 일 때, $p + a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$x^2 - px + 2p + 3 = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면 $p = -4$

$x^2 - px + 2p + 3 = 0$ 에 $p = -4$ 를 대입하면

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$(x - 1)(x + 5) = 0$$

$$x = -5 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore a = -5$$

$$\therefore p + a = -4 - 5 = -9$$

19. $(x^2 - 4x)^2 - (x^2 - 4x) - 20 = 0$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $x = 5$

해설

$x^2 - 4x = A$ 로 놓으면
 $A^2 - A - 20 = 0, (A - 5)(A + 4) = 0$
 $A = 5$ 또는 $A = -4$
(i) $x^2 - 4x = 5, x^2 - 4x - 5 = 0$
 $(x - 5)(x + 1) = 0$
 $\therefore x = 5$ 또는 $x = -1$
(ii) $x^2 - 4x = -4, x^2 - 4x + 4 = 0 (x - 2)^2 = 0$
 $\therefore x = 2$

20. 다음 방정식 중에서 중근을 갖지 않는 것은?

① $x^2 - 4x + 4 = 0$

② $x^2 + 3x + \frac{9}{4} = 0$

③ $x^2 = x - 1$

④ $x^2 = x - \frac{1}{4}$

⑤ $x^2 - 6x = -9$

해설

③ $D = 1 - 4 < 0 \quad \therefore$ 근이 없다.

21. 콜라의 수는 사이다의 수보다 6 캔 더 많고, 사이다의 수의 제곱은 콜라의 수의 2배보다 3개 더 많다. 콜라의 수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 11 개

해설

콜라와 사이다의 수를 x , $x - 6$ (개)라고 하면

$$2x + 3 = (x - 6)^2$$

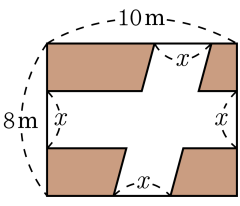
$$x^2 - 14x + 33 = 0$$

$$(x - 3)(x - 11) = 0$$

$x > 6$ 이므로

$$\therefore x = 11$$

22. 가로, 세로의 길이가 각각 8 m, 10 m인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 폭이 x m로 일정한 길을 만들려고 한다. 색칠한 부분의 넓이가 35 m^2 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : m

▷ 정답 : 3 m

해설

도로의 폭을 x m라 하면 도로를 제외한 나머지 부분의 넓이는 가로의 길이가 $(10-x)$ m, 세로의 길이가 $(8-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로

$$(10-x)(8-x) = 35$$

$$x^2 - 18x + 45 = 0$$

$$(x-3)(x-15) = 0$$

$$\therefore x = 3\text{ m}(\because 0 < x < 8)$$

23. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -18$

해설

$x^2 - 2ax + b = 0$ 에서

$$x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2$$

$$(x - a)^2 = -b + a^2, (x - a) = \pm \sqrt{-b + a^2}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{-b + a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$$

따라서 $a = 1$, a 값을 대입하면

$$\sqrt{1 - b} = \sqrt{20}$$

$$\therefore b = -19$$

따라서 $a + b = -18$ 이다.

24. 방정식 $(2-x-y)^2-(x^2+y^2)=4$ 를 만족하는 자연수의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 x^2+y^2 의 값을 구하여라. (단 $x \neq y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$(2-x-y)^2-(x^2+y^2)=4,$
 $xy-2(x+y)=0, \quad (x-2)(y-2)=4$

$x-2$	1	2	4	-1	-2	-4
$y-2$	4	2	1	-4	-2	-1

이 중에서 x, y 가 자연수인 경우는 (단, $x \neq y$)

x	3	6
y	6	3

따라서 $x^2+y^2=3^2+6^2=45$ 이다.

25. 자연수 1에서 $n-1$ 까지의 합은 $\frac{(n-1)n}{2}$ 이다. 자연수 6부터 $n-1$ 까지의 합이 21일 때, n 의 값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} &(6+7+8+\cdots+n-1) \\ &= (1+2+\cdots+n-1) - (1+2+3+4+5) \\ &\frac{(n-1)n}{2} - 15 = 21 \text{ 이므로} \\ &n(n-1) = 72 \\ &n^2 - n - 72 = (n+8)(n-9) = 0 \\ &n > 0 \text{ 이므로 } n = 9 \text{ 이다.} \end{aligned}$$