1. 직선 $3x+y-5=0$을 x축 방향으로 1만큼, y축 방향으로 n만큼 평행이동하면 직선 $3x+y-1=0$이 된다. 이 때, n의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x축 방향으로 1, y축 방향으로 n만큼 평행이동하므로
직선 $3x+y-5=0$에 x 대신 $x-1$, y 대신 $y-n$을 대입하면
$3(x-1)+(y-n)-5=0$
$3x+y-n-8=0$ ····· ㉠
㉠이 $3x+y-1=0$과 일치하므로 $-n-8=-1$ $\therefore$ $n=-7$

2. 직선 $y = 3x$ 를 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동 한 직선이 원 $x^2 + y^2 = 9$ 에 접할 때, a^2 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

x 축 방향으로 a 만큼 평행 이동시킨 직선

: $y = 3(x - a) \Rightarrow \quad 3x - y - 3a = 0$

원에 접하므로 중심과 직선 사이의 거리는 반지름의 길이와 같다.

$\frac{|-3a|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = 3$

$a = \pm\sqrt{10}$

$\therefore \ a^2 = 10$

3. 점 $(5,1)$ 을 직선 $y=3$ 에 대하여 대칭이동한 다음 y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 점은 점 $(5,1)$ 을 직선 $y=b$ 에 대하여 대칭이동한 점과 같다. 이때, 상수 b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

(i) 점 $(5,1)$ 을 직선 $y=3$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2\cdot 3-1)$ 즉, $(5,5)$
점 $(5,5)$ 를 다시 y 축의 방향으로 4 만큼
평행이동한 점의 좌표는 $(5, 5+4)$
즉, $(5,9)$
(ii) 점 $(5,1)$ 을 직선 $y=b$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2b-1)$
(i), (ii) 로부터 $2b-1=9 \quad \therefore b=5$

4. 원 $x^2+y^2+ax+by+c=0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 원의 중심이 $(-1,-3)$ 이고 반지름의 길이가 2 일 때, 상수 a,b,c 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

원 $x^2+y^2+ax+by+c=0$ 을 x 축에 대하여
대칭이동한 원의 방정식은
$x^2+y^2+ax-by+c=0$
이 때, 이 원의 중심이 $(-1,-3)$ 이고
반지름의 길이가 2 이므로
$x^2+y^2+ax-by+c=0$
$\Leftrightarrow (x+1)^2+(y+3)^2=4$
$\Leftrightarrow x^2+y^2+2x+6y+6=0$
$\therefore a=2,\ b=-6,\ c=6$
따라서, 구하는 $a,\ b,\ c$ 의 값의 합은
$2+(-6)+6=2$

5. 점 $(1,\ 2)$ 를 직선 $y=2x+1$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 $(a,\ b)$ 라고 할 때, 실수 $a,\ b$ 에 대하여 $5(a+b)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

두 점 $(1,\ 2)$, $(a,\ b)$ 를 이은 선분의 중점은

$\left(\frac{1+a}{2},\ \frac{2+b}{2}\right)$

이 점이 직선 $y=2x+1$ 위의 점이므로

$\frac{2+b}{2}=2\cdot\frac{1+a}{2}+1$

$\therefore 2a-b=-2 \quad \cdots\cdots\cdots$ ㉠

또한, 두 점 $(1,\ 2)$, $(a,\ b)$ 를 지나는 직선이

직선 $y=2x+1$ 과 수직이므로

$\frac{b-2}{a-1}=-\frac{1}{2}$

$\therefore\ a+2b=5 \quad \cdots\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=\frac{1}{5},\ b=\frac{12}{5}$

따라서, $5(a+b)=5\cdot\left(\frac{1}{5}+\frac{12}{5}\right)=5\cdot\frac{13}{5}=13$